# الرياضيات الممتعة

د.عمار شرقية



وقف لله تعالى

أسأل الله العظيم رب العرش العظيم أن يتقبله من عبده الحقير الوضيع الذليل الفقير إلى رحمته ومغفرته  و فضله و عفوه و رحمته تعالى.

بسم الله الرحمن الرحيم

# الرياضيات الممتعة

د.عمار شرقية



يقدم هذا الكتاب مفاهيم رياضية و فيزيائية أساسية مثل اللوغاريتم و المتواليات الحسابية و المتواليات الهندسية و الأرقام الخيالية و التشفير و المعادلات الرباعية و مؤثر دوبلار و ظاهرة الإنزياح و غيرها بصورة مبسطة

## محصلة القوى resultant force

أحياناً تؤثر عدة قوى على جسمٍ واحد في الوقت ذاته , غير أن ذلك الجسم قد لا يتمكن من الاستجابة لكل قوة تؤثر فيه على حدة و في تلك الحالة فإن تلك القوى المؤثرة تجتمع حتى تنتج تأثيراً موحداً فيبدو ذلك الجسم و كأنه خاضعٌ لتأثير قوةٍ واحدة ذات اتجاهٍ واحد و ليس لتأثير عدة قوى .

و كما أن القوة تستطيع أن تحرك جسماً ما من مكانٍ لآخر فيمكن للقوة كذلك أن تتسبب في تغيير شكل الجسم غير القابل للحركة إما بضغط جزيئاته حتى تصبح قريبةً من بعضها البعض أو بإبعادها عن بعضها البعض.

إذا خضع جسمٌ ما لتأثير قوتين أ و ب و كان لهاتين القوتين اتجاهٌ واحد فإن محصلة هاتين القوتين د تساوي مجموعهما :

د=أ+ب

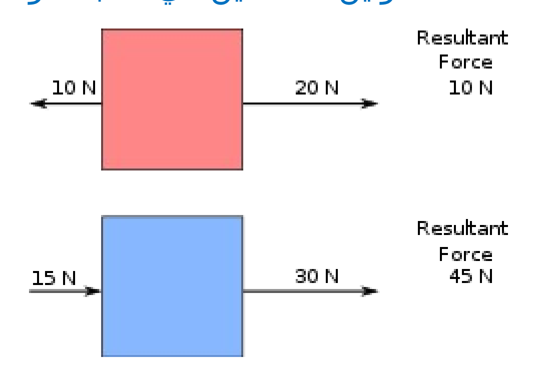
أما اتجاه محصلة هاتين القوتين د فإنها تكون موافقةً لاتجاه كلتا هاتين القوتين.

أما إذا كانت القوتين أ و ب متعاكستين من حيث الاتجاه 180 درجة فإن محصلة هاتين القوتين المتعاكستين في الاتجاه تساوي ناتج طرح هاتين القوتين من بعضهما البعض و يكون اتجاه محصلة هاتين القوتين المتعاكستين موافقاً للقوة الأكبر.

إذا كانت القوتين المتعاكستين متساويتين فإن محصلتهما تساوي الصفر.

لأن ناتج طرح رقمين متماثلين هو الصفر.

محصلة قوتين متماثلتين في الاتجاه أو متعاكستي الاتجاه




## الحركة البروانية

في العام 1827 لاحظ النباتي روبيرت براون بأن حبوب الطلع كانت تبدوا تحت المجهر و هي تتحرك حركةً عشوائية و تغير اتجاهها بشكلٍ دائم, و في العام 1905

فسر الفيزيائي ألبيرت أينشتاين تلك الحركة بأنها ناتجةً عن اصطدام حبات الطلع بجزيئات الماء.

. إن الحركة البروانية هي حركةٌ عشوائية غير قابلةٍ للتوقع

تعني الحركة البروانية التحرك في خطواتٍ عشوائية قصيرة سريعة بلا توقف.

تستخدم الحركة البروانية العشوائية و التي لا يمكن توقعها في توصيف تحركات البشر و حركة الأسعار.

الحركة البروانية Brownian motion

الطاقة الكامنة: الطاقة الكامنة هي طاقةٌ مختزنة –إنها الطاقة التي يمتلكها الجسم بفضل موقعه (سيارة تقف في ذروة منحدر –ثقلٌ معلقٌ في مكانٍ مرتفع. سهم مشدود على وتر – نابضٌ مضغوط) .

إن الطاقة الكامنة هي طاقةٌ مختزنة نتيجة القيام بعملٍ ضد قوةٍ ما كقوة الجاذبية . مثلاً : النابض الذي نقوم بضغطه يحوي طاقةً كامنة

السرعة و التسارع

التسارع=المسافة\الزمن

السرعة تساوي معدل الحركة.

المسافة بين نقطتين على خطٍ مستقيم.

: السرعة النسبية

السرعة النسبية هي سرعة جسمٍ ما بالنسبة لجسمٍ آخر يتحرك معه في الاتجاه ذاته.

يتم حساب السرعة النسبية عن طريق طرح سرعة الجسم الأكثر بطئاً من سرعة الجسم الأسرع.

كم تساوي السرعة النسبية بالنسبة لجسمين يتحركان في اتجاهٍ واحد و بالسرعة ذاتها؟

إن سرعتهما النسبية تساوي الصفر.

لماذا؟

لأن السرعة النسبية هي ناتج طرح سرعة الجسم الأكثر بطئاً من سرعة الجسم الأسرع.

و بما أن السرعتين متماثلتين فإن ناتج طرح رقمين متماثلين هو الصفر .

كم تبلغ السرعة النسبية لجسمين يتحركان في اتجاهين متعاكسين؟

إن السرعة النسبية لجسمين يتحركان في اتجاهين متعاكسين يساوي مجموع سرعتيهما.

التسارع

يعني التسارع معدل تغير السرعة و هو يعني الزمن الذي يستغرقه جسمٌ ما حتى يغير سرعته إلى سرعةٍ أخرى زيادةً أو نقصاناً , و هذا يعني بأن التسارع يطلق كذلك على انخفاض السرعة و ليس فقط على زيادتها.

يتم حساب التسارع عن طريق طرح السرعة الابتدائية أي سرعة الانطلاق $V_1$ من السرعة النهائية $V_2$ حتى نحصل على معدل التغير في السرعة ثم نقوم بعد ذلك بقسمة النتيجة التي توصلنا إليها على الزمن الذي استغرقه ذلك الأمر.

التسارع يساوي السرعة النهائية ناقص السرعة الابتدائية مقسوماً على الزمن.

أي أننا نقسم ناتج طرح هاتين السرعتين على الزمن الذي استغرقته تلك العملية بأكملها.

$$\text{التسارع} = \frac{\text{السرعة النهائية} - \text{السرعة الابتدائية}}{\text{الزمن}}$$

إن التسارع هو معدل تغير السرعة و يقاس بالمتر في الثانية .

السرعة النهائية ناقص السرعة الابتدائية اجمالي التغير في السرعة(متر في الثانية).

الزمن هو الزمن الذي استغرقه حدوث ذلك التغيير.

السرعة النهائية تعني السرعة القصوى.

السرعة القصوى top speed

السرعة الوسطيةAverage velocity

نقطة التوازنThe equilibrium point

[ˌɪːkwɪˈlɪbrɪəm] **equilibriumتوازن ( إيكويلبريم)**

هزازOscillator

الجاذبية

إذا تضاعفت كتلة جسمين فإن قوة الجاذبية بينهما تتضاعف أربع مرات و تصبح أقوى بأربع مرات.

إذا تضاعفت المسافة بين جسمين فإن قوة الجاذبية بينهما تصبح أقل بأربعة مرات.

يعتقد بعض الفيزيائيين بأن فوة الجاذبية تعتمد في عملها على جسيماتٍ تدعى بالغرافيتونات .

الوزن و الكتلة :

الوزن و الكتلة ليسا شيئاً واحداً فالكتلة هي كمية المادة التي يحويها جسمٌ ما , أما الوزن فهو مقدار الجاذبية التي يخضع لها ذلك الجسم.

و لذلك فإن كتلة الجسم ثابتة لا تتغير بينما وزن الجسم متغير ذلك أنه يتغير وفقاً لمقدار قوى الجاذبية التي يخضع لها ذلك الجسم.

و على سبيل المثال فإن قوة الجاذبية على سطح القمر تبلغ سدس قوتها على الأرض و لذلك فإن الجهد اللازم لرفع طنٍ واحد على الأرض يكفي لرفع ستة أطنان على سطح القمر.

لا توجد مقاومة هوائية على سطح القمر.

سرعة الهروب: يتطلب الهروب من الجاذبية الأرضية أن يتجاوز الجسم سرعةً معينة و هذه السرعة تعرف بسرعة الهروب من الجاذبية.

قانون نيوتن الثالث : إن كل جسم يستجيب للقوة التي يخضع لها بردة فعلٍ مساوية لها في القوة و معاكسة لها في الاتجاه-هذه القوة تدعى بردة الفعل.

( لكل فعل ردة فعل مساوية له في القيمة و معاكسة له في الاتجاه)

العزم

يتحرك الجسم المتحرك لأنه يمتلك عزماً .

يستمر الجسم المتحرك في حركته إلى أن يتعرض لقوة توقفه عن الحركة.

عندما يصد حارس المرمى الكرة بيده فإنه يطبق قوة على الكرة ليزيل منها العزم و يوقف حركتها .

و عندما تصطدم يد حارس المرمى بالكرة فإن الكرة تطبق قوةً على يده مما يؤدي إلى تغير العزم في يده.

إن مقدار العزم الذي تكتسبه يد حارس المرمى يساوي مقدار العزم الذي تفقده الكرة.

لحساب عزم جسمٍ معين فإننا نضرب كتلة ذلك الجسم بسرعته :

العزم يساوي كتلة الجسم ضرب سرعته.

العزم=كتلة الجسم×سرعته.

كلما كان الجسم أثقل و أسرع كان عزمه أكبر.

ذلك هو مبدأ مصونية العزم و هذا المبدأ يعني بأن الطاقة لا تفنى و إنما تنتقل من جسمٍ لآخر:

الطاقة كانت في الكرة المتحركة ثم انتقلت إلى يدي حارس المرمى عندما قام بصد تلك الكرة.

الطاقة الحركية: توصف طاقة جسمٍ متحرك بأنها طاقةٌ حركية .

كلما كانت طاقة الجسم الحركية أكبر كانت سرعته أكبر.

عزم التدوير

يلق مصطلح عزم التدوير أو العزم التدويري للقوة عندما يكون تأثير القوة تأثيراً دورانياً , أي تأثيراً محدثاً للدوران و ليس تأثيراً خطياً , أي تأثيراً عبى شكل خطٍ مستقيم مثل قوة الدفع أو الرفع أو السحب .

كلما كانت القوة التدويرية أكثر بعداً عن محور الدوران كان عزمها التدويري أكبر.

فإذا كان لدينا ذراع تدويري فكلما كان طول هذا الذراع أكبر و كلما كانت قبضته التي نديره منها أكثر بعداً عن محوره كان عزمه التدويري أكبر.

يتم حساب عزم التدوير عن طريق ضرب القوة في المسافة.

عتدما يتحرك جسمٌ ما حركةً دائرية فإنه يخضع لتأثير قوتين اثنتين:

قوة جاذبة مركزية وهي القوة التي تجذب ذلك الجسم نحو مركز الدائرة.

القوة النابذة المركزية-قوة الطرد المركزي وهي قوةٌ معاكسة للقوة الجاذبة المركزية حيث أن هذه القوة تطرد الجسم الخاضع لها بعيداً عن مركز الدوران.

أثناء الدوران يتحرك الجسم بسرعة نحو مركز الدائرة و هذا أمرٌ تتم موازنته عن طريق قوة افتراضية تدعى بقوة الطرد المركزي و هي قوةٌ تمثل ردة فعلٍ على القوة الجاذبة المركزية و تمنع الجسم من التحرك نحو مركز الدائرة و تكون نتيجة عمل هاتين القوتين حركةٌ دائرية حول مركز الدائرة.

كلما ابتعدت القوة التدويرية عن مركز الدوران ازدادت شدتها و ازداد عزمها التدويري و العكس صحيح إذ كلما اقتربت القوة التدويرية المطبقة من مركز الدوران قلت شدتها و قل عزمها تماماً مثل مبدأ الرافعة.

مثال : ذراع أو قبضة المفك .

عزم الدوران الزاوي

يمتلك كل جسمٍ دوارٍ  عزماً زاوياً متناسباً مع كتلة ذلك الجسم , كما أن ذلك العزم الزاوي يكون متناسباً كذلك مع سرعة دورانه و معدل بعد الكتلة عن مركز دوران ذلك الجسم.

إن المتزلجين على الجليد يستخدمون هذه الخاصية حتى يتمكنوا من التحكم في سرعة دورانهم.

فعندما يمد المتزلج على الجليد يديه فإنه بذلك ينشر كتلة جسده على مساحةٍ واسعة و هو الأمر الذي يؤدي إلى تقليل سرعة دورانه , و عندما يضم ذراعيه فإن كتلته تتركز حول مركز الدوران و بذلك تزداد سرعة دورانه حول نفسه.







العزم الزاوي : ناتج ضرب عزم جسمٍ دوار في بعده عن مركز الدوران .

العزم الزاوي =عزم الجسم × بعد الجسم عن مركز الدوران.

لكل جسمٍ دوار عزمٌ زاوي حول مركز كتلته.

قوة الطرد المركزي (القوة النابذة) قوة الطرد المركزي أو القوة النابذة هي في الحقيقة عطالة أو قصورٌ ذاتي , أي أنها ليست قوةً على الإطلاق .

القوة المركزية الجاذبة : هي القوة التي تجذب جسماً يتحرك بشكلٍ دائري نحو مركز الدائرة التي يتحرك حولها ذلك الجسم .

لا يمكن لأي جسم أن يتحرك حركةً دائرية مالم يكن خاضعاً لقوة جذبٍ مركزية.

بالنسبة للأقمار الصناعية فإن القوة الجاذبة المركزية هي وزن القمر الصناعي.

بالنسبة لجسمٍ معلق في خيطٍ أو حبل يتحرك حركةً دائرية فإن القوة الجاذبة المركزية هي شدة و توتر ذلك الخيط أو الحبل حيث يكون اتجاه تلك القوة باتجاه نقطة تثبيت ذلك الخيط أو ذلك الحبل , أي أنها تكون متجهةً نحو مركز الدوران.

عزم الدوران-العزم التدويري Torque tɔrk (تورك)

يقاس عزم الدوران بوحدة نيوتن\ متر.

إن القوة المؤثرة على مركز رافعة تكون مضروبةً بالبعد عن مركز الرافعة:

قوة مقدارها 3 نيوتن مطبقة على بعد مترين من مركز الرافعة تنتج عزم دوران مساوٍ لعزم الدوران الذي تنتجه قوة مقدارها نيوتن واخد تؤثر على بعد 6 أمتار من مركز الرافعة .

على فرض أن اتجاه القوى متعامدٌ بزاويةٍ قائمة 90 درجة مع الرافعة .

عزم الدوران أو قوة التدوير و تقاس بوحدة النيوتن/ متر .

عزم الدوران يساوي القوة المطبقة على ذراع رافعة مضروباً ببعد نقطة تأثير تلك القوة عن مركز الرافعة.

إن قوةً تبلغ شدتها 3 نيوتن تؤثر على نقطةٍ في ذراع الرافعة تبعد مترين عن مرتكز الرافعة تنتج عزماً تدويرياً يساوي العزم التدويري لقوةٍ شدتها نيوتن واحد تؤثر في نقطةٍ تقع على ذراع الرافعة تبعد 6 امتار عن مرتكز الرافعة.

قوة مقدارها 3 نيوتن تؤثر على بعد مترين من مرتكز الرافعة:

3 نيوتن× 2 متر=6 نيوتن/متر عزم تدويري

قوة مقدارها 1 نيوتن تؤثر على بعد 6 أمتار من مرتكز الرافعة.

1 نيوتن× 6 متر=6 نيوتن/متر عزم تويري

$T=r\times F$

T=Torque العزم التدويري

F=force قوة

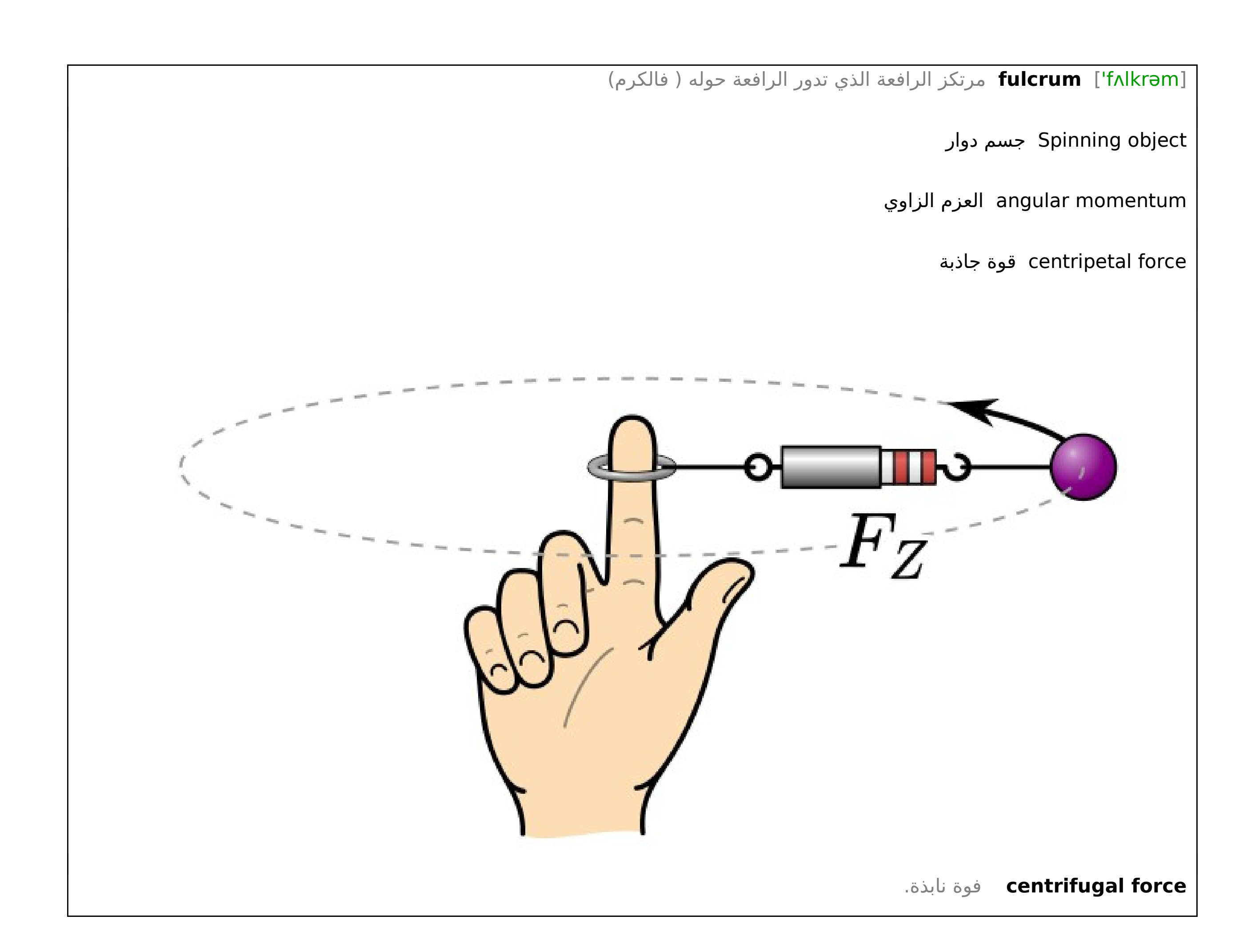
R = بعد نقطة تأثير القوة عن مرتكز الرافعة.

['fʌlkrəm] **fulcrum** مرتكز الرافعة الذي تدور الرافعة حوله ( فالكرم)

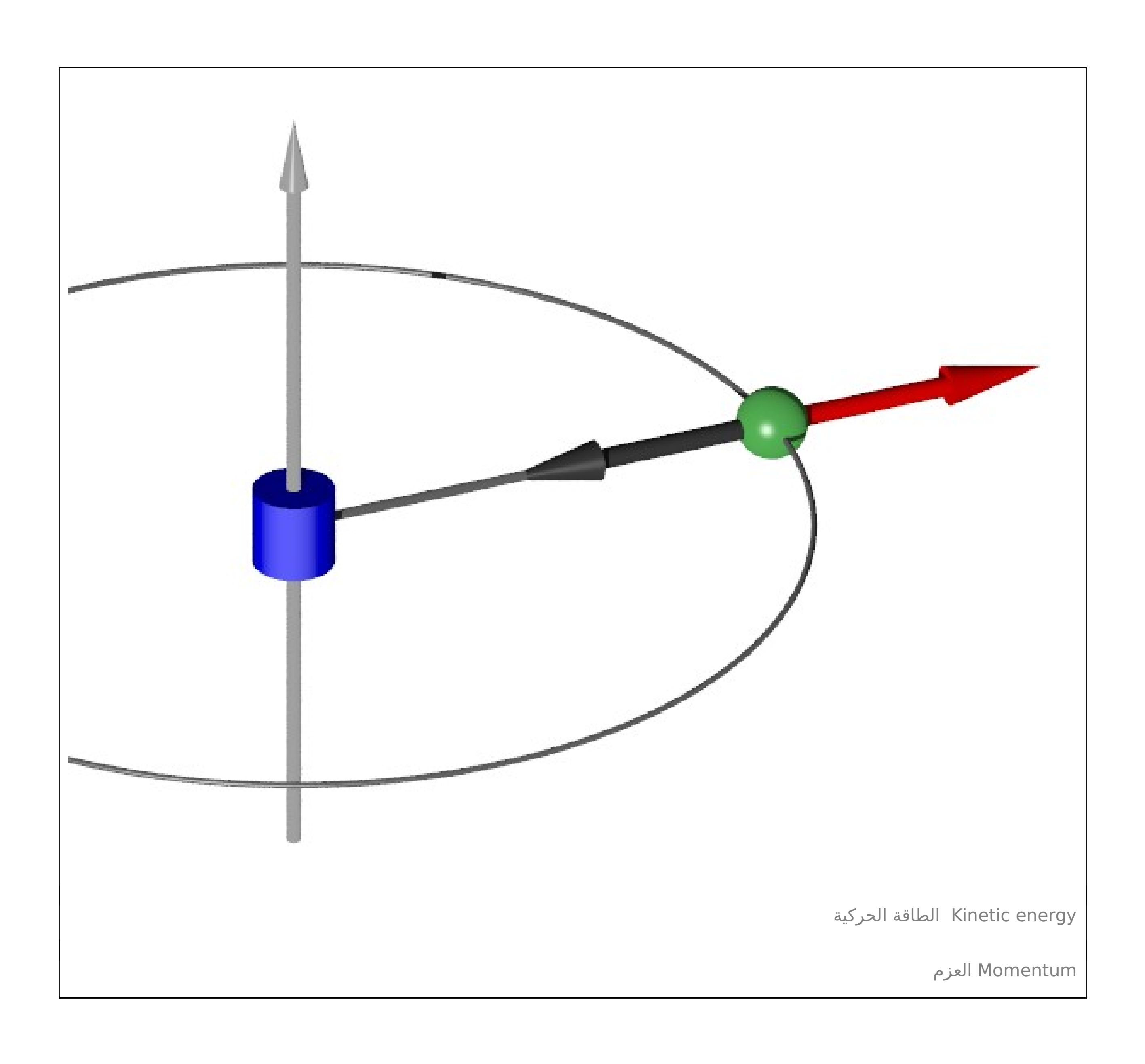
Spinning object جسم دوار

angular momentum العزم الزاوي

centripetal force قوة جاذبة




**centrifugal force** قوة نابذة.




## الضغط

الضغط هو نتيجة تأثير شيءٍ ما على سطح شيءٍ آخر.

يمكن لأي وسطٍ أن يتعرض للضغط كما يمكن لأي وسطٍ كذلك أن يضغط على وسطٍ آخر.

يقاس الضغط بوحدة الباسكال التي تحسب بالقانون التالي:

الضغط مقاساً بوحدة الباسكال يساوي القوة مقاسةً بوحدة النيوتن مقسومةً على المساحة مقاسةً بالمتر المربع.

الضغط بوحدة الباسكال= القوة بالنيوتن \ المساحة.

مثال:

إذا تعرض سطحٌ ما مساحته مترين مربعين لضغط قوة مقدارها 10 نيوتن فإن الضغط الذي يتعرض له ذلك السطح يساوي 10 ÷2=5 باسكال

أي أنه كلما قلت المساحة التي يتم تطبيق الضغط عليها ازداد الضغط , و لهذا السبب تصنع الإبر و الدبابيس بنهايةٍ حادة مدببة و ذلك لتركيز الضغط على تلك النهاية لتزيد مقدرة تلك الأدوات على اختراق الأوساط.

Nنيوتن

paباسكال

يطبق الجو على سطح الكرة الأرضية ضغطاً هو بحدود مئة و عشرة آلاف باسكال 101000باسكال على كل الموجودات على سطح الكرة الأرضية , غير أننا لا نستطيع الشعور بهذا الضغط لأن أجسام الكائنات الحية تقوم بموازنة هذا الضغط الخارجي بضغطٍ جسدي داخلي يساويه في القيمة و يعاكسه في الاتجاه , و على سبيل المثال فإن أسماك الأعماق السحيقة في البحار و المحيطات عندما يتم اصطيادها في تلك الأعماق و إخراجها إلى السطح فإنها تنفجر.لماذا؟

لأن هنالك ضغطاً داخلياً عالياً جداً في أجسامها يمكنها من مقاومة ضغط المياه الهائل الواقع على أجسامها في أعماق المحيطات, و عندما يتم إخراجها من الماء يزول ضغط المياه عنها بينما يتبقى ضغط أجسامها الداخلي فينعدم التوازن بين هذين الضغطين مما يؤدي إلى انفجار أجسامها, و بالطبع فإن هذا الكلام ينطبق فقط على الأسماك التي تعيش في أعماق المحيطات السحيقة.

إن جزيئات الهواء التي تكون قريبةً من سطح الأرض تكون معرضةً لضغطٍ أشد من الضغط الذي تتعرض له جزيئات الهواء الموجودة في الطبقات العليا ذلك أن جزيئات الهواء القريبة من سطح الأرض تحمل فوقها جزيئات الهواء الموجودة فوقها في الطبقات الأعلى , وهذا ينطبق كذلك على جزيئات الماء التي تكون قريبةً من قعر المحيطات حيث أنها تحمل فوقها جزيئات الماء الموجودة في الطبقات الأعلى و بالتالي فإنها تتعرض لضغطٍ أعلى بكثير , و لهذا السبب فإن الأسماك التي تعيش في قاع المحيطات السحيقة تمتلك ضغطاً داخلياً عالياً تمتلك ضغطاً داخلياً

عالياً في أجسامها يعمل على موازنة الضغط الخارجي الهائل الذي تتعرض له و لذلك فإنها تنفجر عندما يتم اصطيادها و إخراجها من الماء.

إن عامل الضغط يعتبر أحد أهم العوامل التي تتم مراعاتها عند تصميم الغواصات.

و في الأعالي يكون ضغط الهواء منخفضاً و لذلك تكون جزيئات الهواء متباعدة عن بعضها البعض و هذا يفسر صعوبة التنفس في المناطق الجبلية المرتفعة , كما أن هذا يفسر انخفاض أداء و عزم محركات الاحتراق الداخلي في المرتفعات لأنها لا تحصل على حاجتها من الأوكسجين اللازم لعملية الاحتراق في تلك المرتفعات.

أما في المناطق القريبة من سطح الأرض( على مستوى سطح البحر ) فإن جزيئات الهواء بتأثير الضغط تكون قريبةً جداً من بعضها البعض لأن ضغط الهواء قريباً من سطح الأرض ( على مستوى سطح البحر) يكون عالياً.

و بالطبع فإن الماء يكون أعلى كثافةً من الهواء , و كلما تعمقنا في الماء كان الضغط أعلى : فعلى عمق عشرة أمتار تحت سطح الماء يكون ضغط الماء مساوياً تقريبا لضغطٍ جوي واحد ,

و على عمق 20 متراً تحت سطح الماء فإن ضغط الماء يساوي ضغطين جويين و على عمق 30 متراً فإن ضغط الماء يساوي ثلاثة ضغوط جوية و هكذا على صورةٍ لوغاريتمية.

مؤثر بيرنولي

و فقاً لمؤثر بيرنولي فإن الطقس يتغير طبقاً لحركة الوسط و هذا ما يدعى بمؤثر بيرنولي.

إن السطح العلوي لجناح الطائرة يكون أكثر طولاً لأنه يكون سطحاً منحنياً بينما يكون السطح السفلي لجناح الطائرة أقصر طولاً لأنه يكون سطحاً مستوياً أو شبه مستوي و لذلك فإن نيار الهواء يجري بسرعةٍ أكبر على سطح الجناح من السرعة التي يجري فيها أسفله , وهذا ما يؤدي إلى أن يكون الضغط الجوي على السطح العلوي للجناح أدنى من الضغط الجوي على السطح السفلي للجناح .

إن كون الضغط الجوي على السطح السفلي للجناح أعلى مما هو عليه على السطح العلوي للجناح يساعد على ارتفاع الطائرة في الجو.

| |
|---|
| مؤثر بيرنولي Bernoulli effect |
| ضغط جوي واحدOne atmosphere |
| ضغطين جويينTwo atmospheres |
| 3ثلاثة ضغوط جوية atmosphores |

## الهيدروليك

يعتمد نظام الهيدروليك على استخدام ضغط السوائل في نقل القوة من موقعٍ لآخر , و غالباً ما يستخدم نظام الهيدروليك تقنية تحويل قوة ضئيلة في مكانٍ ما إلى قوةٍ كبيرة في موقعٍ آخر.

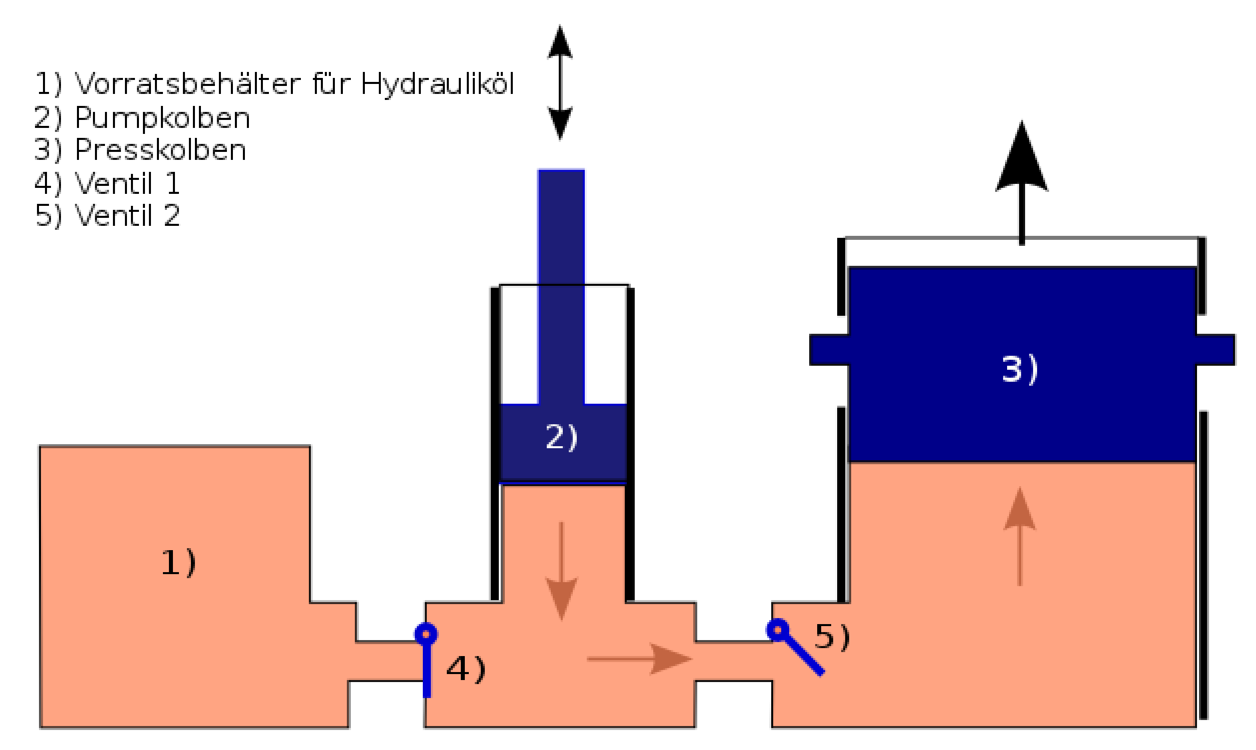
يعتمد نظام الهيدروليك على مبدأ أن السوائل غير قابلة للضغط .

في رافعات الهيدروليك يكون لدينا ضاغط أو مكبس داخل أنبوبٍ صغير من الطرف الأول و مكبسٌ كبير داخل أنبوب كبير من الطرف الثاني .

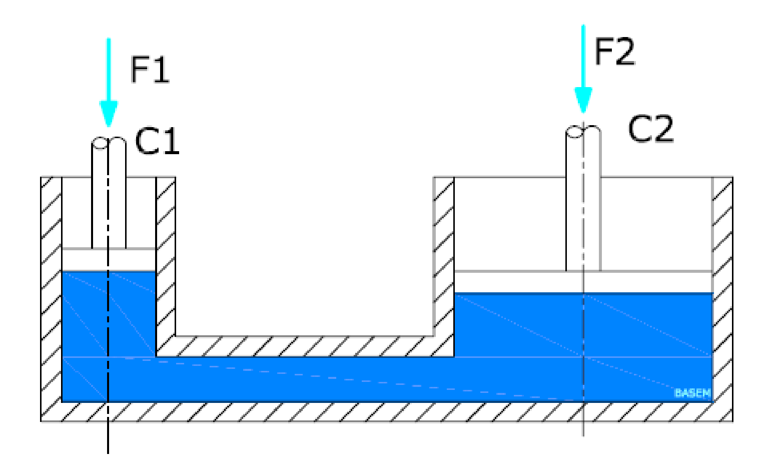
نقوم بضغط المكبس الصغير ضغطاتٍ طويلة المسافة و بعزمٍ ضئيل حتى يتحرك المكبس الكبير في الجهة الأخرى لمسافةٍ ضئيلة و لكن بعزمٍ كبير.

يتم حساب مقدار زيادة القوة في أنظمة الهيدروليك بناءً على مساحة سطحي كلا المكبسين فإذا كان سطح المكبس الكبير يساوي ضعف مساحة سطح المكبس الصغير فإن ذلك يعني بأن القوة قد تضاعفت.

Hydrolics




Prinzipzeichnung einer hydraulischen Presse




بالنسبة  للأدوات ذات الطرف الحاد مثل الإبرة و الإزميل فإن القوة المطبقة على الطرف الأكثر ثخانة تتركز عند ذلك الطرف الحاد مولدةً عند ذلك الطرف الحاد ضغطاً مركزاً على السطح المقابل.

يتحرك كلا ذراعي الرافعة حول محور دوران يتيح حركةً للأعلى و الأسفل و هذا المحور يولد حركةً معاكسة للحركة الأصلية : يتحول الضغط للأسفل على طرف

الرافعة الأول إلى حركة رفع للأعلى عند الطرف الثاني و تتحول حركة الرفع للأعلى عند الطرف الأول إلى حركة ضغط عند الطرف الثاني و هكذا...

و كذلك هو الأمر بالنسبة لمحور العجلات حيث يؤدي محور العجلات عمل نقطة الارتكاز في الرافعة من حيث مضاعفة القوة .

البرغي أو اللولب: يدور البرغي حول مركز أو حول محور , كما أن طرف البرغي غالباً ما يكون طرفاً حاداً و لذلك فإن القوة المطبقة على رأس البرغي بواسطة المفك تتركز في سن البرغي كما هي الحال بالنسبة للإزميل و الإبرة و المسمار و سواها ...

البكرات

تعمل البكرات على تغيير اتجاه القوة , كما هي حال حبل البئر ذلك أن سحب الحبل للأسفل يؤدي إلى رفع الثقل للأعلى أي أنه يؤدي إلى رفع الدلو و إخراجه من البئر.

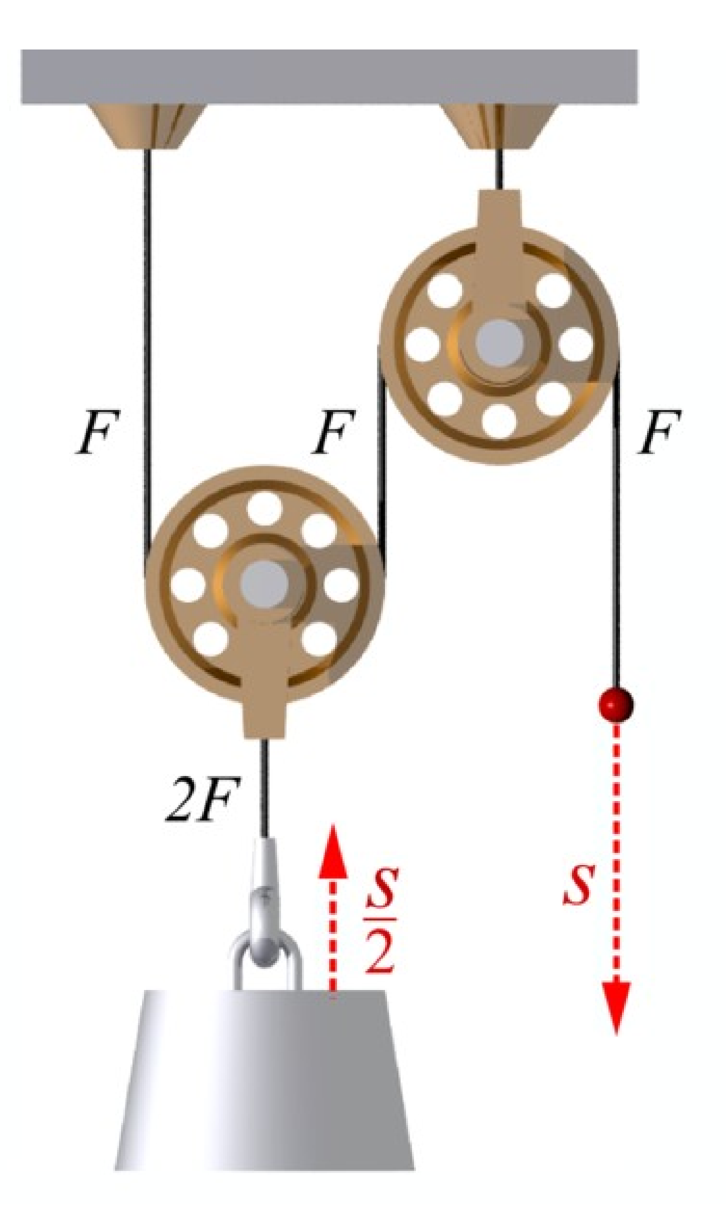
يؤدي استخدام بكرة واحدة في الرافعة إلى عكس اتجاه القوة : جذب الحبل للأسفل يؤدي إلى رفع الثقل للأعلى.

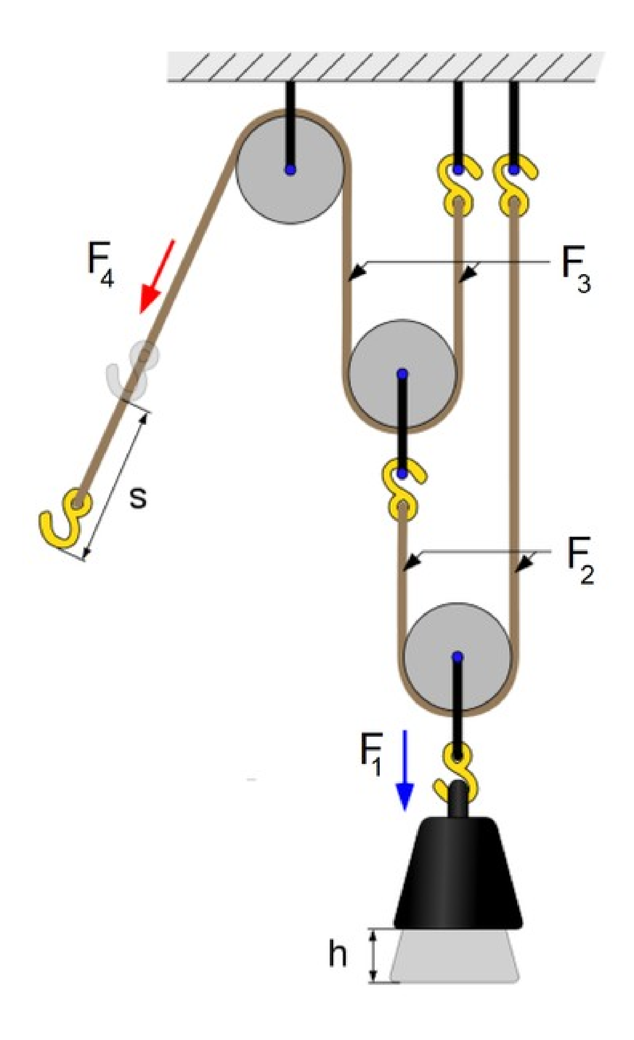
إن استخدام بكرة واحدة لا يزيد القوة : عند استخدام بكرة واحدة يجب أن يكون الجهد المبذول و الحمل متساويين لأن بكرةً واحدة لا تزيد القوة, أما استخدام بكرتين اثنتين فإنه يضاعف الجهد ذلك أن استخدام بكرتين اثنتين يمكننا من رفع حملٍ ما بنصف الجهد الذي يتطلبه رفع ذلك الجمل باستخدام بكرةٍ واحدة.

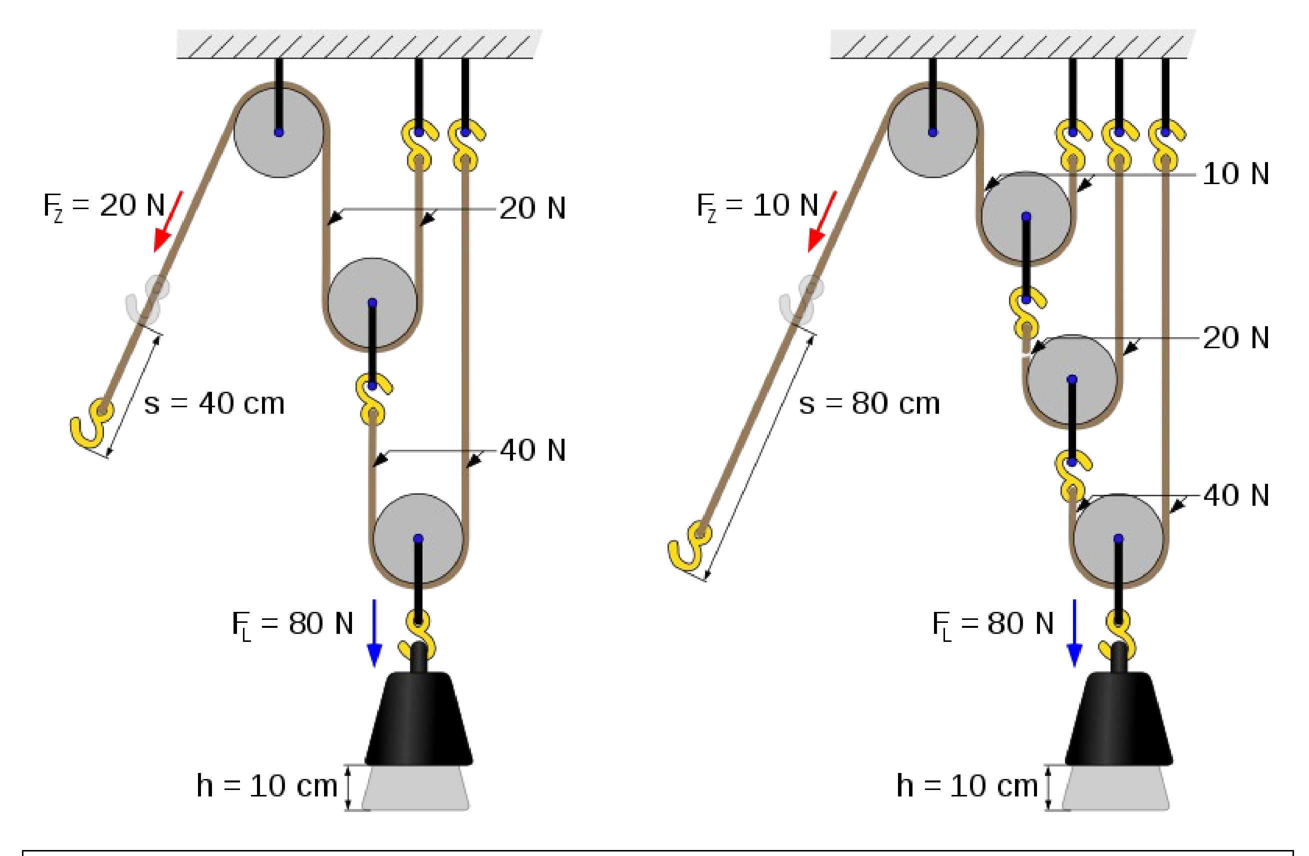
غير أنه يتوجب علينا الانتباه إلى أنه عند استخدام بكرتين اثنتين فإن علينا أن نسحب الحبل مقداراً يساوي ضعف المسافة التي يطلبها رفع ذلك الثقل , أي أن كل مسافة نسحب إليه الحبل يؤدي إلى ارتفاع الحمل لمسافةٍ تساوي نصف المسافة التي جذبنا إليها الحبل : فإذا سحبنا الحبل في رافعة البكرتين لمسافة مترٍ واحد فإن الثقل يرتفع نصف متر.

الكماشة و مطرقة اقتلاع المسامير كلها تعمل على مبدأ الرافعة.

لكل رافعة محورٌ مركزي و نقطة تطبيق جهد و نقطة حمل.


F
F
F
2F
S/2
S


F4
F3
s
F2
F1
h




المسننات

عندما يكون عدد أسنان المسنن القائد ضعف عدد أسنان المسنن المقود فإن المسنن الثاني(المقود) سيدور بضعف سرعة المسنن القائد و بنصف عزمه التدويري.

المسننات نزيد السرعة على حساب العزم أو أنها تزيد العزم على حساب السرعة.

يكون اتجاه دوران المسنن معاكساً لاتجاه دوران المسنن المشتبك معه فإذا كان المسنن القائد يدور مع اتجاه دوران عقارب الساعة فإن المسنن المقود سيدور عكس اتجاه عقارب الساعة و العكس صحيح فإذا كان المسنن القائد يدور عكس اتجاه دوران عقارب الساعة فإن المسنن المقود التابع المشتبك معه سيدور مع اتجاه دوران عقارب الساعة.

لحساب سرعة دوران المسنن المقود نقوم بقسمة عدد أسنان المسنن القائد على عدد أسنان المسنن المقود فإذا كان عدد أسنان المسنن القائد 25 سناً مثلاً و كان

عدد أسنان المسنن المقود المشتبك معه 5 أسنان فإن سرعة دوران المسنن المقود تساوي 25 ÷5=5 , أي أن سرعة دوران المسنن المقود ستعادل خمسة أضعاف سرعة دوران المسنن القائد(المسنن الكبير)

## نسبة المسنن Gear Ratio

. نسبة المسنن هي العلاقة ما بين عدد الأسنان في مسننين اثنين

إذا كان لدينا مسننين و كان عدد أسنان المسنن الصغير 13 سناً بينما كان عدد أسنان المسنن الكبير 21 سناً فإن نسبة المسنن بينهما تبلغ 13 /21 أي 1 / 1.161 أو 1:1.61

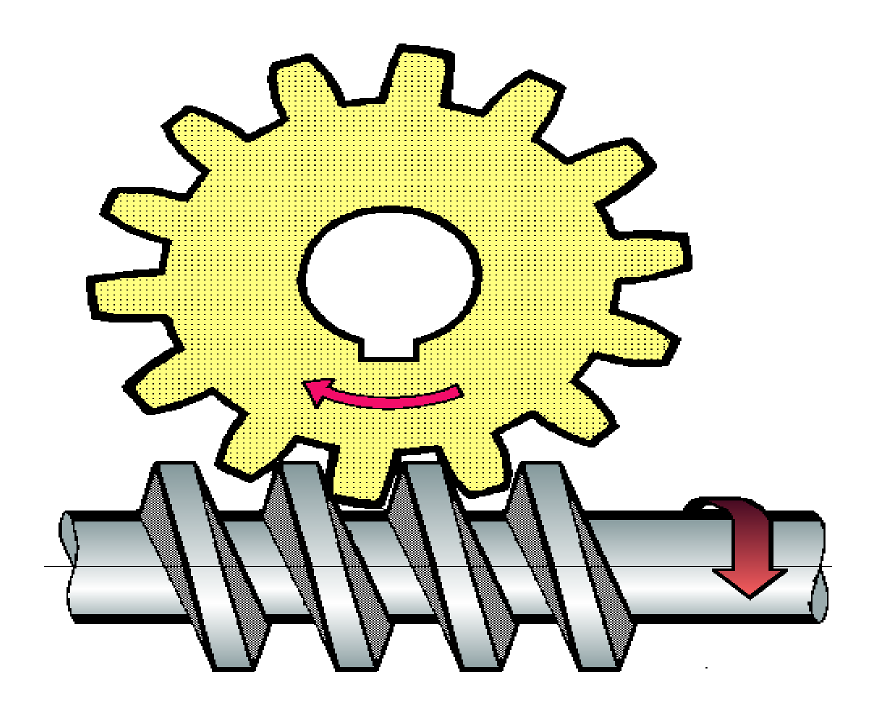
في نسبة المسنن يشير أول عدد في النسبة إلى المسنن القائد أي المسنن الذي يقوم بتحريك المسنن الثاني.

**مسنن دوديworm gear**



مسنن عادي متعشق مع

مسنن دودي



عندما يتم تشبيك عدة مسننات مع بعضها البعض فإنها تدعى  بناقل الحركة أو سلسلة المسننات .

تستخدم المسننات في نقل الحركة من موقعٍ لآخر أو لتغيير اتجاه الدوران أو لزيادة سرعة الدوران .

الديناميكا الحرارية –التيرموديناميك

. الديناميكا الحرارية هو العلم الذي يدرس تحول أشكال الطاقة المختلفة

علم الديناميكا الحرارية هو العلم الذي يدرس كيفية انتقال الحرارة من مادةٍ لأخرى.

تتحرك الطاقة دائماً من الوسط ذو الطاقة الأعلى إلى الوسط ذو الطاقة الأدنى و من الوسط الأعلى حرارة إلى الوسط الأدنى حرارةً إلى أن يحصل تعادلٌ بين هذين الوسطين.

تعتبر المعادن من أفضل النواقل الحرارية.لماذا؟

لأن الكترونات ذرات المعدن تمتلك قدراً أكبر من المقدرة على التحرك و نقل طاقتها من موقعٍ لآخر.

إن الحركة الاهتزازية لذرة المعدن تكون متناسبةً مع مقدار الطاقة التي تحتويها.

تتحرك الحرارة في السوائل و الغازات من خلال عملية تعرف بعملية الحمل و تتم عملية الحمل الحراري على مبدأ أن الغازات و السوائل الحارة تتحرك نحو الأعلى بينما تتحرك الغازات و السوائل الأكثر برودة نحو الأسفل.

عندما تتلقى جزيئات السائل طاقة كالطاقة الحرارية و ذلك عند تعرض جزيئاتها للحرارة فإن حركة جزيئاتها تتسارع و تنتشر و تتباعد عن بعضها البعض و لذلك فإن تلك السوائل تصبح أقل كثافة و ببذلك فإنها تصعد نحو الأعلى و تطفوا فوق السوائل الأكثر برودة, بينما تهبط السوائل الأكثر برودة إلى القاع و تملأ الفراغ الذي خلفته السوائل الأكثر حرارةً.

و بدورها فإن السوائل الباردة الموجودة في قاع الاناء تتعرض للحرارة و تتسارع حركة جزيئاتها و تنتشر بعد اكتسابها للطاقة الحرارية و تقل كثافتها فتصعد للأعلى و هكذا دواليك

و على هذا المنوال فإن تيارات الحمل تؤدي إلى نشر الحرارة في ذلك الإناء بأكمله.

تيارات الحملConvection currents

سرعة الهروب-سرعة الإفلات: أي السرعة الدنيا المطلوبة للإفلات من حقل الجاذبية الأرضية .

الغرافيتونات : جسيمات ابتدائية افتراضية ( قد لا تكون موجودة) تنقل قوة الجاذبية و وفقا لإحدى النظريات فإن جسيمات الغرافيتون أو جسيمات الجاذبية يجب أن تكون دائماً جاذبة لأن قوة الجاذبية لا ينبغي لها أبداً أن تكون قوةً نابذة و يجب أن تكون أعداد تلك الجسيمات هائلة و أن تعمل عن بعد.

الضغط : رمزه P و هو القوة التي تؤثر على سطحٍ ما بشكل متعامدٍ مع ذلك السطح.

الضغط يساوي القوة على المساحة :

P= F /A

Power = القوة = P

القوة=F=Force

المساحة=A=Area.

وحدة قياس الضغط هي الباسكال وهو يساوي ضغط نيوتن واحد على كل مترٍ مربع من المساحة.

الصفر المطلق **absolute zero**

تفقد الأجسام الصغرى حرارتها صورة إشعاع حراري بصورةٍ أكبر من الأجسام الكبيرة و بصورةٍ أسرع ذلك أن الأجسام الصغيرة تكون ذات سطحٍ كبيرٍ بالنسبة لحجمها .

إن المكعب الذي تبلغ مساحة سطحه 24 سنتيمتر مربع يكون حجمه 8 سنتيمتر مكعب , اما المكعب الذي تبلغ مساحة سطحه 6 سنتيمتر مكعب فيكون حجمه 1 سنتيمتر مربع فقط.

لتسهيل حساب مساحة أسطح و حجم مكعبٍ ما فإننا نقوم بتجزئته إلى مكعباتٍ أصغر حجماً .

كلما كانت مساحة السطح أقل كانت كمية الحرارة المنبعثة منه على شكل إشعاع أقل و العكس صحيح , أي أنه كلما كانت مساحة السطح أكبر كانت الحرارة المنبعثة منه على صورة إشعاع أكبر.

تنتقل الحرارة من مصدر النار إلى قعر الإناء الموضوع على النار عن طريق التوصيل الحراري بينما تنتقل الحرارة عبر الماء عن طريق تيارات الحمل.

الوقود السائل

يحتوي الصاروخ على خزاني وقود : الأول يحوي وقوداً سائلاً يتم حفظه في درجة حرارة منخفضة بينما يحتوي الخزان الثاني على مؤكسد و عند إطلاق الصاروخ يتم مزج هذين السائلين أي الوقود السائل و المؤكسد بنسبٍ متساوية و بمقادير يتم التحكم بها و بذلك يحدث الانفجار الذي يؤدي إلى انطلاق الصاروخ .

يتم التحكم بسرعة الصاروخ عن طريق تخديد كمية الوقود التي يتم مزجها و إحراقها.

## الموجات

الموجات هي اهتزازاتٍ تنقل الطاقة.

تنتقل الكثير من أشكال الطاقة على شكل موجات مثل الموجات الصوتية التي تنتقل في الهواء و الموجات الزلزالية التي تنتقل في باطن الأ رض و تتسبب في حدوث الزلازل .

تحتاج الموجات إلى وسطٍ مناسبٍ حتى تنتقل عبره فالموجات الصوتية تنتقل في الأوساط الغازية و السائلة و الصلبة علماً أن الوسط الذي ينقل الموجة يهتز أثناء مرور الطاقة عبره.

هنالك نمطين رئيسيين للموجات : موجاتٌ مستعرضة و موجاتٌ طولية.

الموجات المستعرضة أو الموجات العرضية هي موجاتٌ تتحرك بشكلٍ متعامدٍ مع اتجاه حركتها فإذا كانت هنالك موجةٌ مستعرضة تتحرك على امتداد محور السينات x-axis فإن اهتزازها سيكون على السطح y-z أي أنها ستهتز عبر المستوي الثنائي البعد الذي تتحرك فيه.

و يمكن للموجة المستعرضة إما أن تهتز بشكلٍ عمودي ( نحو الأعلى و السفل) أو أن تهتز بشكلٍ أفقي ( نحو الجهة اليمنى و الجهة اليسرى) .

إن نمط اهتزاز الموجة هو الذي يحدد قطبية تلك الموجة.

إن جميع الموجات الكهرومغناطيسية هي موجاتٌ مستعرضة.

الموجات الطولانية وتدعى كذلك بالموجات الانضغاطية أو موجات الضغط و هي موجاتٌ يكون اهتزازها على امتداد اتجاه حركتها أو موازٍ له , وهي تتضمن الموجات التي يكون فيها اتجاه حركة الوسط مطابقاً لاتجاه حركة الموجة.

طول الموجة

طول الموجة هو المسافة ما بين نقطتين متماثلتين من موجتين متعاقبتين .

يرمز إلى طول الموجة بالحرف اليوناني لامبدا λ **lambda** و هو تقريباً عبارة عن حرف y مقلوب رأساً على عقب.

و في الموجات الجيبية فإن طول الموجة هو البعد بين النقاط الوسطى في الموجة.

الموجات الضوئية و الموجات الكهرومغناطيسية هي موجاتٌ مستعرضة , وهذه الموجات تهتز للأعلى و الأسفل بزاويةٍ قائمة بشكل معترض مع اتجاه تلك الموجات.

تهتز الموجة المسعترضة نحو الأعلى و الأسفل و يكون الاهتزاز متعامد مع اتجاه الموجة أي أنه يشكل معه زاويةً قائمة و هذا النمط من الموجات يكون منحنياً على شكل حرف S.

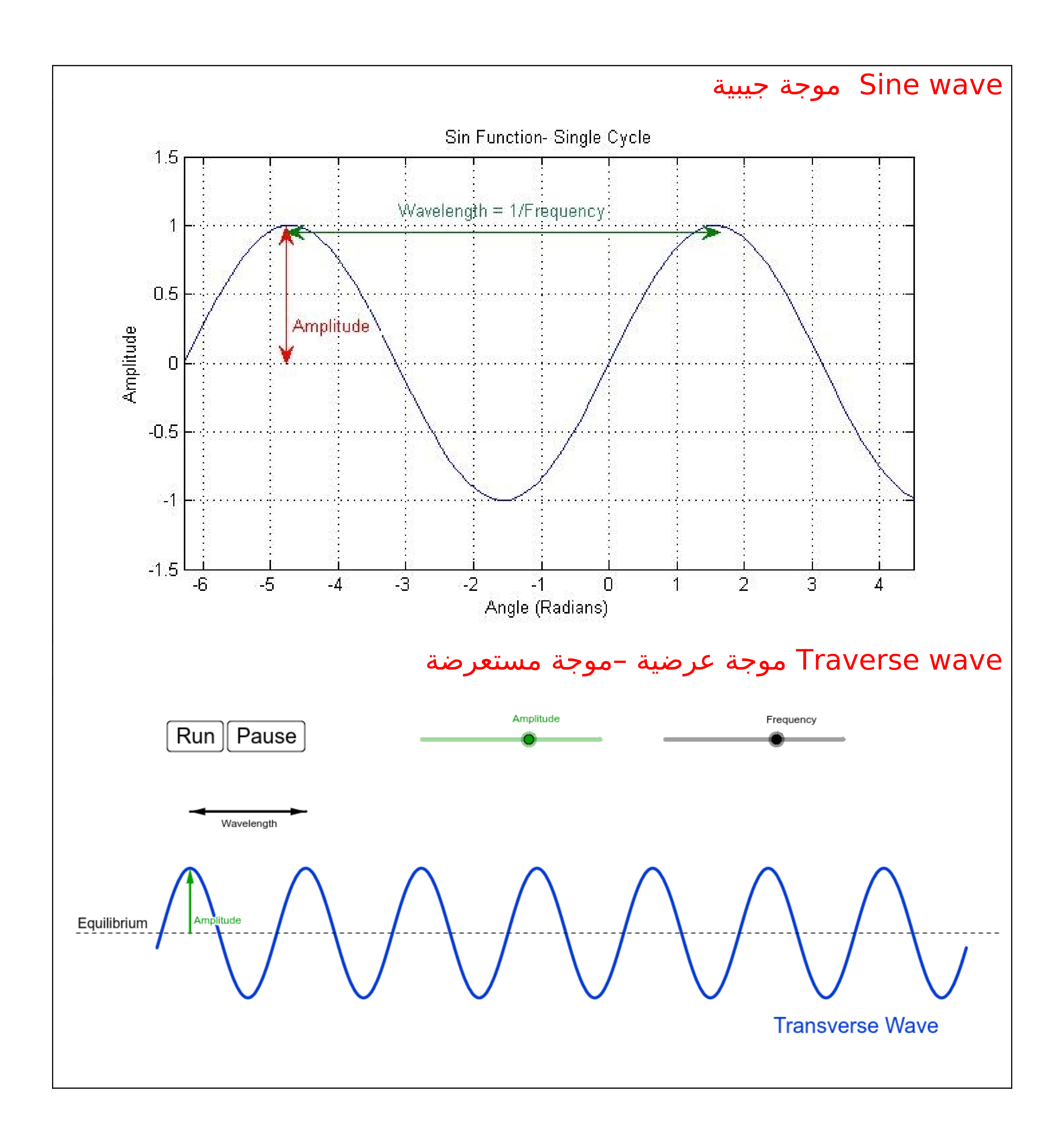
الموجات الطولية : من أمثلة الموجات الطولية الموجات الصوتية أو الطاقة الصوتية –تتحرك هذه الموجة و كأنها نابض.

تدعى الموجات الطولية كذلك بالموجات لانضغاطية أو موجات الضغط و هي موجاتٌ يكون اهتزازها على امتداد اتجاه حركتها أو موازٍ له و هي تشمل كذلك الموجات التي يكون فيها اتجاه حركة الوسط مطابقاً لاًتجاه الموجة.

أمواج البحار و المحيطات:

ينشأ الموج في البحار و المحيطات بتأثير الرياح التي تهب على سطح البحر, حيث تؤدي الرياح إلى ارتفاع و انخفاض الماء حول مستوى سطح الماء الساكن .

أما تحت سطح الماء فإن جزيئات الماء لا تتحرك بشكلٍ مستقيم بتأثير تلك الموجات و إنما فإنها تتحرك بشكلٍ دائري على شكل حلقات.



موجة جيبية Sine wave
Sin Function- Single Cycle
Wavelength = 1/Frequency
Amplitude
Amplitude
Angle (Radians)
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
موجة عرضية -موجة مستعرضة Traverse wave
Run
Pause
Amplitude
Frequency
Wavelength
Equilibrium
Amplitude
Transverse Wave

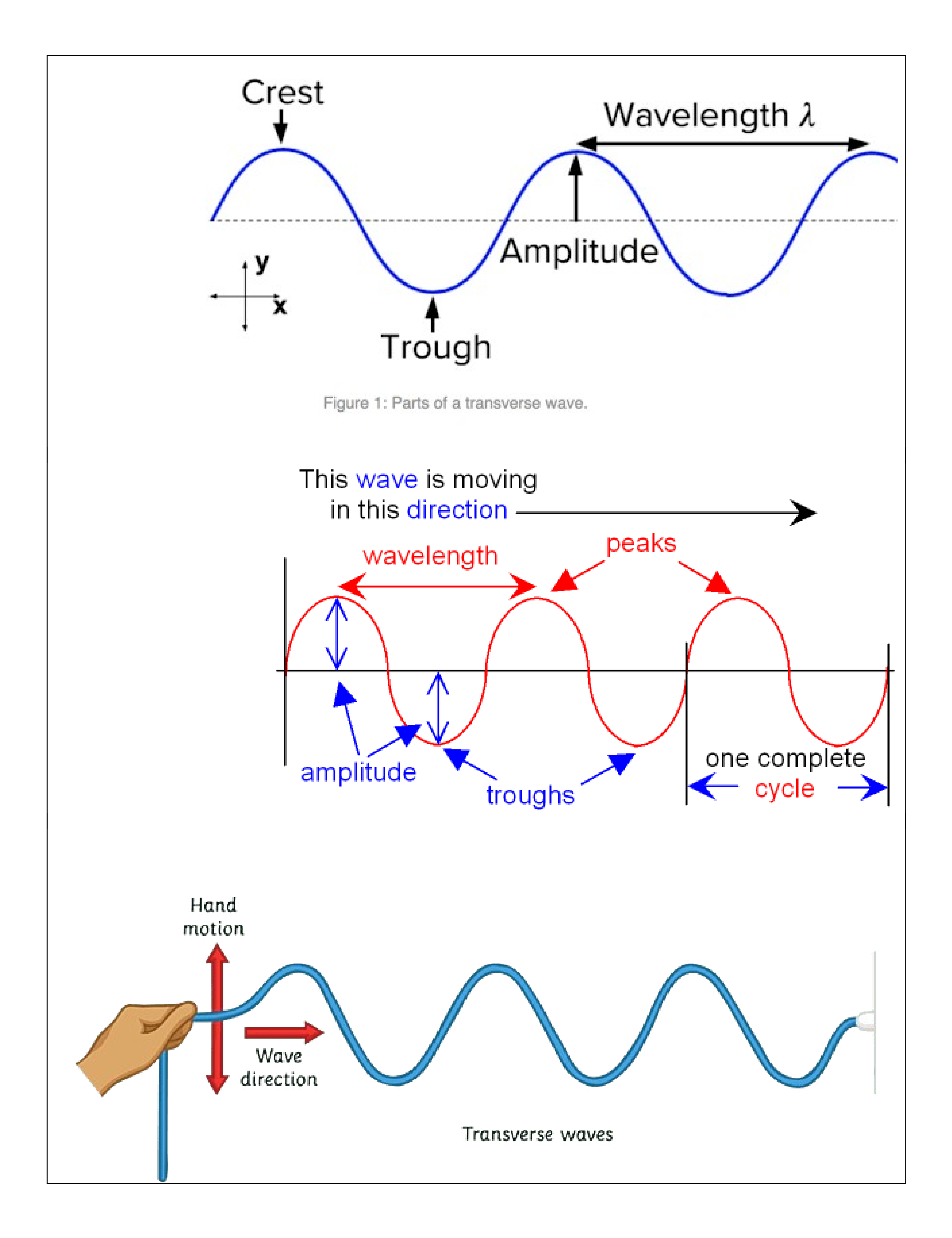
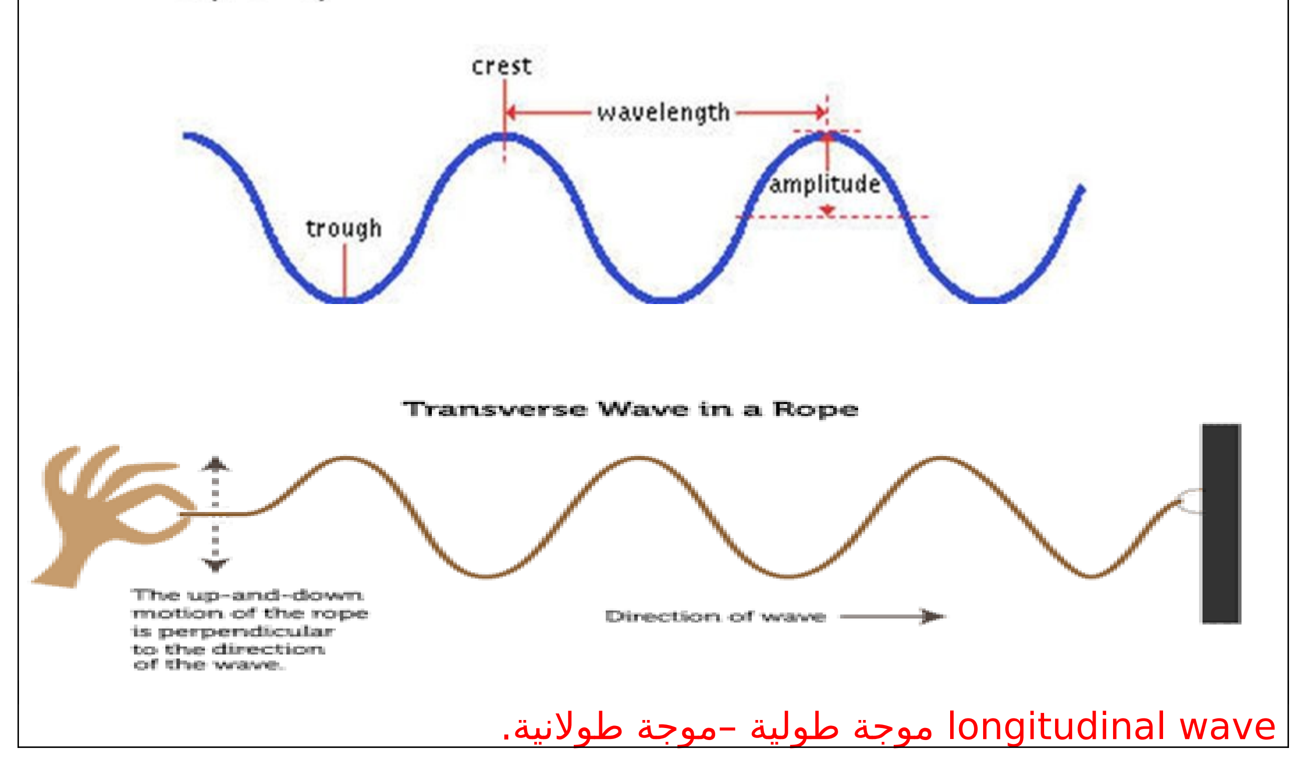


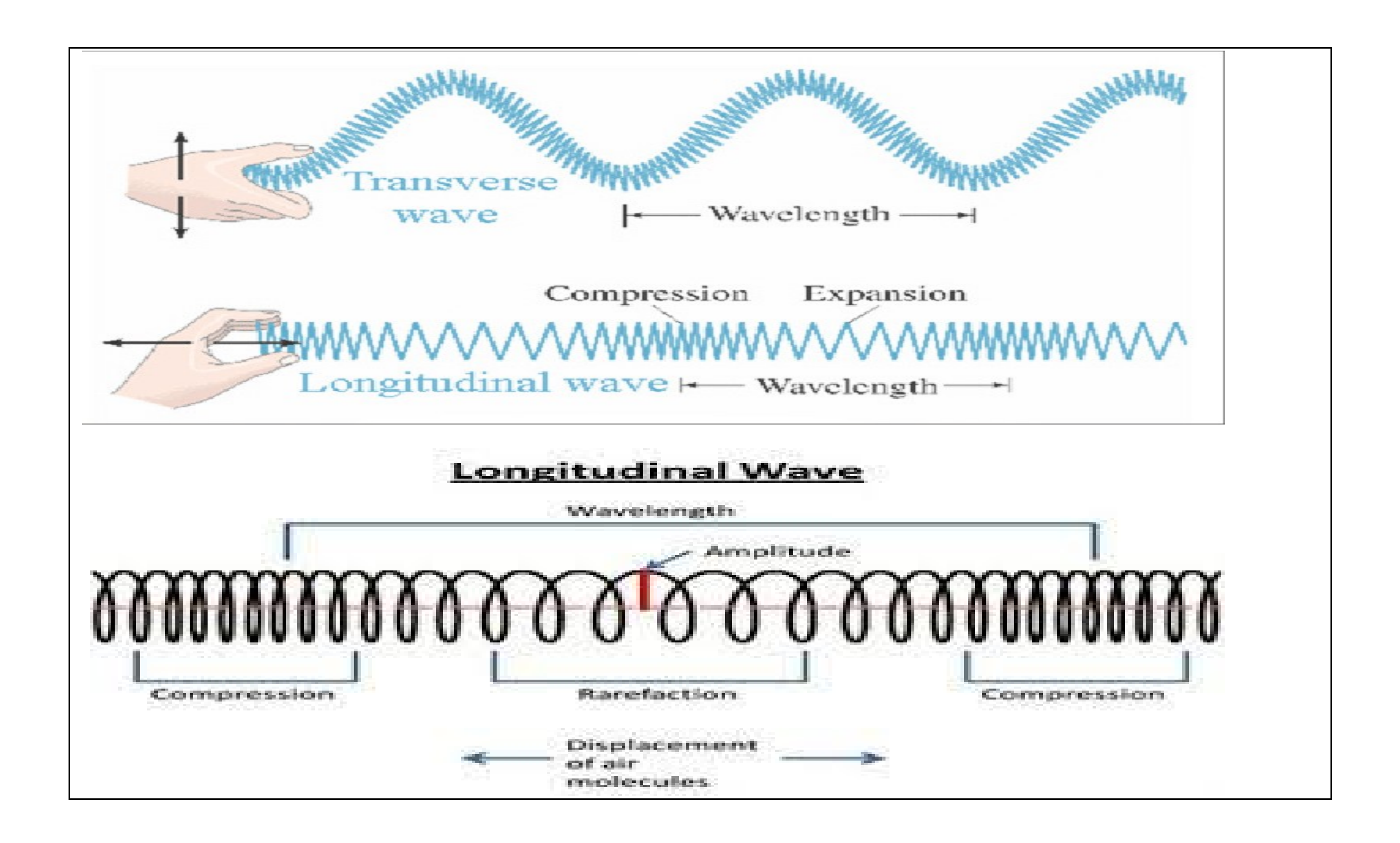
Figure 1: Parts of a transverse wave.

# Measuring a Transverse Wave

- Transverse waves are measured with frequency, or the number of waves produced in a given amount of time.
- 1 hertz = 1 wave per second.   1 Hz = 1/s
- For a transverse wave measuring from crest to crest, or trough to trough, is one wavelength.
- Counting the number of crests usually gives you the frequency.

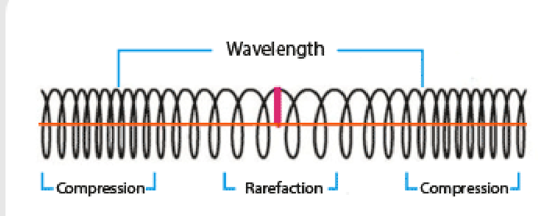


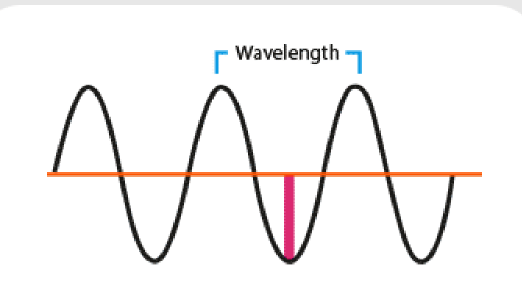

longitudinal wave موجة طولية –موجة طولانية.




## LONGITUDINAL WAVE AND TRANSVERSE WAVE




### LONGITUDINAL WAVE

Longitudinal waves are those waves in which the particles of the medium move parallel to the propagation of the wave. For example, sound waves are longitudinal waves

### TRANSVERSE WAVE

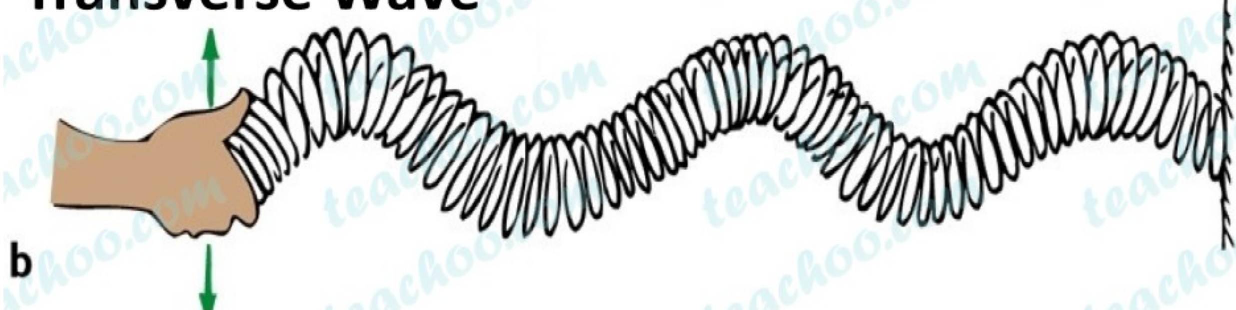
Transverse waves are those waves in which the particles of the medium move perpendicular to the direction of the propagation of the wave. For example, ripples formed on the surface of the water, is a transverse wave.

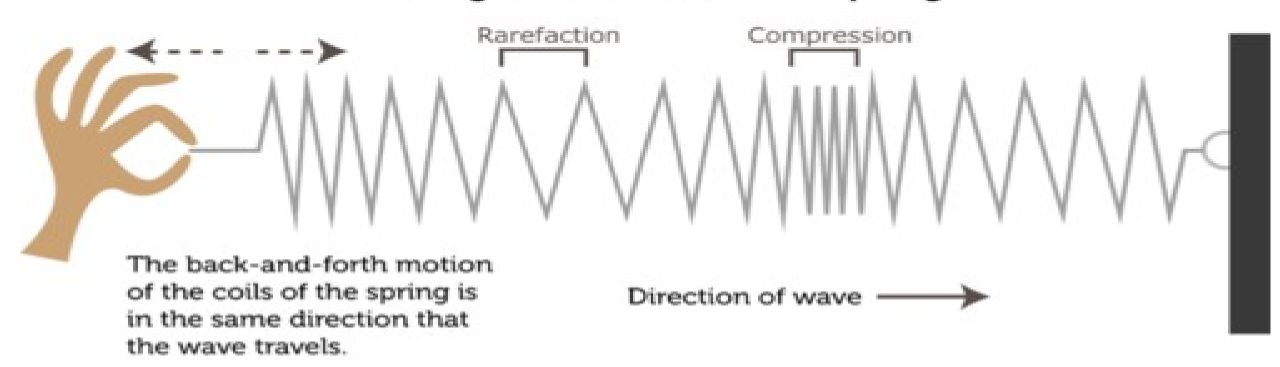
# Longitudinal and Transverse Wave in a Slinky

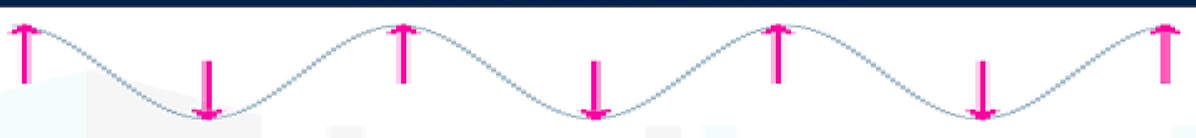
## Longitudinal Wave

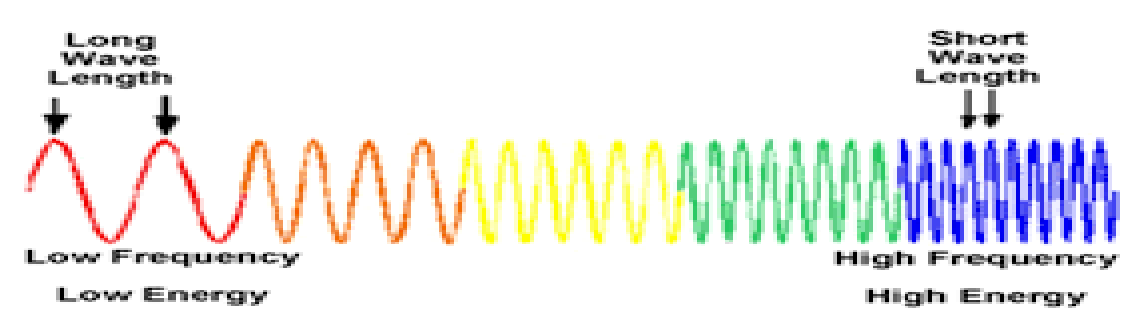



## Transverse Wave



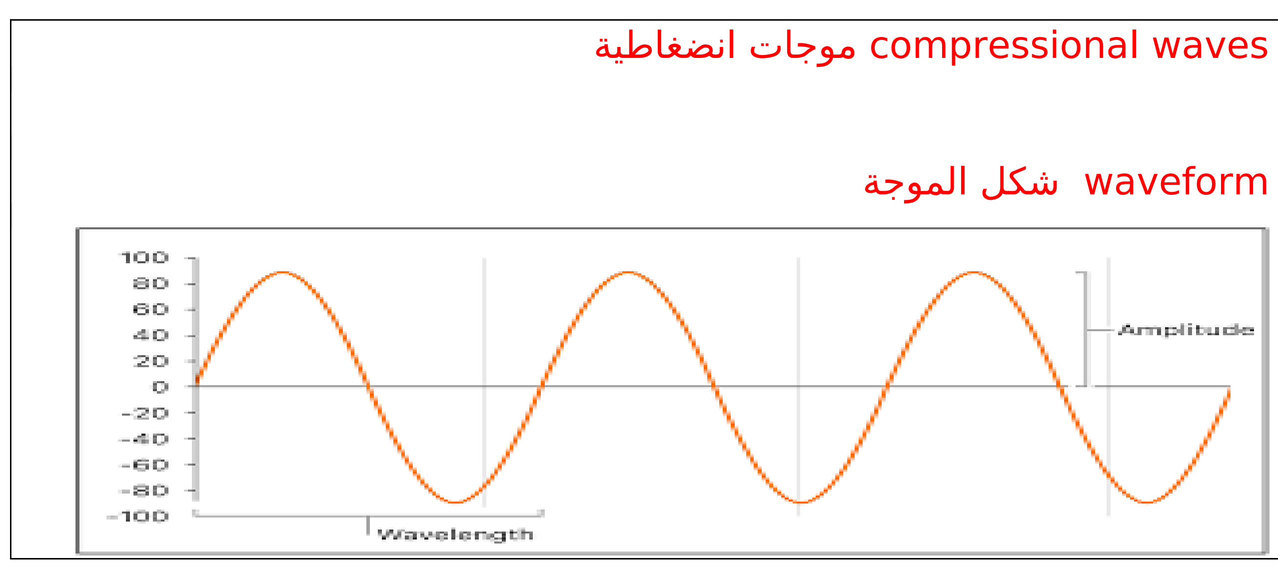



compressional waves موجات انضغاطية

waveform شكل الموجة



مكونات الموجة:

ذروة الموجة و هي أعلى نقطة في الموجة.

أدنى نقطة في الموجة.

ارتفاع الموجة : يقاس ارتفاع الموجة ما بين مستوى سطح الماء الساكن و بين أعلى نقطة تصل إليها الموجة أي أنه ارتفاع ذروة الموجة العلوية عن سطح الماء.

قياس الموجة

يعتمد قياس الموجة على ثلاثة مقاييس وهي :

طول الموجة-تردد الموجة- مدى الموجة.

طول الموجة : هو طول دورة كاملة من دورات الموجة أي أنه المسافة الأفقية بين أي نقطة من نقاط الموجة و النقطة المماثلة لها في الموجة التالية, و لذلك يمكن أن نقيس طول الموجة مثلاً بين أعلى نقطة في تلك الموجة و أعلى نقطة في الموجة التالية لها أي أن قياس طول الموجة يمكن أن يكون من الذروة إلى الذروة و يمكن أن يكون طول الموجة مساوياً للمسافة الأفقية بين أدنى نقطة من نقاط الموجة و أدنى نقطة في الموجة التالية لها.

كلما كانت الموجة أكثر طولاً فإنها تستغرق زمناً أطول حتى تتم إحدى دوراتها و العكس صحيح إذ كلما كانت الموجة أقصر فإنها تستغرق زمناً أقل حتى تتم دورةً واحدة من دوراتها.

طول الموجة هو المسافة ما بين نقطتين متماثلتين من موجتين متعاقبتين .

يرمز لطول الموجة بالحرف اليوناني لامبدا λ .

تردد الموجة هو عدد الموجات التي تمر في الثانية الواحدة و يقاس التردد بوحدة الهرتز و مضاعفاتها.

كلما كان طول الموجة أقل يكون ترددها أعلى و العكس صحيح حيث يكون تردد الموجات الطويلة أدنى.لماذا؟

لأنه في الثانية الواحدة يمكن أن يمر عدد موجاتٍ قصيرة أكبر من عدد الموجات الطويلة , أي أن الثانية الواحدة تتسع لعدد موجاتٍ قصيرة أكثر مما تتسع لعدد

موجاتٍ طويلة , ذلك أن الموجة الطويلة تتطلب زمناً أكبر مما تطلبه الموجة القصيرة حتى تمر و حتى نكمل دورتها.

كما لو أن لدينا شارعين بنفس الأبعاد الشارع الأول تمر فيه سياراتٌ سياحية صغيرة بينما الشارع الثاني تمر فيه سياراتٌ طويلة (شاحنات و حافلات) بالسرعة ذاتها –في الثانية الواحدة سيمر عددٌ من السيارات الصغيرة في الشارع الأول أكبر من عدد السيارات الطويلة التي ستمر في الشارع الثاني.

الموجات ذان طول الموجة الأقصر يكون ترددها أعلى من الموجات الأطول.

الموجات ذات التردد الأدنى يكون طول موجتها أكبر.

مدى الموجة-اتساع الموجة-مطال الموجة

مدى الموجة أو اتساع الموجة هو مدى عمق أدنى نقطة في الموجة أو مدى ارتفاع أعلى نقطة في الموجة, حيث يتم قياس مدى الموجة ابتداءً من الخط الوهمي الأفقي الذي يتوسط الموجة و الذي تصعد الموجة فوقه ثم تهبط تحته.

لا تخلط بين طول الموجة و بين اتساعها .

طول الموجة هو المسافة الأفقية التي تمتد بين أي نقطة في الموجة و بين النقطة المماثلة لها في الموجة التالية.

اتساع الموجة أو مطال الموجة  هو المسافة العمودية التي تمتد بين الخط الوهمي الأفقي الذي ينصف الموجة و بين أعلى أو أدنى نقطة في الموجة.

مثال: تكون موجات الضوء المتألق ذات مطالٍ كبير(اتساع كبير)

يدعى الخط الأفقي الوهمي الذي ينصف الموجة بوضع الراحة.

معادلة حساب سرعة الموجة

سرعة الموجة=طول الموجة×التردد

سرعة الموجة تساوي طول الموجة ضرب ترددها.

Wave speed=wavelength×frequency

سرعة الموجة تقاس بالمتر في الثانية.

طول الموجة يقاس بالمتر.

التردد هو عدد الموجات في الثانية و وحدته  الهرتز.

سرعة الموجة=طول الموجة بالمتر ضرب تردد الموجة بالهرتز.

التردد هو عدد الموجات في الثانية الواحدة: إذا عبرت في الثانية الواحدة 50 موجة مثلاً فذلك يعني بأن تردد هذه الموجة هو 50 هرتز في الثانية الواحدة.

طول الموجة هو المسافة الأفقية بين أي نقطة في الموجة و النقطة المماثلة لها في الموجة التالية.

مثال:

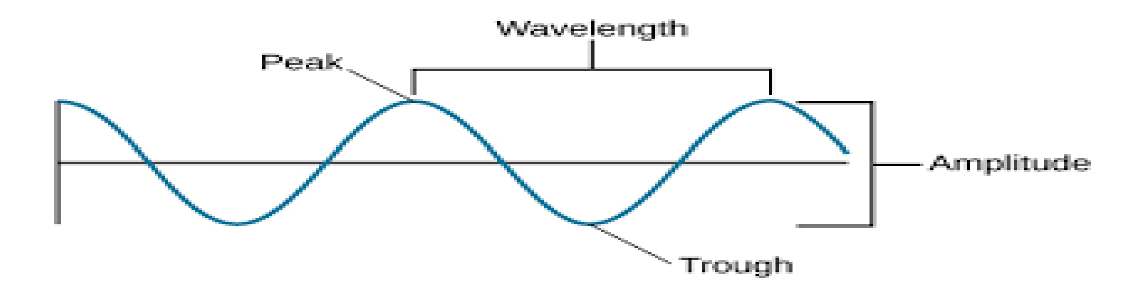
إذا كان طول موجةٍ ما مترين اثنين و كان ترددها 5 هرتزHz في الثانية فإن سرعة هذه الموجة تساوي  2×5=10 متر في الثانية الواحدة  10m\s

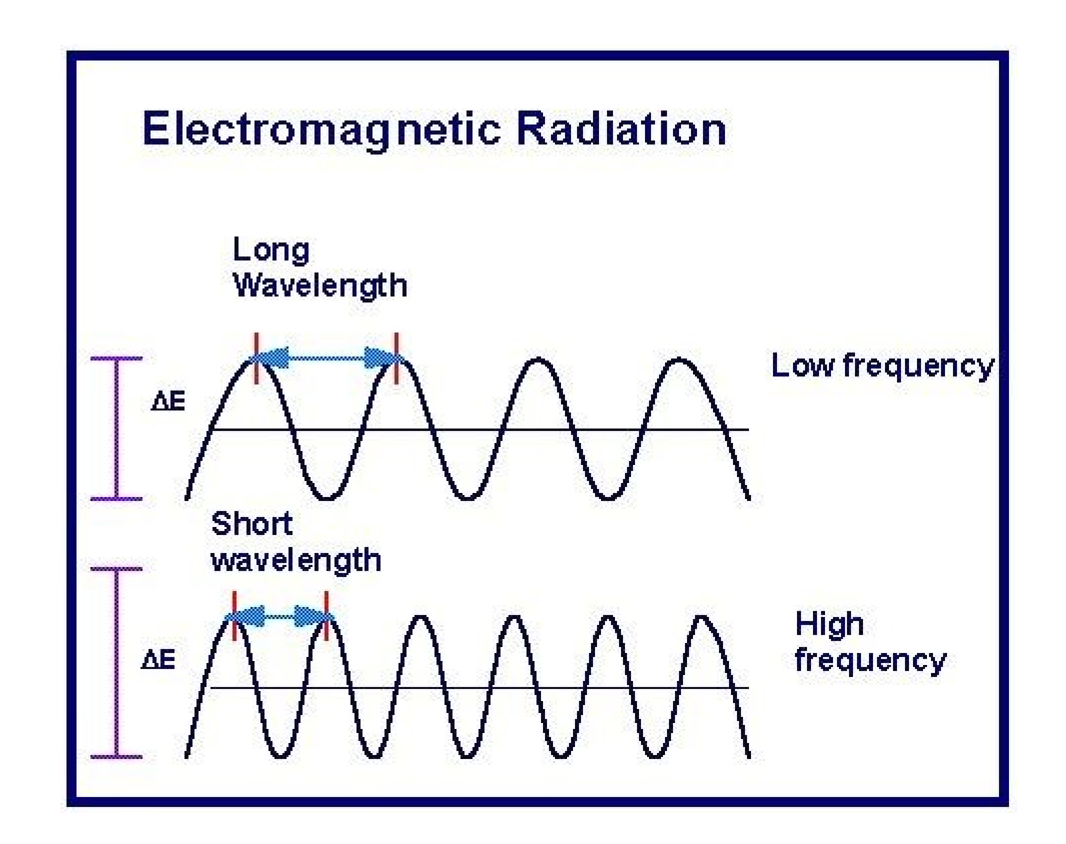
تعطى نتيجة قياس سرعة الموجة دائماً بالمتر في الثانية m\s.

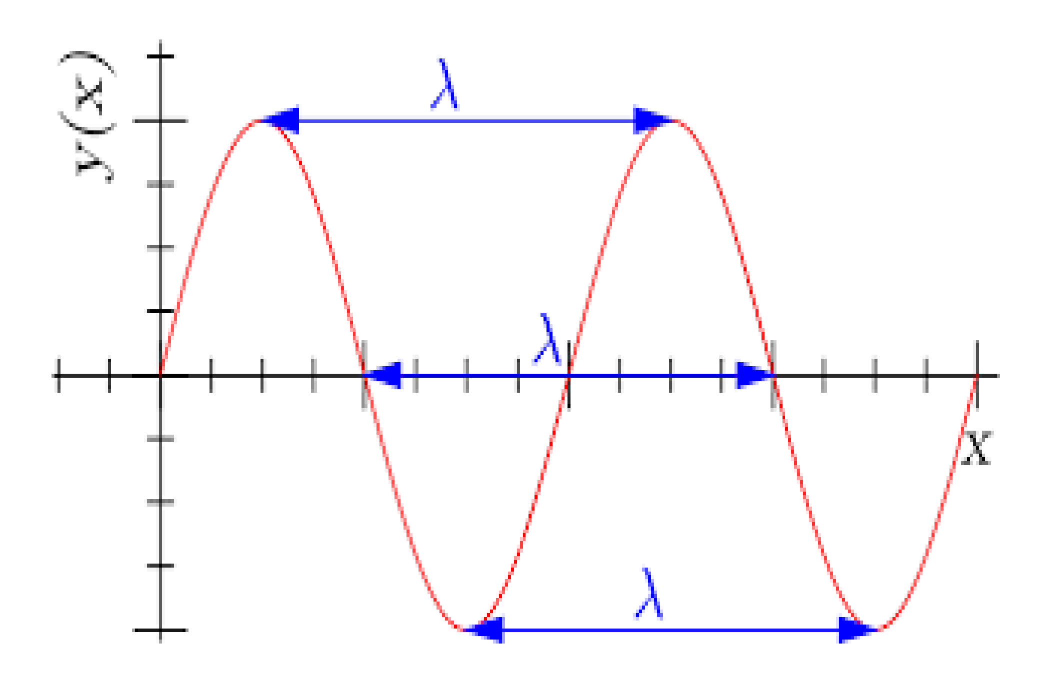
يؤدي الاحتكاك ما بين الرياح و الماء إلى انتقال شيءٍ من طاقة الرياح إلى الماء على شكل موجات.

طول الموجة : المسافة ما بين نقطتين متماثلتين من موجتين متعاقبتين.

يشار إلى طول الموجة بالحرف اليوناني  لامبدا  λ .

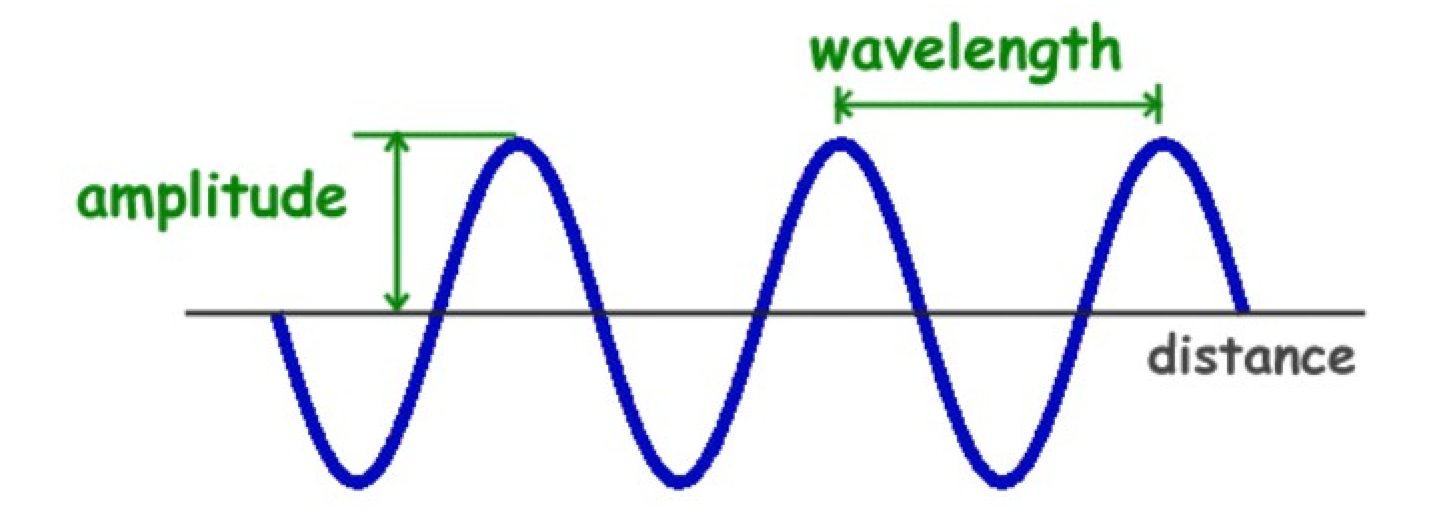


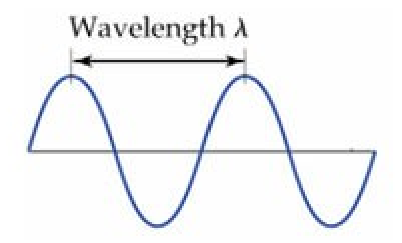

Electromagnetic Radiation
Long
Wavelength
Low frequency
ΔE
Short
wavelength
High
frequency
ΔE

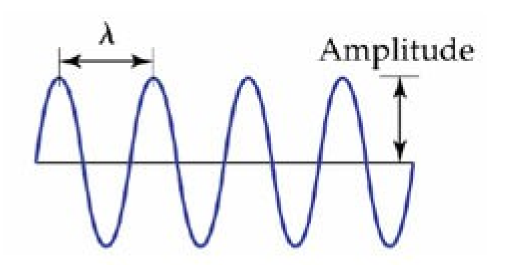

y(x)
λ
λ
λ
X

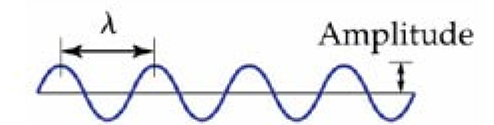
wavelength

$\lambda$




| λ |
|---|
| وضع الراحة rest position |
| طول الموجة Wavelength |

تردد الموجة Frequency

مدى الموجة-سعة الموجة Amplitude

**الموجة الكهرومغناطيسيةelectromagnetic wave**

ارتفاع الموجة Wave height

أعلى نقطة في الموجة (ذروة الموجة)Crest

منخفض الموجة –غور الموجة –أدنى نقطة في الموجة Trough

مستعرض Transverse

طولي **Longitudinal**

**زلزاليseismic** ['saɪzmɪk]

اكتشف غاليليو في العام 1600 أن الصوت ينتج عن اهتزازات و أنه كلما كان تردد الاهتزاز أعلى كانت طبقة الصوت التي نسمعها أكثر ارتفاعاً.

كلما ازداد تردد الصوت كانت موجاته أكثر تراصاً و قرباً من بعضها البعض و العكس صحيح إذ أنه كلما انخفض تردد الصوت كانت موجاته أكثر تباعداً من بعضها البعض.

إن تردد الموجة الصوتية يحدد طبقتها بينما يحدد مطال أو اتساع الموجة مدى ارتفاع الصوت أو انخفاضه.

طريقة فورييه في التحليل :

تعتمد طريقة فورييه على تجزئة الموجة إلى الموجات الجيبية التي تتألف منها تلك الموجة.

**Sine wave** موجة جيبية

بالاعتماد على دراسة كيفية اهتزاز و رنين المواد المختلفة أمكن تصميم أبنية ذات رنينٍ يختلف عن رنين الزلازل الشائعة و ذلك لتجنب أضرار الزلازل.

معادلة بيسيل :

تعرف كذلك باسم وظيفة بيسيل و تستخدم في تحليل الموجات و دراسة حركة الموجات الكهرومغناطيسية التي تتحرك على امتداد سلك و انكسار الضوء و تدفق الحرارة و الكهرباء و دراسة حركة السوائل.

**Bessel functionوظيفة بيسيل**

الموجات الكهرومغناطيسية

. تنقل الموجات الكهرومغناطيسية الطاقة من موقعٍ لآخر

تنتقل الموجات الكهرومغناطيسية في الخواء بسرعة الضوء.

ينتمي الضوء المرئي إلى طائفة الموجات الكهرومغناطيسية.

تدعى موجات الضوء غير المرئي بالطيف الكهرومغناطيسي.

تتميز الموجات الراديوية بأن موجاتها هي الأطول كما أن تردداتها هي الأدنى و ذلك على عكس أشعة غاما التي تتميز بأن موجاتها هي الأقصر كما أن تردداتها هي الأعلى .

بالطبع فإنه كلما كانت الموجة أكثر طولاً انخفض ترددها و العكس صحيح إذ كلما كانت الموجة أقصر ارتفع ترددها. لماذا؟

لأن التردد هو عدد الموجات التي تمر في ثانية واحدة و لذلك كلما كانت الموجة أطول فإن عدداً أقل من الموجات سيمر في الثانية الواحدة و العكس صحيح إذ أنه كلما كانت الموجة أقصر فإن عدداً أكبر من الموجات سيمر في الثانية الواحدة.

إن الموجات الأقصر من حيث طول الموجة مثل أشعة غاما و أشعة إكس يمكن أن تحمل مقداراً كبيراً من الطاقة بينما لا تستطيع الموجات الراديوية الأكثر طولاً أن تقوم بذلك.

تستطيع بعض الحيوانات أن تتحسس الأشعة تحت الحمراء حيث تمتلك الأفاعي مثلاً جيبين يقعان في مقدمة رأسها تحويان خلايا مستقبلات حرارية و عن طريق تلك الجيوب تستطيع الأفعى أن تطارد فرائسها من ذوات الدم الحار.

يمكن تمثيل التردد على شكل نابض حيث تمثل حلقات النابض الموجات المكونة لذلك التردد –كلما ازداد عدد حلقات النابض ضمن مسافة معينة دل ذلك على ارتفاع التردد و العكس صحيح إذ أنه كلما قل عدد حلقات النابض ضمن مسافة معينة دل ذلك على انخفاض التردد.

أشعة غاما : تنتج هذه الأشعةعن النشاطات الإشعاعية و هذه الأشعة تستطيع حمل مقادير هائلة من الطاقة –تستخدم في تعقيم الأطعمة كما تستخدم كأداةٍ جراحية.

تتسبب أشعة غاما في الإصابة بالأورام السرطانية كما أنها في الوقت ذاته تستطيع قتل الخلايا السرطانية.

أشعة إكس : تستطيع أشعة إكس اختراق الجلد و الأنسجة الغضة غير أن العظام و الأنسجة الصلبة تقوم بامتصاصها و لذلك فإنها تستخدم في الصور الطبية.

الأشعة فوق البنفسجية : أشعة مؤذية للجلد و العينين و هي تشكل إحدى أطياف أشعة الشمس.

ألوان الضوء المرئي:

يعتمد لون الضوء الذي نراه على طول موجة الضوء فالضوء الأحمر يمتلك أكبر طول موجة أي أن طول موجته هو الأكبر .

الضوئين البنفسجي و الأزرق يتميزان بطول موجة أقصر من الضوئين الأخضر و الأصفر.

مصدر الأشعة الكهرومغناطيسية:

إن إصدار الأشعة الكهرومغناطيسية يكون مرتبطاً بالقوة التي تحفظ الإلكترونات في مداراتها حول نواة الذرة إذ لا يمكن للإلكترون أن يتحرك من مدارِ ما إلى المدار التالي الأعلى إلا إذا توفرت له مقادير كافية من الطاقة لتحقيق ذلك الأمر.



هام جداً :

عندما يتحرك الإلكترون من مدارِ ما إلى المدار التالي الأعلى فإنه يحتاج إلى توفر مقادير كافية من الطاقة حتى يتمكن من تحقيق ذلك الأمر.

إن عملية انتقال الكترون من مداره إلى المدار التالي الأعلى من مداره الحالي هي عمليةٌ مستهلكة للطاقة.

عندما يتحرك الكترون عائداً إلى مداره الأصلي أي عندما ينزل الإلكترون من مدارِ إلى مدارِ أدنى منه و أكثر قرباً من نواة الذرة فإن ذلك الإلكترون يطلق طاقةً على شكل إشعاع ذو طول موجة محدد و هذه العملية هي العملية التي تجعل العناصر تتوهج بضوء منظور كما أنها العملية التي تجعل العناصر تطلق الأشعة.

عندما يكون الإلكترون قريباً من نواة الذرة فإنه يكون في وضع الطاقة المنخفضة

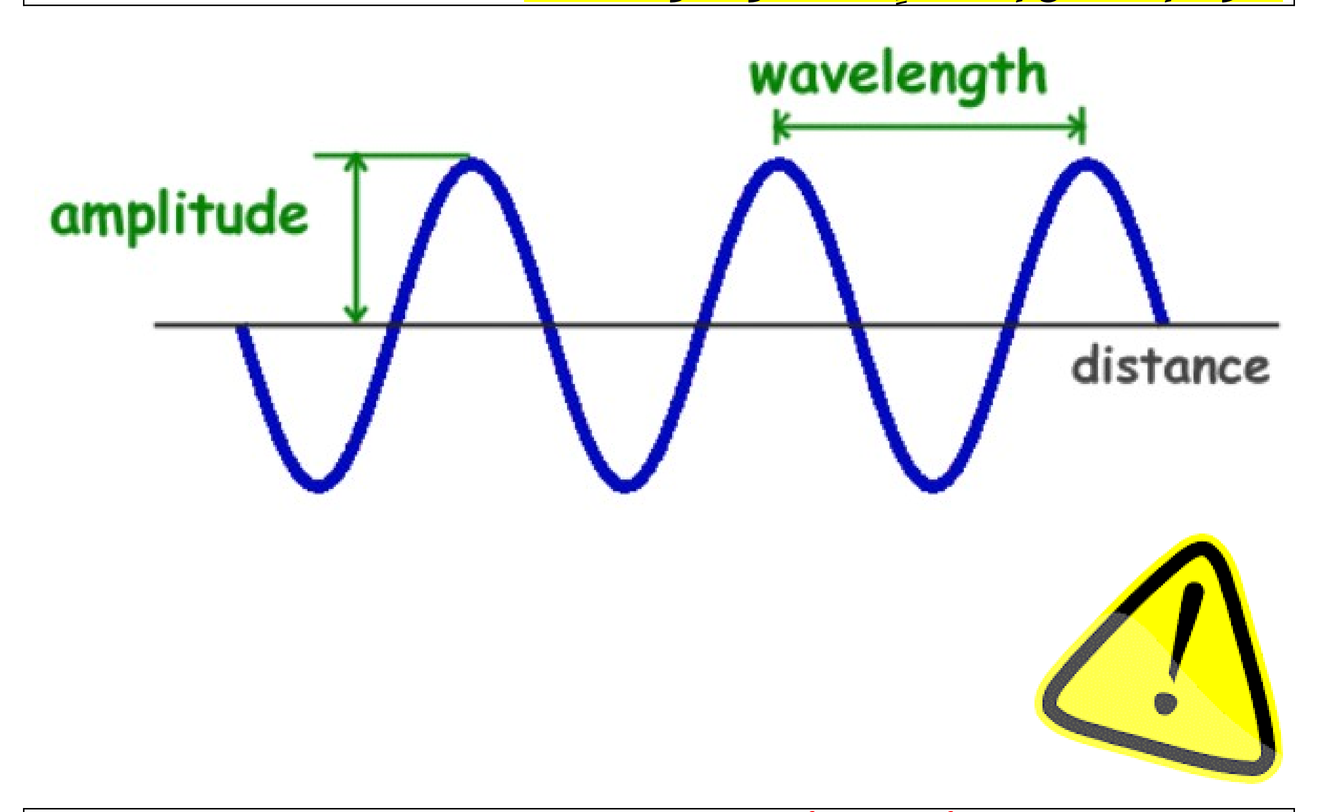
Low-energy position

يمكن تصور المسألة على الصورة التالية : حتى يتخلص الإلكترون من جاذبية نواة الذرة له فإنه يحتاج إلى مقدار من الطاقة يمكنه من الابتعاد قليلاً عن جاذبية الذرة إلى مدارِ أعلى و أكثر بعداً عن نواة الذرة و عندما يعود الإلكترون مجدداً إلى مداره الأصلي الأقرب من نواة الذرة لا تعود لديه حاجة بتلك الطاقة الزائدة التي استخدمها للإفلات قليلاً من جاذبية نواة الذرة و لذلك فإنه يطلق تلك الطاقة على شكل إشعاع.

عندما يتلقى الإلكترون إشعاعات ذات طول موجة مناسب فإنه أي الإلكترون ينتقل من مداره إلى المستوى الأعلى التالي أي أنه ينتقل إلى المدار التالي الأعلى و الأكثر بعداً عن نواة الذرة.

بعد تلقي الإلكترون لتلك الأشعة و بعد أن ينتقل إلى المدار الأعلى فإنه يصبح أكثر بعداً عن نواة الذرة أي أنه يصبح في مستوى الطاقة العالي High-energy level .

و عندما يعود الإلكترون إلى مستوى أدنى أي عندما يعود إلى مدارٍ أقرب إلى نواة الذرة فإنه يطلق إشعاعاتٍ ذات طول موجة محدد.




الاختلاف بين الضوء الأحمر و الأشعة تحت الحمراء

الأشعة تحت الحمراء تتميز بترددٍ أدنى و طول موجة أكبر من الضوء الأحمر المرئي.

من الطبيعي أن يكون التردد أدنى إذا كان طول الموجة أكبر لأن التردد هو عدد الموجات التي تمر في ثانية واحدة و بالتالي فإنه كلما كانت الموجة أكثر طولاً كان عدد الموجات التي تمر في ثانيةٍ واحدة أقل و بالتالي فإن التردد العام سيكون أدنى و العكس صحيح.

الضوء الأحمر المرئي تردد موجاته أعلى من تردد موجات الأشعة تحت الحمراء.

لماذا؟

لأن طول موجة الضوء الأحمر المرئي أقل من طول موجة الأشعة تحت الحمراء.

الأشعة تحت الحمراء تردد موجاتها أدنى من تردد موجات الضوء الأحمر المرئي.

لماذا؟

لأن طول موجتها أكبر من طول موجة الضوء المرئي الأخمر.

الضوء الأخمر المرئي طول موجته أقصر من طول موجة الأشعة تحت الحمراء.

الأشعة تخت الحمراء طول موجتها أطول من طول موجة الضوء الأحمر المرئي.

الأشعة تحت الحمراء هي أدنى من الضوء الأحمر المرئي من حيث التردد و ليس من حيث طول الموجة.

كلما ازداد طول الموجة انخفض التردد و العكس صحيح حيث أنه كلما قل طول الموجة ارتفع التردد.

تستخدم الأشعة تحت الحمراء في تشغيل الطباخات و السخانات كما تستخدم في تشغيل أجهزة التحكم عن بعد .

الضوء

الضوء هو الشكل الوحيد من أشكال الإشعاع الكهرومغناطيسي القابل للرؤية .

يمكن تحليل الضوء إلى الأطياف اللونية التي يتألف منه بواسطة موشور زجاجي لأن الموشور الزجاجي يكسر الضوء.

يتحلل الضوء الخارج من موشورٍ زجاجي إلى سبعة أطيافٍ ضوئية أعلاها الضوء الأحمر و هو يتميز بأطول موجة و أدناها الطيف البنفسجي و هو أقصرها من حيث طول الموجة .

إذا سلطنا ضوءاً أبيض على موشورٍ زجاجي فإن الزجاج سوف يكسر الضوء و يقوم ببعثرته و من خلال عملية البعثرة فإن الضوء الأبيض سوف يتفكك إلى أطوال موجة مختلفة , أي أنه سوف يتحلل إلى مكوناته التي تعرف بالطيف.

سوف يبدأ ذلك الطيف اللوني باللون الأحمر لأن الضوء الأحمر يمثل الموجة الأكثر طولاً كما أن هذا الطيف اللوني سوف ينتهي باللون البنفسجي لأن الضوء البنفسجي يتميز بأقصر موجة.

نتمكن من رؤية الألوان من خلال المعلومات التي ترسلها إلى المخ ملايين الخلايا الحساسة للضوء الموجودة في العين و التي تعرف بالمخاريط .

هنالك 3 أنواع من المخاريط و هذه المخاريط تستجيب للألوان الثلاثة الأساسية : الأحمر و الأزرق و الأخضر , و يمكننا أن نرى جميع الألوان كمزيجٍ من هذه الألوان الرئيسية الثلاثة.

أحمر+أخضر←أصفر

أحمر+أخضر+أزرق←أبيض

و هكذا

يتحدد لون أي شيءٍ في الطبيعة وفقاً للألوان التي يمتصها و الألوان التي يعكسها فالألوان التي يعكسها ذلك الشيء هي التي تحدد لونه النهائي الذي سنراه فيه فالأشياء ذات اللون الأبيض مثلاً تعكس جميع الأطياف اللونية الموجودة في الضوء الأبيض دون أن تمتص أياً منها بينما الأشياء الصفراء اللون تعكس اللون الأصفر بينما تقوم بامتصاص جميع الألوان الأخرى و الأشياء السوداء اللون تمتص جميع الألوان ولا تعكس أي لون.

عندما تصطدم الأشعة بسطحٍ صقيل مثل المرآة مثلاً فإنها تنعكس معطيةً صورةً واضحة و لكن معكوسة أما السطوح الخشنة فإنها تجعل الضوء يتشتت في اتجاهاتٍ مختلفة.



## انكسار الضوء

يتحرك الضوء في خطٍ مستقيم في الأوساط الشفافة المختلفة التي يمر عبرها, غير أن سرعة تحرك الضوء في كل وسط تكون مختلفة عن سرعة تحركه في الوسط الآخر, أي أن سرعة تحرك الضوء تتباين وفقاً للوسط الذي يمر من خلاله, و عندما ينتقل الضوء من وسطٍ لوسطٍ آخر ( ماء-زجاج-هواء) فإن سرعته تختلف و هذا الاختلاف في السرعة يؤدي إلى انحراف أشعة الضوء و هي الظاهرة التي تعرف بظاهرة الانكسار.

تعبر الأشعة الواردة الوسط الشفاف الأول (الهواء مثلاً) في زاوية تعرف بزاوية الورود و هذه الزاوية تكون مقاسةً بالنسبة خطٍ عمودي وهمي يتعامد بزاويةٍ قائمة قدرها بالطبع 90 درجة مع ذلك الوسط .

تنتقل أشعة الضوء من الوسط الشفاف الأول (الهواء مثلاً) إلى الوسط الشفاف الثاني (الماء أو الزجاج مثلاً) فتتغير سرعتها ضمن ذلك الوسط زيادةً أو نقصاناً تبعاً لدرجة كثافة ذلك الوسط و هذا التغير في السرعة يؤدي إلى انكسار تلك الأشعة بزاوية تعرف بزاوية الانعكاس.

كلما كان الوسط أكثر كثافةً كانت سرعة الضوء أو الأشعة التي تمر فيه أكثر بطئاً لذلك فإن سرعة مرور الأشعة الضوئية في الزجاج أو الماء تكون أبطأ من سرعة مرورها في الهواء.

يؤدي عبور الأشعة الضوئية في وسطٍ ذو كثافةٍ أعلى إلى انكساره نحو الداخل.

عندما تجتاز الأشعة الضوئية الوسط الثاني الأعلى كثافةً(الماء أو الزجاج) و تعود إلى الوسط الأول(الهواء) فإنها تستعيد سرعة تحركها السابقة كما أنها تستعيد زاوية انكسارها السابقة و تستعيد مسارها السابق.

عندما يتحرك الضوء في الهواء ثم ينتقل إلى وسطٍ أعلى كثافةً مثل الماء أو الزجاج فإن سرعة أشعته تتباطأ و كذاك فإن أشعته تنكسر نحو الداخل ,أي أن أشعة الضوء تتباطأ و تغير مسارها عتدما تمر عبر وسطٍ أعلى كثافةً .

و بعد أن تجتاز أشعة الضوء ذلك الوسط الأعلى كثافةً كالماء أو الزجاج لتعود مجدداً إلى وسطٍ أدنى كثافةً كالهواء فإن أشعة الضوء تستعيد كلاً من سرعتها و مسارها السابقين, أي أن أشعة الضوء تتسارع من جديد و تغير زاوية انكسارها.

## الصورة الحقيقية و الصورة الافتراضية

إن الصورة التي تبدو في مرآة تظهر و كأنها وراء المرآة و بالرغم من أن أشعة الضوء تبدو مركزةً هناك فإنها حقيقةً لا تلتقي في تلك النقطة و عذا ما يدعى بالصورة الافتراضية , و ذلك بخلاف الصورة التي تظهر على شاشة السينما و هي صورةٌ حقيقية لأن الأشعة التي تطلقها آلة العرض السينمائي تتركز مباشرةً على الشاشة.

بسبب انكسار أشعة الضوء داخل الماء فإن عمق الماء يبدو أقل مما هو عليه في الحقيقة , كما أن أي جسم يسبح داخل الماء يبدو أعلى مما هو عليه في الحقيقة و ربما فإن هذا هو سبب المثل العامي الشائع لدينا " المية تكذب الغطاس" .

الضوء في سطور

الضوء هو أحد أشكال الأشعة الكهرومغناطيسية.

تتحرك أشعة الضوء في خطوط مستقيمة.

الضوء هو أحد أشكال الطاقة.

تكتسب جميع الأجسام طاقةً عندما يقع الضوء عليها.

ينتقل الضوء عن طريق سيل جسيماتٍ تعرف بالفوتونات الضوئية و أحياناً يسلك سيل الفوتونات هذا سلوك الموجة.

الفوتون هو وحدة الكم الضوئي.

يمكن للموجات الكهرومغناطيسية بما فيها الضوء أن تنتقل في الخواء مثل الفضاء الخارجي ( كما تنتقل أشعة ضوء الشمس).

الضوء هو أسرع موجودات الكون المعروفة حيث تبلغ سرعة انتقاله في الخواء

أي تقريباً 300 ألف كيلومتر في الثانية الواحدة 299,792.

**العدسات**

تعتمد العدسات في عملها على مبدأ انكسار الضوء و تستخدم العدسات في تركيز الضوء و العدسات على نوعين عدساتٌ محدبة و عدساتٌ مقعرة .

العدسة المحدبة تكون ثخينةً في وسطها و رقيقةً عند أطرافها و تقوم بتركيز الضوء في نقطةٍ مركزية تقع أمام العدسة بمسافة تعرف بالبعد البؤري .

تعرق نقطة تأثير العدسة أي النقطة التي تركز العدسة فيها أشعتها  بالبؤرة الرئيسية.

عندما تمر الأشعة الضوئية من خلال عدسةٍ محدبة فإن تلك الأشعة تنحني نحو الداخل .

العدسة المقعرة تجعل الضوء ينتشر و يتفرق.

البعد البؤري : هو البعد بين العدسة و نقطة تركيزها.

بالنسبة للعدسات اللامة التي تقوم بتركيز الضوء مثل العدسات المحدبة فإن البعد البؤري يكون إيجابيا , اما بالنسبة للعدسات المباعدة أو العدسات المشتتة للضوء كالعدسات المقعرة فإن البعد البؤري يكون سلبياً .

تقوم العدسة المحدبة بتركيز الضوء في نقطةٍ مركزية واحدة.

الانعكاس: هو اختلاف جهة الموجة بين وسطين متباينين بحيث أن الموجة تصطدم في الوسط الثاني و ترتد عائدةً إلى الوسط الاول الذي نشأت فيه.

يحدث الانعكاس في الموجات الضوئية و الموجات الصوتية و موجات المياه و غيرها من الموجات.

الأشعة تحت الحمراء: إشعاعٌ كهرومغناطيسي طول موجته أعلى من طول موجة الضوء المرئي و اقصر من طول موجة الموجة الصغروية ( الميكروويف)

الضوء الاحمر هو الضوء المرئي الطول موجة  بين جميع أطياف الضوء المرئية.

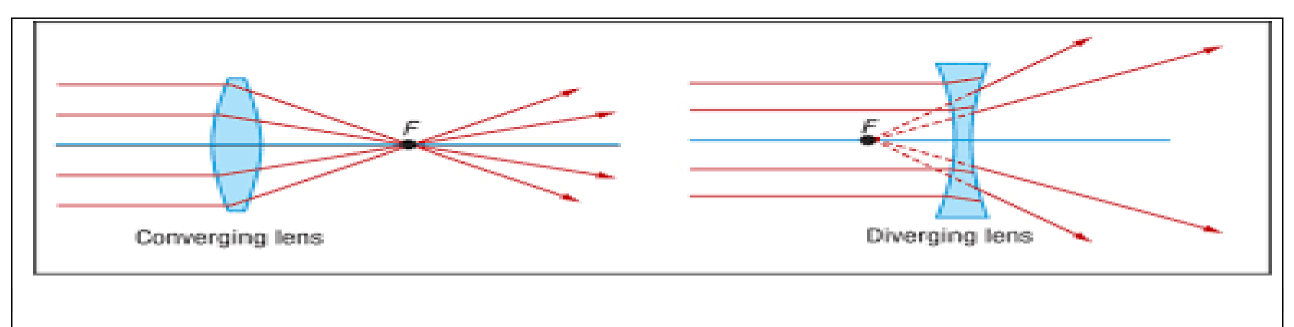
يتراوح طول موجة الأشعة تحت الحمراء ما بين  700 نانوميتار و 1 ميليميتار .

الأشعة ما فوق البنفسجية : أشعة كهرومغناطيسية طول موجتها أقصر من طول موجة الأشعة المرئية و أطول من طول موجة أشعة إكس .

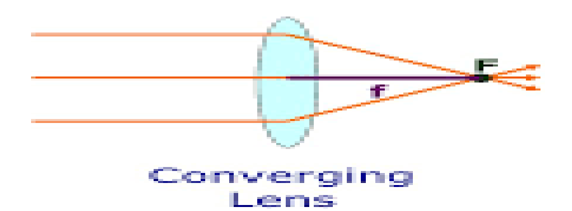
ionizing radiation  شعاع مؤين.

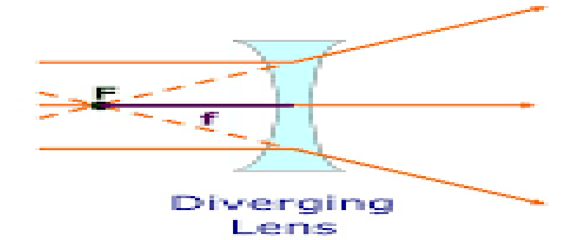
diverging lensعدسة مباعدة

converging lensعدسة لامة

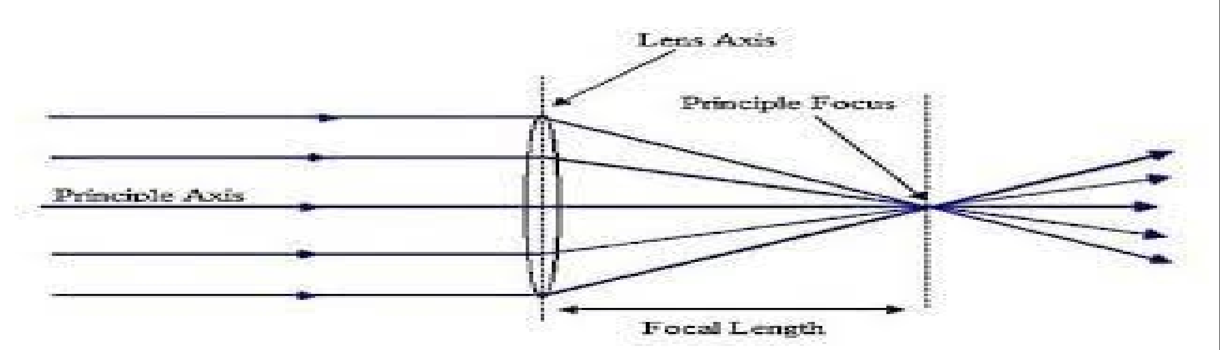


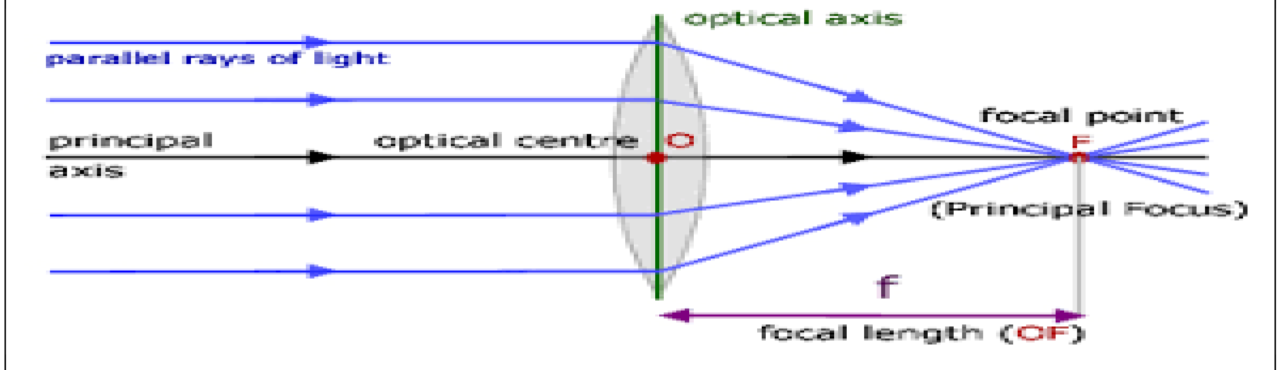

**Lenses**



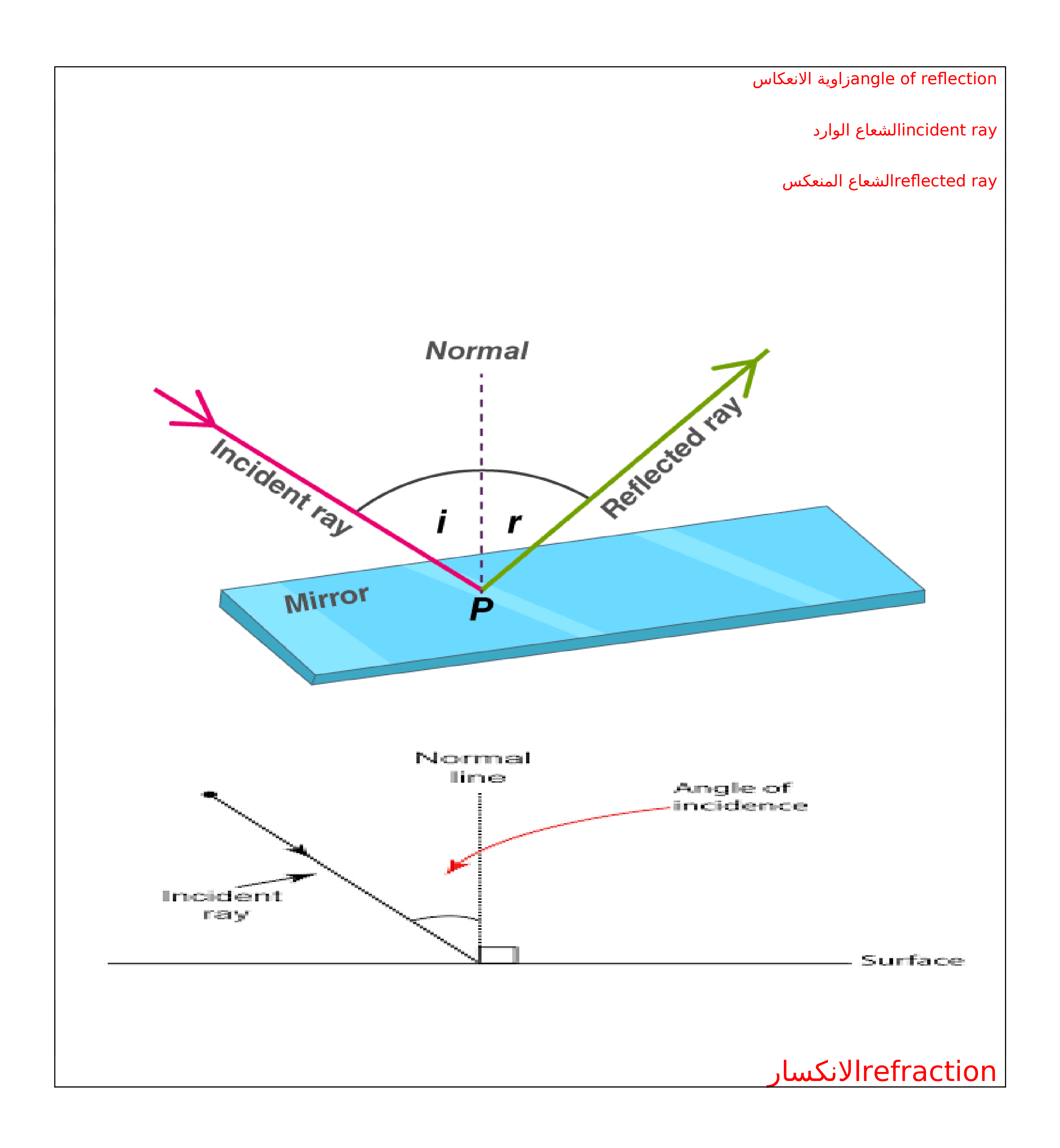

البؤرة الرئيسيةprincipal focus



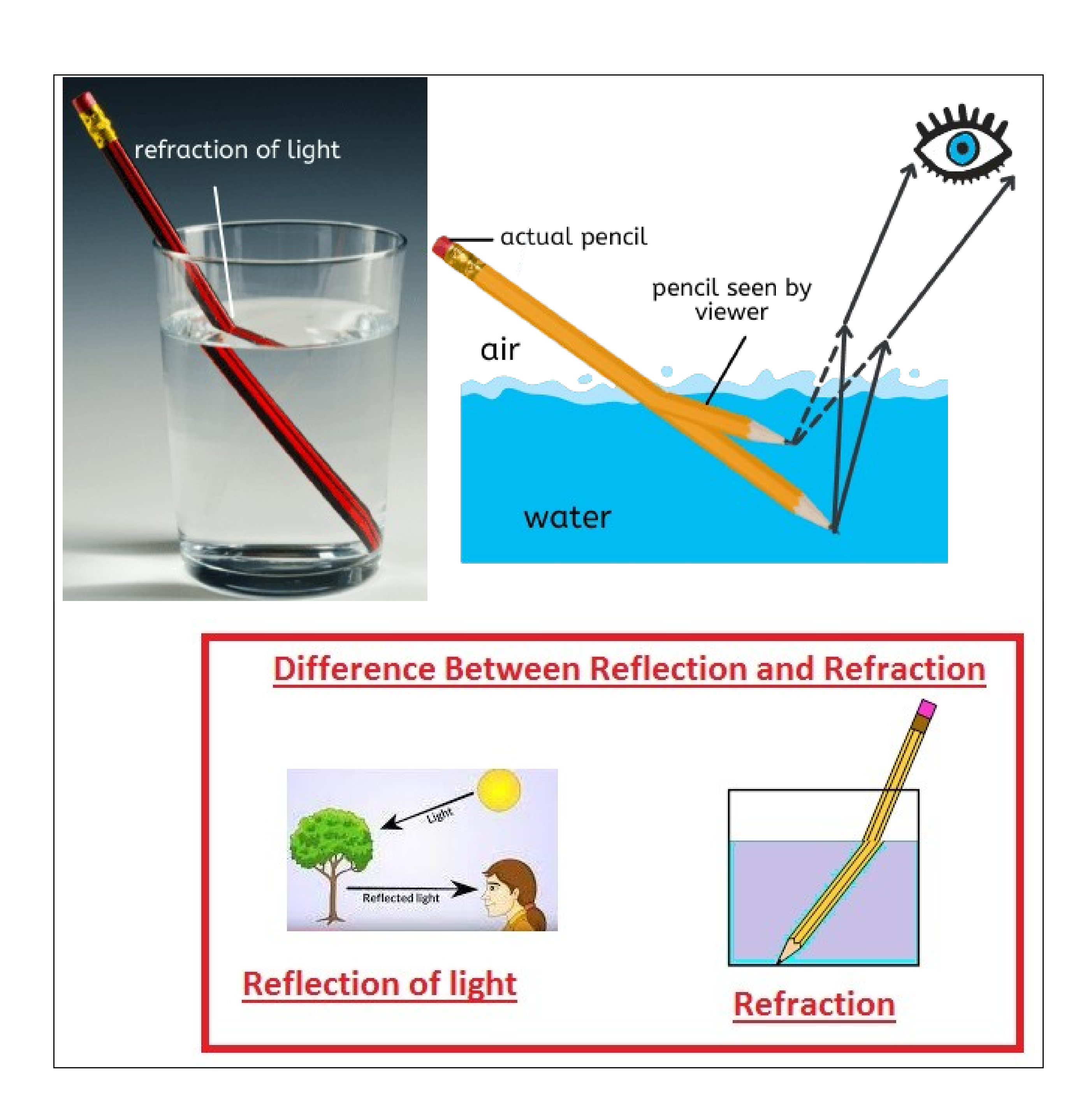



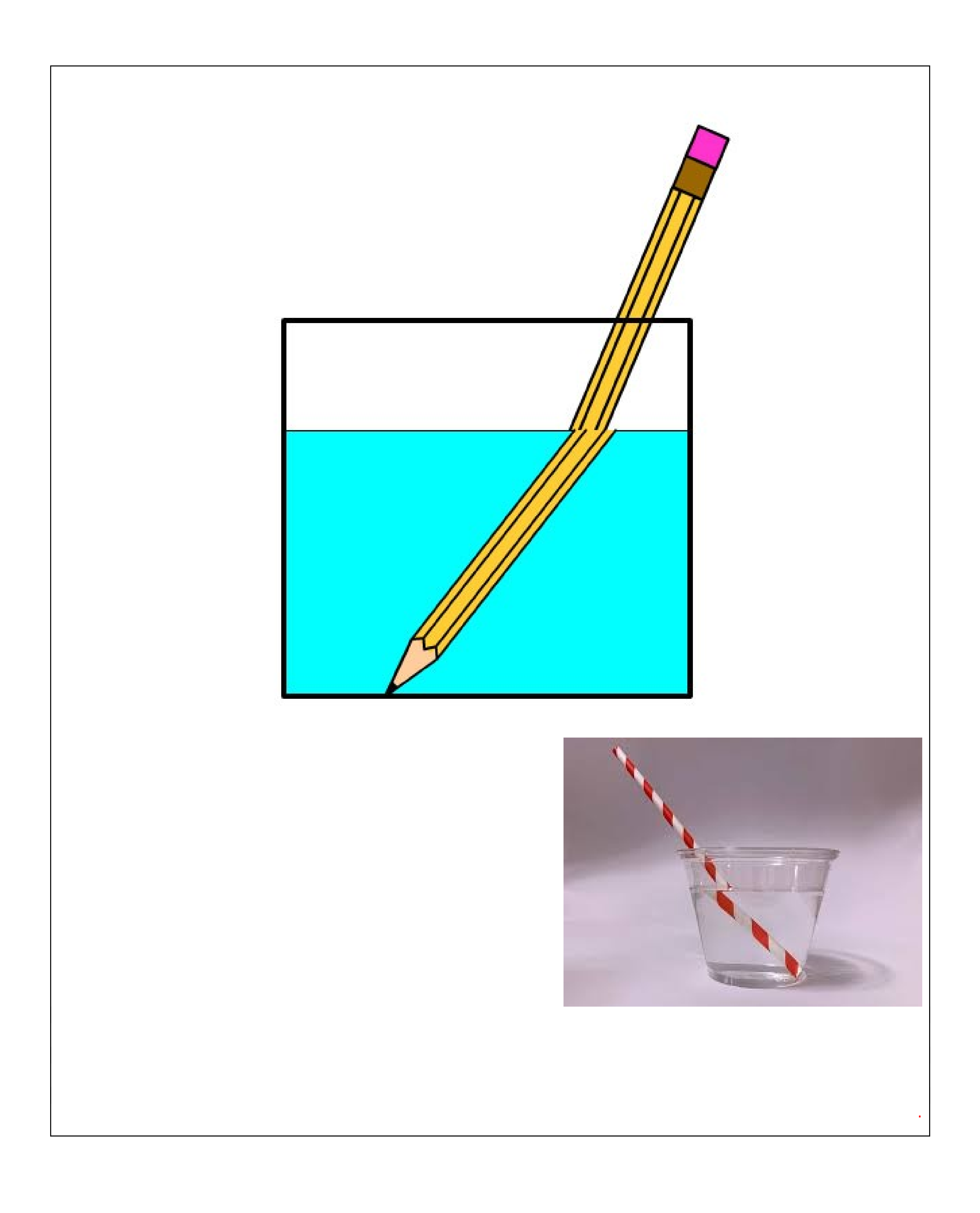

البعد البؤريfocal length

زاوية الورودangle of incidence



زاوية الانعكاسangle of reflection
الشعاع الواردincident ray
الشعاع المنعكسreflected ray
Normal
Incident ray
Reflected ray
i
r
Mirror
P
Normal line
Angle of incidence
Incident ray
Surface
الانكسارrefraction


refraction of light
actual pencil
pencil seen by viewer
air
water
Difference Between Reflection and Refraction
Light
Reflected light
Reflection of light
Refraction





**التداخل الاشعاعي**

عندما يلتقي إشعاعين ضوئيين مع بعضهما البعض فإن أحدهما يؤثر في الآخر و هي الظاهرة التي تعرف بالتداخل , فإذا كان هذين الاشعاعين متزامنين مع بعضهما البعض فإن أحدهما سوف يعزز الآخر و يدعمه و هو ما يدعى بالتداخل البنائي .

أما إذا كان هذين الشعاعين غير متزامنين مع بعضهما البعض فإنهما سوف يلغيان بعضهما البعض و هو ما يدعى بالتداخل التدميري.

يستخدم الفلكيون ظاهرة التداخل بين إشعاعات النجوم و الجرام الفلكية المختلفة في تصوير تلك النجوم و الأجرام الفلكية .

**تداخل موجتين ضوئيتين متزامنتين :**

إذا كانت لدينا موجتين ضوئيتين أ و ب متزامنتين لكلِ منهما طول موجة و مطال فإنه عندما تندمج هاتين الموجتين المتزامنتين في موجةٍ واحدة فإن طول الموجة في الموجة الناشئة عن اندماجهما يبقى كما هو بينما يتضاعف مطال الموجة في الموجة الناتجة عن اندماجهما و تداخلهما مع بعضهما البعض.

طول الموجة هو المسافة الأفقية بين أي نقطة من الموجة و بين النقطة المماثلة لها في الموجة التالية.

مطال الموجة : هو المسافة العمودية الوهمية بين الخط الوهمي الأفقي الذي يقسم الموجة إلى قسمين علوي و سفلي و بين أعلى أو أدنى نقطة في تلك الموجة.

أي أنه عند اندماج موجتين متزامنتين مع بعضهما البعض فإن ترددهما يبق كما هو.لماذا؟

لأن طول الموجة يبقى على حاله.

**تداخل و اندماج موجتين ضوئيتين غير متزامنتين:**

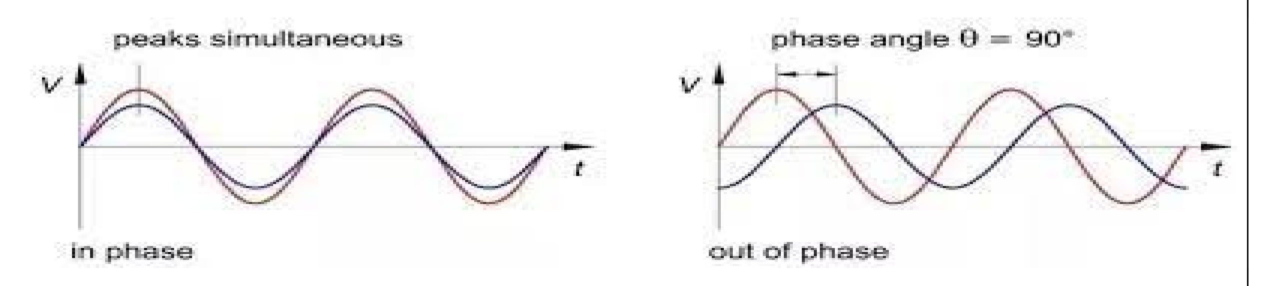
في حال اندماج و تداخل موجتين ضوئيتين غير متزامنتين مع بعضهما البعض فإنهما تلغيان بعضهما البعض حيث تزول كلا الموجتين و نحصل على ما يدعى بالموجة التدميرية .

عندما تتداخل موجتين ضوئيتين  غير متزامنتين مع بعضهما البعض فإن مطاليهما يلغيان بعضهما البعض مما يعرض كلا الموجتين للدمار الكلي.



متزامنةinphase=sept

غير متزامنةout of phase=out of sept




موجة تدميريةdestructive wave

تداخلٌ بنائيconstructive interference

تداخلٌ تدميريdestructive interference

مطال الموجةAmplitude

طول الموجةWavelength

Wavelength stays the same.Amlitude doubles.

عند تداخل موجتين ضوئيتين متزامنتين مع بعضهما البعض فإن طول الموجة يبقى على حاله بينما يتضاعف مطال الموجة.

**عدسة مبعثرة diverging lens**

إشعاع متشتتdiverging rays



يقال عن شارةٍ ما بأنها متوافقة الطور أو متوافقة الصفحة مع شارةٍ أخرى إذا كانت كلتا الشارتين متزامنتين مع بعضهما البعض , أي إذا كانتا تبدآن دورتهما سوياً .

يقال عن شارتين أو أكثر بأنهما ليستا في الطور ذاته أو الصفحة ذاتها أي أنهما غير متوافقتي الطور و أن ترددیهما غير متوافقين مع بعضهما البعض إذا كانت دورتيهما غير متزامنتين مع بعضهما البعض أي إذا كانتا لا تبدآن دورتيهما في الوقت ذاته بصورةٍ متزامنة.

لا يشترط في شارتين ترددیهما متماثل أن تكونا متزامنتين مع بعضهما البعض إذ يمكن أن تكون لدينا شارتين ترددهما متماثل و مع ذلك فإنهما غير متزامنتين مع بعضهما البعض , أي أنهما لا تبدآن دورتهما في الوقت ذاته و بذلك يمكن لشارتين متماثلتي التردد أن تكونا غير متوافقتي الطور ( غير متزامنتين مع بعضهما البعض).

إن اختلاف الطور بين شارتين متماثلتي التردد ينتج عن تقدم أو تأخر إحدى الشارتين على الشارة الأخرى .

إذا مثلنا شكل الموجة بصورة إحداثية فإن مطال الشارة سيكون على المحور العمودي أي المحور Y بينما سيكون زمن الشارة على المحور الأفقي X.

إذا بدأت الشارتين أ و ب عند نقطة الصفر ثم شكلتا سوياً قيمةً عليا موجبة ثم هبطتا سوياً نحو الصفر, ثم هبطتا إلى ما دون الصفر لتشكلا قيمةً دنيا قصوى ( تحت الصفر) ثم رجعتا سوياً على نقطة الصفر في الوقت ذاته فإن هاتين الشارتين متماثلتي التردد كما أن طورهما واحد أي أنه لا يوجد اختلافٌ في الطور بينهما.

in phase ≠out of phase

vertical axis محور العين العمودي.

Amplitude المدى –المطال-السعة

superposition تراكب -تطابق

**Diffraction الانكسار**

**Refractionانحراف-انعكاس**

التداخل : التداخل هو حدوث تراكب بين شارتين أو أكثر.

الانكسار : هو انحناء و انتشار الموجة عندما تعترضها عقبةٌ ما ,و يحدث الانكسار لجميع الموجات سواءً أكانت موجاتٍ صوتية أو كهرومغناطيسية أو مائية .

(الموجات الكهرومغناطيسية تتضمن الموجات الضوئية و الموجات الراديوية)

ما هو الاختلاف بين الانكسار و الانحراف؟

في حال الانكسار فإن العائق الذي يعترض الموجة هو عائقٌ يمنع مرور الموجة بشكلٍ كلي , أما في حال الانحراف فإن العائق يكون وسطاً آخر يسمح للموجة بالمرور من خلاله و لكن على أن تغير من سرعتها و درجة انحرافها.

Refraction index.دالة الانحراف

**الصوت**

إن كلاً من الموجات الضوئية و الموجات الصوتية تمتلك قابليةً للانعكاس و الانكسار.

الصوت عبارة عن اهتزازات تنتقل في الأوساط الصلبة و السائلة و الغازية على شكل موجاتٍ صوتية.



هام جداً :

للصوت خاصيتين رئيسيتين و هما طبقة الصوت و درجة ارتفاعه.

الموجة الصوتية لها تردد حالها كحال بقية أشكال الموجات و كلما ازداد عدد التموجات التي تمر خلال ثانية واحدة ازداد تردد الموجة الصوتية.

كلما كان تردد الموجة الصوتية أعلى كانت طبقة الصوت أعلى .

للموجة الصوتية مطال حالها كحال بقية الموجات و المطال هو المسافة العمودية بين الخط الوهمي الأفقي الذي ينصف الموجة إلى مرتفعاتٍ علوية و منخفضاتٍ سفليه و بين ذروة الموجة أو قاعها.

كلما كان مطال الموجة الصوتية أكبر كان الصوت أكثر ارتفاعاً :

الموجات الصوتية ذات المطال المرتفع تنتج صوتاً مرتفعاً.

الموجات الصوتية ذات المطال المنخفض تنتج صوتاً خافتاً.

الموجات الصوتية ذات التردد العالي تنتج أصواتاً ذات طبقةٍ صوتية مرتفعة.

الموجات الصوتية ذات التردد المنخفض تنتج أصواتاً ذات طبقةٍ منخفضة.

المطال المرتفع يعني بأن هنالك تغيراً أكبر في الضغط و درجة صوتٍ أعلى.

الموجات الصوتية ذات التردد الأعلى تحدث تغيراً أسرع في ضغط الهواء و هو ما يؤدي إلى إحداث طبقة صوتٍ أعلى.

| High-amplitude wave makes a high voice.<br>الموجة ذات المطال المرتفع تنتج صوتاً مرتفعاً.<br>Low-amplitude wave makes a low voice.<br>الموجة ذات المطال المنخفض تنتج صوتاً خافتاً. |
| --- |

High-frequency wave results in low voice.

الموجة ذات التردد المرتفع تنتج صوتاً منخفضاً.

Low-frequency wave results in low-pitched voice.

الموجة ذات التردد المنخفض تنتج صوتاً ذو نبرة منخفضة.

pitchطبقة الصوت-النبرة

. تستخدم السفن الموجات الصوتية في تكوين صورة عن قاع المحيط

يعتمد النظام الصوتي للسفن على مكبرات صوت تحت مائية تقوم بإصدار موجاتٍ صوتية و ميكروفونات تحت مائية (هيدروفونات) تقوم بالتقاط صدى تلك الموجات الصوتية بعد اصطدامها بقاع البحر .

تقوم منظومةٌ الكترونية بتحويل زمن التأخير إلى مسافات تستخدم في رسم خريطةٍ للقاع .

زمن التأخير هو المدة الفاصلة ما بين ارسال الموجة الصوتية و إعادة استقبال صداها.

كلما كان قاع البحر أكثر عمقاً استغرقت الموجة الصوتية زمناً أطول حتى تعود.

الهيدروفون : محول طاقة يقوم بتحويل الطاقة الصوتية إلى طاقة كهربائية – يستخدم الهيدروفون في الماء و السوائل الأخرى بشكلٍ مشابهٍ لاستخدام الميكروفون في الهواء.

زمن التأخير delay time

**Hydrophoneهيدروفون -ميكروفون يستخدم تحت الماء**

transducerمحول طاقة

: مهم جداً



Doppler effect- Doppler shiftمؤثر دوبلار – إزاحة دوبلار

إذا اقترب مصدر الصوت من المستمع فإن الموجات الصوتية تتقارب من بعضها و تتعرض للضغط مما يؤدي إلى زيادة عدد الموجات الصوتية في الثانية الواحدة و هو ما يعني زيادة تردد الصوت.

و إذا ابتعد مصدر الصوت عن المستمع فإن الموجات الصوتية تتباعد عن بعضها البعض , أي أن عددها في الثانية الواحدة ينخفض و هو الأمر الذي يؤدي إلى انخفاض تردد موجاتها الصوتية.

ذلك هو باختصار ما يدعى بتأثير الدوبلر.

مثال : إذا كانت هنالك سيارة بصفارة إنذار فإن سائق تلك السيارة سيسمع صوت الصفارة بطبقةٍ صوتية متوسطة لأنه يتحرك مع مصدر الصوت كونه يقود تلك السيارة لأن موقعه ثابت بالنسبة للصفارة ذلك أنه يتحرك مع الصفارة.

أما الشخص الذي تقترب منه السيارة فإنه يسمع الصفارة بطبقةٍ صوتية مرتفعة لأن تحرك مصدر الصوت باتجاه المستمع يؤدي إلى انضغاط الموجات الصوتية مع

بعضها البعض فيزيد عدد الموجات الصوتية في الثانية الواحدة وهو ما يؤدي إلى زيادة تردد تلك الموجات الصوتية.

أما بالنسبة للشخص الموجود وراء السيارة و الذي تبتعد عنه السيارة شيئاً فشيئاً فإنه يسمع الصفارة بنبرةٍ منخفضة لأن مصدر الصوت يبتعد عنه و بالتالي فإن الموجات الصوتية تتباعد عن بعضها و يقل عددها في الثانية الواحدة أي أن ترددها ينخفض. ذلك هو تأثير الدوبلر.

يعرف مؤثر دوبلار بأنه تغيرٌ ظاهري في تردد الموجة أو طول الموجة كما يلتقطها مستمعٌ يبتعد أو يقترب من مصدر الصوت.

و يحدث مؤثر دوبلار سواءً نتيجة تحرك مصدر الموجة أو نتيجة تحرك المستمع قرباً أو بعداً من مصدر الموجة.

إذاً فإن مؤثر دوبلر هو تغيرٌ ظاهري في تردد الموجة يحدث أثناء ابتعاد المستمع أو نتيجة ابتعاد مصدر الصوت عن المشاهد أو المستمع.

. أصل التسمية : دعي هذا المؤثر بهذا الاسم نسبةً إلى كريستيان أندرييس دوبلار

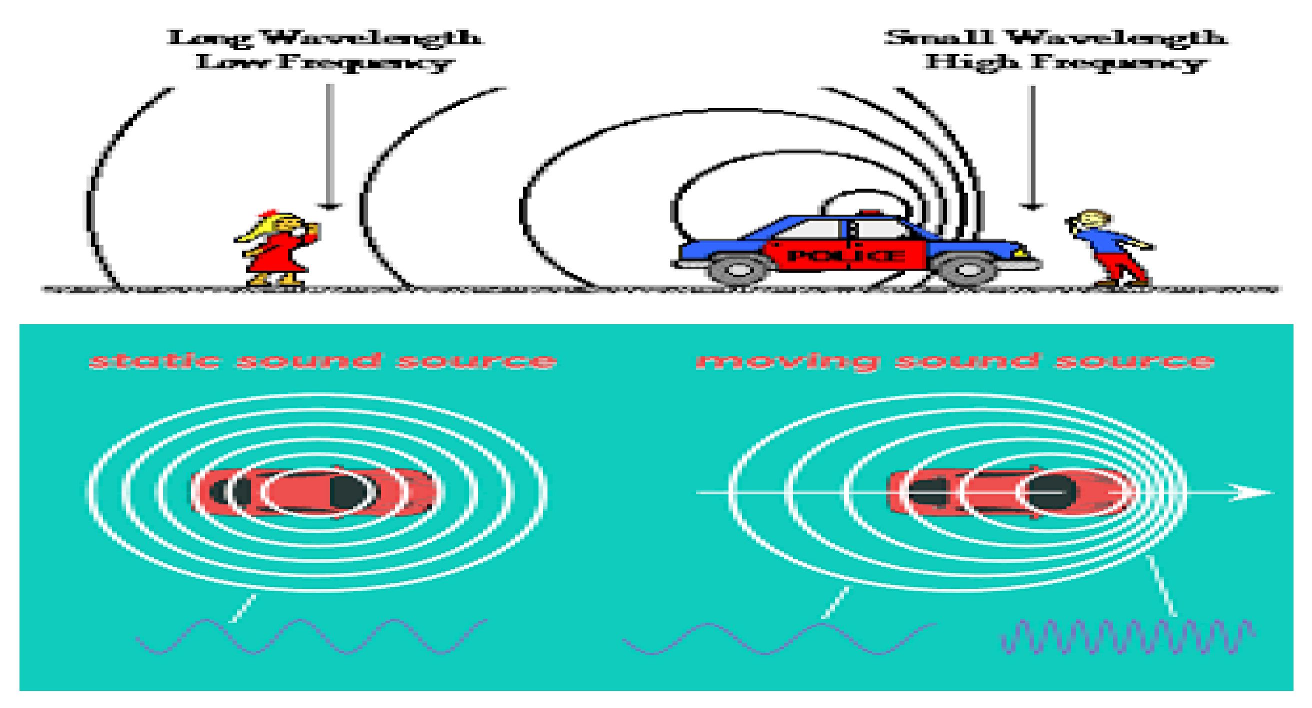
تذكر دائماً بأن تغير طول الموجة و ترددها في مؤثر دوبلر هو تغيرٌ ظاهري نسبي يتعلق فقط بالمستمع و ليس بالتردد الحقيقي للموجة حيث لا يطرأ عليه أي تغيير.

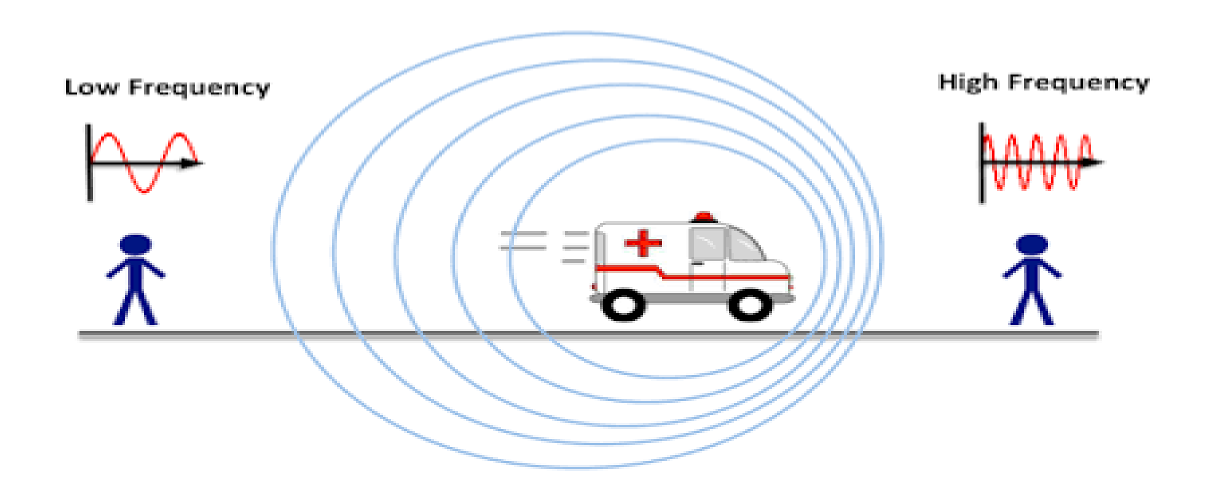
**مؤثر دوبلار Doppler effect**

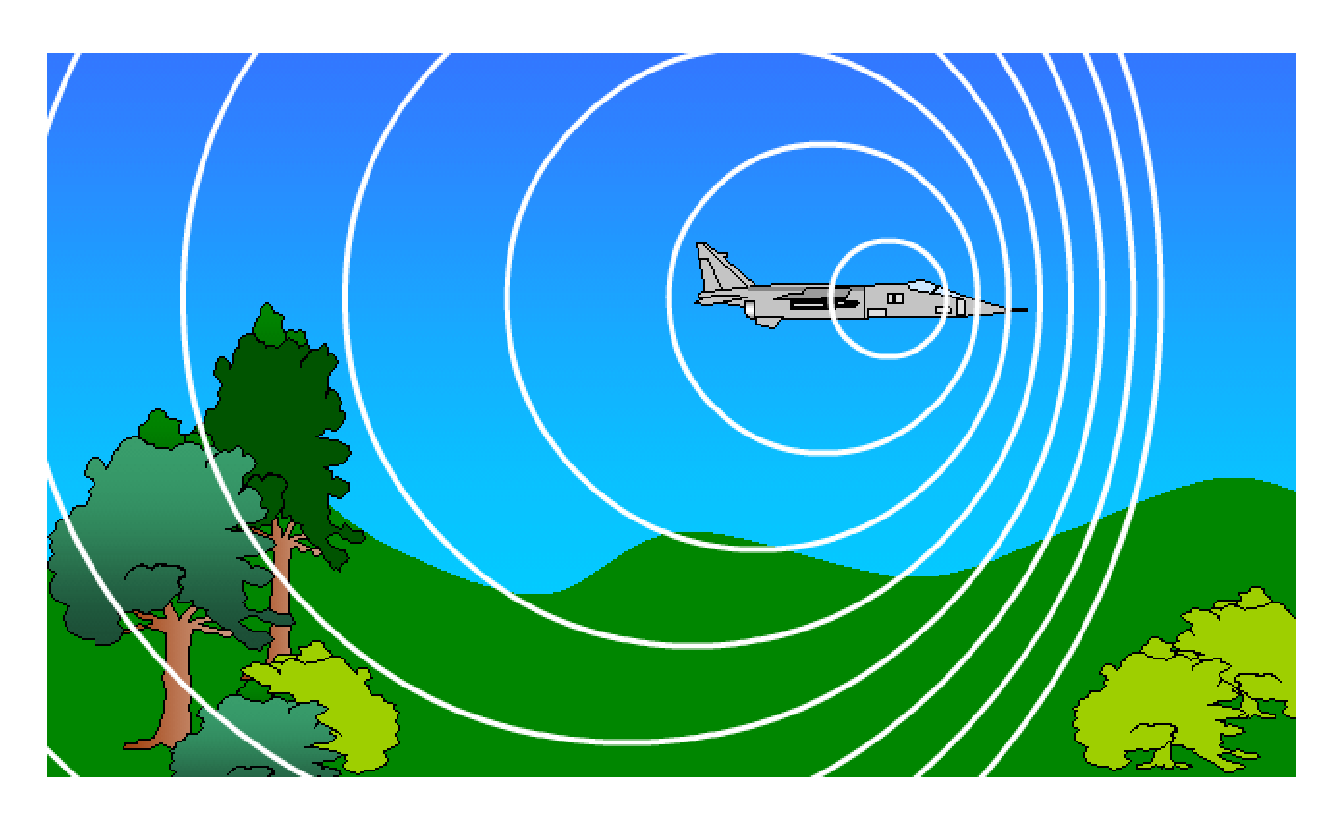
إزاحة دوبلار Doppler shift

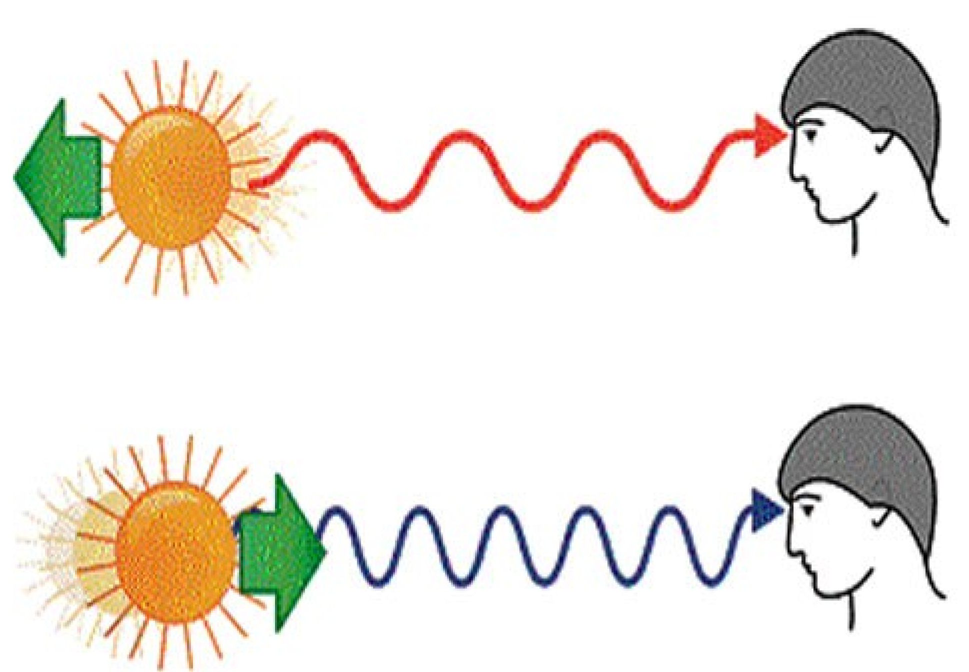
صوتٌ متوسط النبرةMedium-pitched sound

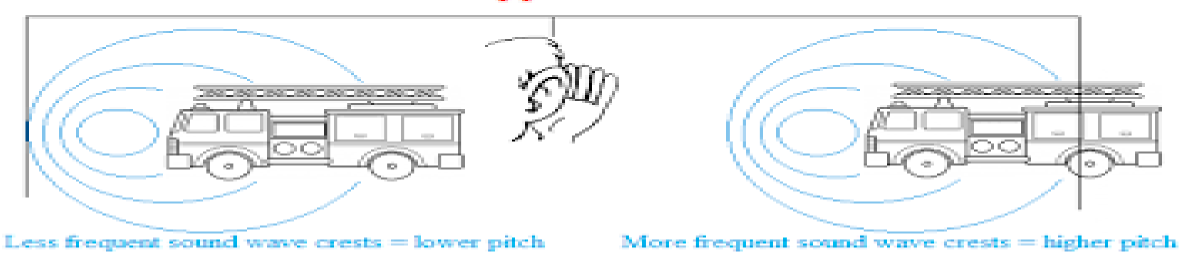
ضوتٌ منخفض النبرةLow-pitched sound

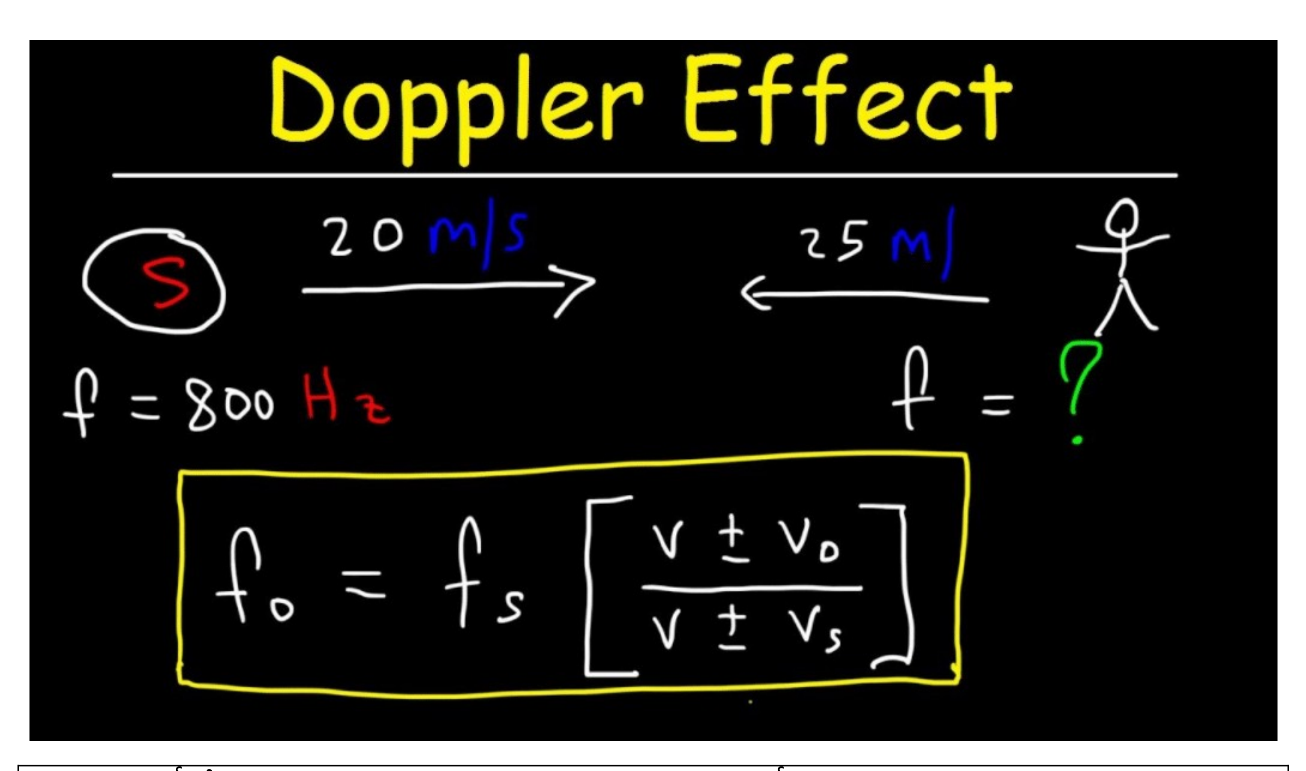

The Doppler Effect for a Moving Sound Source
Long Wavelength
Low Frequency
Small Wavelength
High Frequency
POLICE
static sound source
moving sound source


Doppler Effect
Low Frequency
High Frequency








ينتقل الصوت تحت الماء بصورةٍ أفضل من انتقاله في الهواء- الماء ناقلٌ أجود للصوت من الهواء  لذلك فإن الكائنات البحرية كالحيتان و الدلافين تتواصل مع بعضها البعض عن طريق الصوت.

infrasonic تحت الصوتية

hypersonicفائق للصوت

**سرعة الصوت  Sonic**

**sonic boomدوي سرعة الصوت**

**shock frontجبهة الصدمة**

**Subsonicما تحت سرعة الصوت**

low-pitchedمنخفض النبرة

air shookصدمة هوائية

**Supersonicفائق الصوت**

shook waveموجة الصدم

ما فوق الصوت الفائق للصوت supersonic

## الكهرباء

الكهرباء على نوعين:

كهرباء ذات شحنة متحركة.

كهرباء ذات شحنة ساكنة.

التيار الكهربائي عبارة عن سيلِ من الإلكترونات ذات الشحنة السلبية و الإلكترونات هذه عبارة عن جسيماتٍ ذات شحنة سلبية و تدور حول نواة الذرة حيث أن نواة الذرة تكون ذات شحنة كهربائية موجبة.

نواة الذرة و هي بالطبع ذات شحنةٍ موجبة تتوضع في مركز الذرة.

الإلكترونات جسيماتٍ ذات شحنة سلبية تدور حول نواة الذرة.

الكهرباء الساكنة

الأشياء التي تحوي مقداراً وفيراً من الإلكترونات (السلبية الشحنة بالطبع) هي أشياءٌ ذات شحنةٍ سلبية .

الأشياء ذات الشحنة السلبية تتنافر مع بعضها البعض و تطرد بعضها بعضاً.

الأشياء التي ذراتها فاقدة للإلكترونات هي أشياءٌ ذات شحنة موجبة.

الأشياء ذات الشحنة الموجبة تجتذب الأشياء الأخرى ذات الشحنة السلبية و تتنافر مع الأشياء ذات الشحنة الموجبة.

في الجو العاصف تتحرك الإلكترونات من الأرض إلى السحب الدنيا .

السحب الدنيا بعد اكتسابها للإلكترونات من الأرض تصبح ذات شحنةٍ سلبية.

تفقد الأرض إلكتروناتها فتصبح ذات شحنة موجبةو كذلك الحال بالنسبة للسحب العليا حيث تكون ذات شحنةٍ موجبة.

السحب الدنيا تصبح ذات شجنه سلبية بعد أن قامت باجتذاب الإلكترونات من الأرض.

و في النهاية فإن السحب تقوم بتفريغ شحنتها في السحب الأخرى و في الأرض .

يكون تفريغ الشحنة الكهربائية بين السحب على صورة برقٍ صحيفي , بينما يكون تفريغ الشحنة من السحب إلى الأرض فيكون على صورة برقٍ متشعب .

البرق المتشعب –البرق الشوكي : برقٌ يتحرك على شكل زكزاك نهايته تكون متشعبة على شكل شوكة الطعام.

تبلغ سرعة البرق 20200 كيلومتر في الساعة بينما تبلغ شحنة البرق نحو 30 ألف أمبير.

الأماكن الأكثر عرضةً لضربات الصواعق الأشجار المنفردة و الأبنية الأكثر ارتفاعاً و لذلك توضع عليها مانعات الصواعق التي تقوم بتفريغ الشحنة الكهربائية في الأرض.

عندما تتحرك الشحنة الكهربائية فإنها تدعى بالتيار الكهربائي .

التيار الكهربائي هو تدفق الإلكترونات إلى مادةٍ موصلة للتيار الكهربائي.

في البطاريات و الدارات الكهربائية تتحرك الإلكترونات من القطب السالب باتجاه القطب الموجب.

يتمثل عمل البطارية في أنها تمنح الإلكترونات طاقةٌ تمكنها من التحرك من القطب السالب باتجاه القطب الموجب.

تتحرك الإلكترونات حركةً بطيئةً نسبياً بمعدل مليمتر واحد تقريباً في الثانية الواحدة.

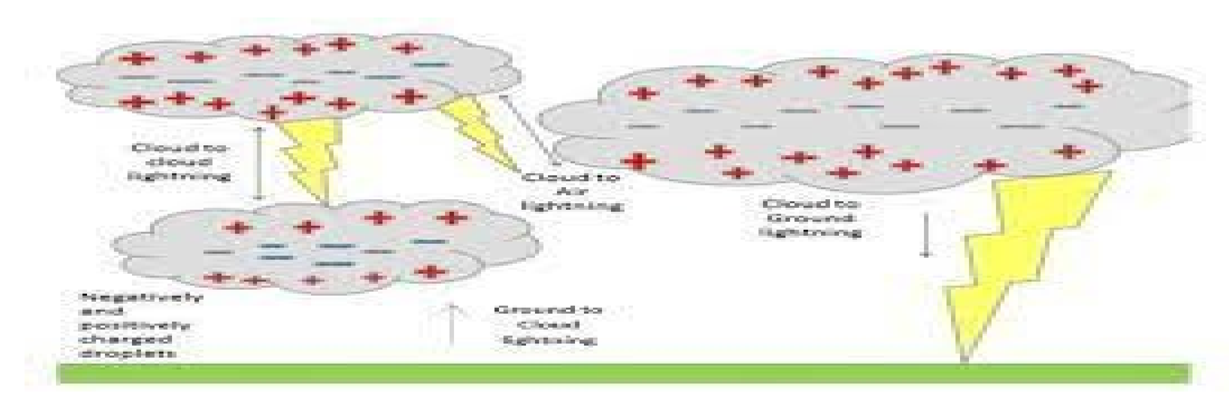
يتحرك التيار الكهربائي المكون من إلكترونات بالطبع بسرعه 100 الف كيلومتر في الثانية الواحدة.

عندما لا تكون المواد الموصلة للتيار الكهربائي كالأسلاك النحاسية متصلةً ببطارية أو بأي مصدرٍ للتيار الكهربائي فإن الإلكترونات الموجودة فيها تتحرك بصورةٍ عشوائية في كل الاتجاهات.

و لكن عندما يتم توصيل المادة الموصلة للتيار الكهربائي إلى مصدرٍ للتيار الكهربائي ضمن دارةٍ مغلقة فإن الإلكترونات تتحرك بصورةٍ منتظمة باتجاه القطب الموجب لمصدر التغذية الكهربائية.

**sheet lightning** برق صحيفي

**forked lightning** برق شوكي متشعب




**static electricity كهرباء ساكنة**

. تؤدي الكهرباء الساكنة إلى تجمع الغبار فوق العناصر الإلكترونية و التصاقها بها

يوصى باستخدام فراشي مصنوعة من نسيج الكربون لإزالة الغبار و منع التصاقه على اعتبار أن فراشي الكربون تمتلك خواص مضادة ً للكهرباء الساكنة.

anti-static مضاد للكهرباء الساكنة

carbon fiber bristles brushes فراشي كربونية

**النواقل و العوازل**

تتميز النواقل الكهربائية بأن ذراتها تمتلك مقدرةً أكبر على التخلي عن الكترووناتها مما يمكن تلك الإلكترونات من مغادرة الذرة و نقل الطاقة الكهربائية إلى مواقع أخرى.

بينما لا تتخلى ذرات العوازل بسهولة عن الكترووناتها , و بما أن نقل الطاقة الكهربائية يعتمد على حركة الإلكترونات فإن تلك العوازل لا تنقل التيار الكهربائي من موقعٍ لآخر أو أنها تنقلها بصورةٍ رديئة.

**التمديدات الكهربائية المعمارية**

الخط الحي : يقوم بنقل القدرة الكهربائية.

الخط المحايد (الخط الراجع) مهمته إكمال الدارة الكهربائية .

تذكر دائماً بأن التيار الكهربائي لايمر في الدارة إلا إذا كانت الدارة كاملة و مغلقة أي إذا كانت متصلةً على شكل حلقة مغلقة و في حال حدوث أي انقطاعٍ في أي جزءٍ من أجزاء الدارة فإن التيار الكهربائي يتوقف عن العبور و هذه فائدة الخط الراجع أو الخط المحايد أي إكمال الدارة, إذ لا يكفي أن نصل سلك التغذية الكهربائية الموجب إلى جهازٍ أو عنصرٍ ما بل يجب أن نكمل الدارة بخطٍ راجع أو خطٍ محايد يعيد التيار إلى مصدره.

و على الأغلب فإن الخط الراجع أو الخط المحايد لا يحمل جهد(فولتية) و إنما يحمل أمبير .

الخط الأرضي : في الحالات العادية يكون الخط الأرضي بلا عمل ولا يصل إليه أي تيارٍ كهربائي من أي نوع حيث يكون متصلاً بالأرض لتفريغ الشحنة الكهربائية في حالات الخطر و من هنا أتت تسميته بالخط الأرضي.

مبدأ عمل الخط الأرضي : إن التيار الكهربائي تيارٌ كسول حيث أنه دائماً يسلك الطرق ذات المقاومة الأقل , و بما أن مقاومة الخط الأرضي أدنى من مقاومة جسم الإنسان كونه متصلٌ بالأرض فإنه في حال حدوث خلل فإن التيار الكهربائي سيفضل الانتقال على أرضي الدارة على دخول جسم الإنسان .

لا تخلط أبداً ما بين أرضي الدارة و الخط المحايد أو الخط الراجع :

الخط المحايد أو الخط الراجع يكون متصلٌ دائماً حيث أن مهمته تتمثل في إكمال الدارة و بدونه لا تعمل الدارة.

يمكن للدارة أن تعمل دون خطٍ أرضي و لكنها ستكون دارةً خطرة على الإنسان في حال حدوث أي خلل.

هنالك ثلاثة عوامل تحكم عملية تدفق التيار الكهربائي في الدارة و هذه العوامل هي : التيار-الجهد-المقاومة.

. الجهد (الفولتية) – يقاس الجهد بالفولت

ما هو الجهد؟

الجهد هو الطاقة التي تلزم لجعل الإلكترونات تتحرك و لجعل التيار الكهربائي يتدفق , و بدون الجهد فإن الإلكترونات تبقى ثابتةً في مكانها.

مثال:

إن طاقة البطارية أو جهد البطارية هي التي تجعل الإلكترونات الساكنة تتحرك و هي التي تحدث تياراً كهربائياً.

بدون جهد فإن الإلكترونات إما أن تبقى ساكنة في مكانها أو أنها تتحرك بشكلٍ عشوائي , و عند تطبيق الجهد فإن الإلكترونات تتحرك بصورةٍ جماعية منتظمة و باتجاهٍ واحد من القطب السالب باتجاه القطب الموجب.

بما أن الإلكترونات ذات شحنةٍ سلبية فإنها تتحرك باتجاه القطب الموجب الذي يقوم باجتذابها بسبب تباين الشحنة.

إن طاقة البطارية أو جهد البطارية هي التي تحدث تياراً كهربائياً عن طريق قيامها بتحريك الإلكترونات بصورةٍ جماعية منتظمة و باتجاهٍ واحد.

**المقاومة-الممانعة**

لكل مادة مقاومة أو ممانعة –المقاومة أو الممانعة هي العامل الذي يعيق مرور التيار الكهربائي أو يمنع مروره بشكلٍ كلي.

المقاومة تنتج عن عمل الشوارد أو الأيونات أي الذرات المشحونة للمادة حيث تقوم هذه الشوارد بإعاقة حركة الإلكترونات كما تقوم بسلب طاقتها منها.

إن المقاومة أو قيام الشوارد بسلب طاقة الإلكترونات تتظاهر على صورة حرارة أو صوتٍ أو ضوء.

تعتمد مقاومة سلكٍ ما للتيار الكهربائي على مدى طول ذلك السلك و مدى ثخانته إذ كلما كان السلك أكثر طولاً كانت مقاومته للتيار الكهربائي أعلى و كلما كان السلك أكثر طولاً ازدادت المسافة التي يتوجب على الإلكترونات أن تجتازها و ازداد احتمال اصطدامها بالشوارد و ازداد بالنتيجة فقدانها للطاقة.

كلما كان السلك أكثر ثخانةً و اتساعاً قلت مقاومته لمرور التيار الكهربائي و العكس صحيح إذ كلما كان السلك أكثر ضيقاً ازدادت مقاومته لمرور التيار الكهربائي.لماذا؟

لأن السلك الضيق لا يسمح إلا لمقدارٍ محدود من الإلكترونات بالمرور , كما أن قطره الضيق يزيد من احتمال اصطدام تلك الإلكترونات بينما يتيح السلك الثخين المجال لمقدارٍ أكبر من الإلكترونات بالعبور بحرية مع احتمال اصطدام أقل.

## قانون أوم

يبين قانون أوم العلاقة ما بين الجهد و التيار و المقاومة حيث أن تغير أي قيمة من هذه القيم الثلاثة يؤثر على القيم الباقية .

التيار=الجهد\المقاومة

التيار مقاساً بالأمبير يساوي الجهد مقاساً بالفولت مقسوماً على المقاومة مقاسةً بالأوم.

فإذا كان لدينا جهدٌ قدره 12 فولت وكان لدينا جدٌ قدره 12 فولت و كان لدينا مقاومة مقدارها 2 أوم فإن التيار سيساوي 12÷2=6 أمبير

12 فولت÷2أوم=6 أمبير.

إذا كانت لدينا مقاومتين متصلتين مع بعضهما على التسلسل أي أنهما كانتا متصلتين مع بعضهما على خطٍ واحد فقط مثل حبات العقد فإن قيمتهما تساوي مجموعهما . فإذا كانت قيمة كل واحدةٍ منهما تساوي 1 أوم فإن قيمتهما معاً تساوي 1+1=2

تحول المقاومة جزءاً من الطاقة الكهربائية إلى حرارةٍ أو ضوء أو كلاهما معاً أي حرارة و ضوء كما هي حال المصابيح السلكية.

**الموصلات الفائقة**

هنالك موادٌ تفقد كل مقاومتها الكهربائية في درجات الحرارة الشديدة الانخفاض و هذه الخاصية تدعى بالتوصيل الفائق و تستخدم هذه الخاصية في صناعة مغنطيسات عالية الكفاءة تستخدم في أجهزة التصوير بالرنين المغناطيسي , كما تستخدم هذه الخاصية في تقنية الرفع المغناطيسي المستخدمة في القطارات الكهربائية الفائقة السرعة.

**قانون أوم**

إن التيار الكهربائي يتناسب بشكلٍ طردي مع الجهد (الفولتية) كما أنه يتناسب بشكلٍ عكسي مع المقاومة .

كلما ازداد الجهد ازداد التيار و كلما انخفض الجهد انخفض التيار .

كلما ازدادت المقاومة انخفض التيار و كلما انخفضت المقاومة ارتفع التيار.

المقاومة الكهربائية هي درجة إعاقة عنصرٍ ما لمرور التيار الكهربائي من خلاله .

وحدة قياس المقاومة الكهربائية هي الأوم Ω ohm .

المفهوم المعاكس للمقاومة الكهربائية هو درجة الموصلية الكهربائية و تقاس بوحدة السيمينس siemens

إن المقاومة الكهربائية هي الخاصية التي تمنع أو تعيق مرور التيار الكهربائي كما أن مقدار المقاومة هو الذي يحدد مقدار التيار الكهربائي الذي سيتدفق في الدارة لأي جهد .

قانون أوم :

المقاومة تساوي الجهد تقسيم التيار.

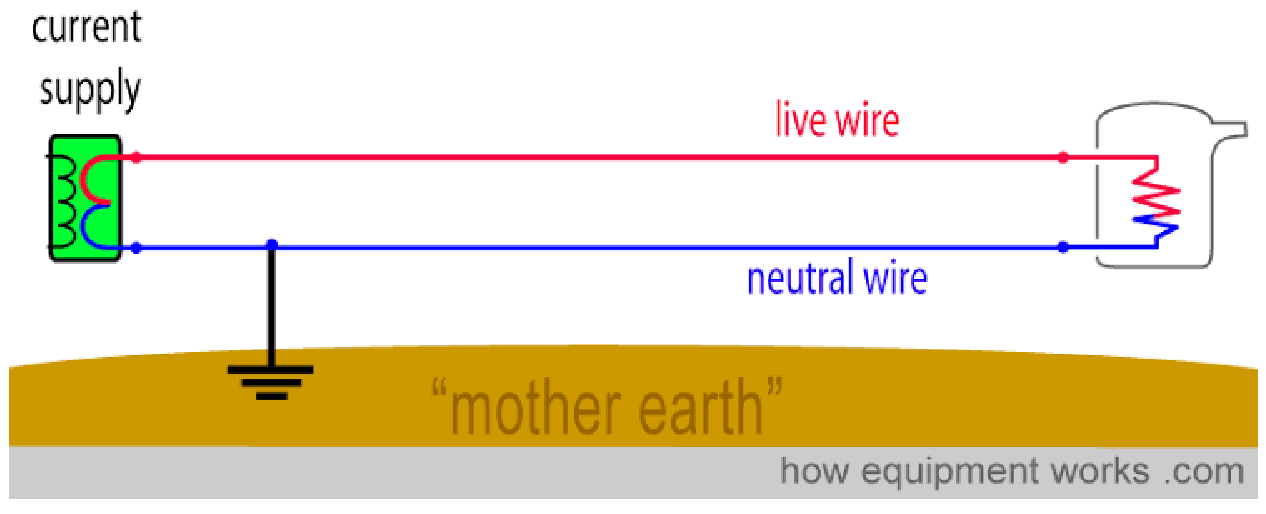
$R=V/I$

**قانون أوم ohm's law**

الخط الحي live wire

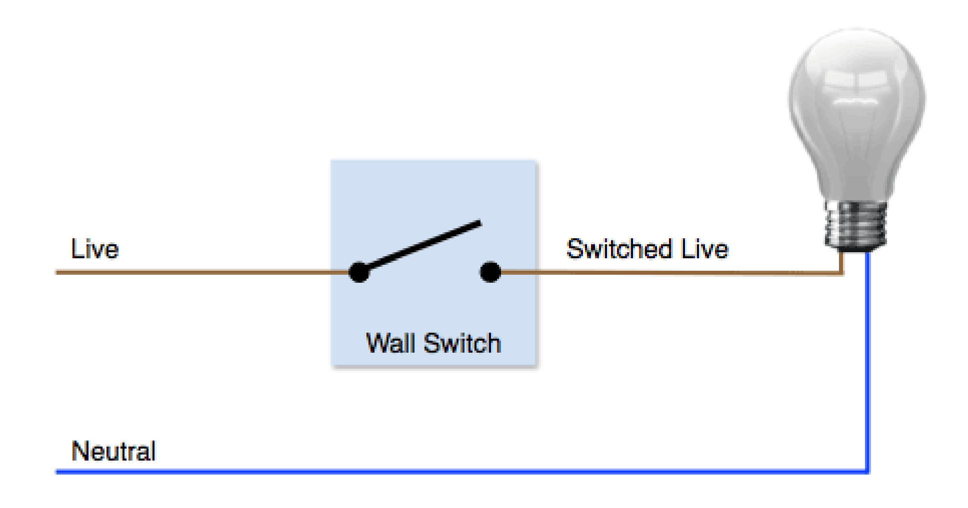
الخط الأرضي earth wire

الخط المحايد neutral wire



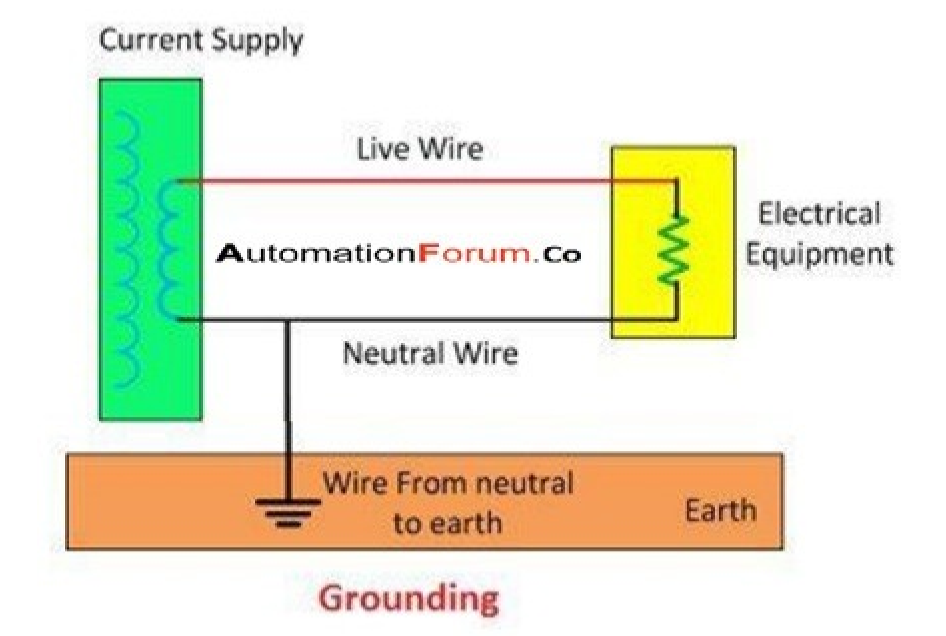

لاحظ كيف أننا نصل الخط المحايد بالأرض كذلك .

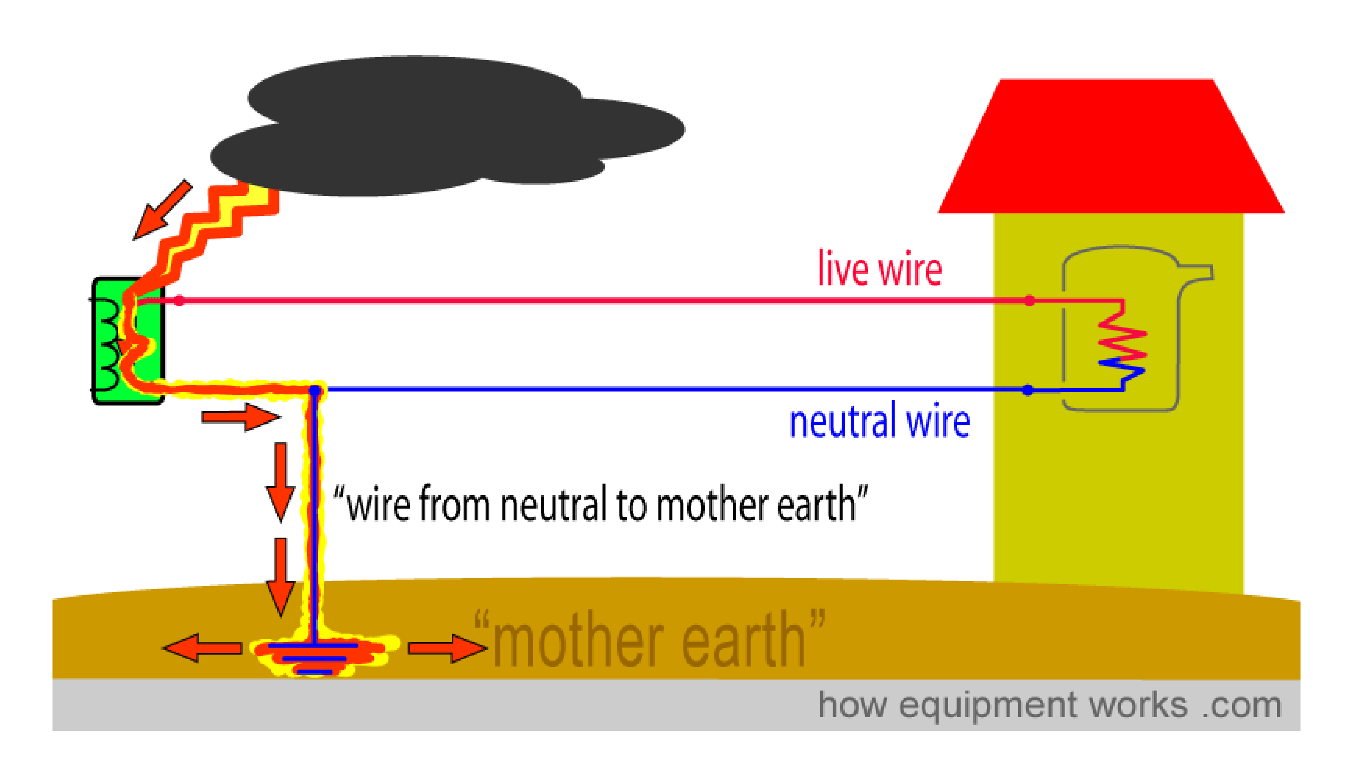
الخط المحايد يرجع إلى مصدر التغذية و لكننا نصله كذلك بالأرض.

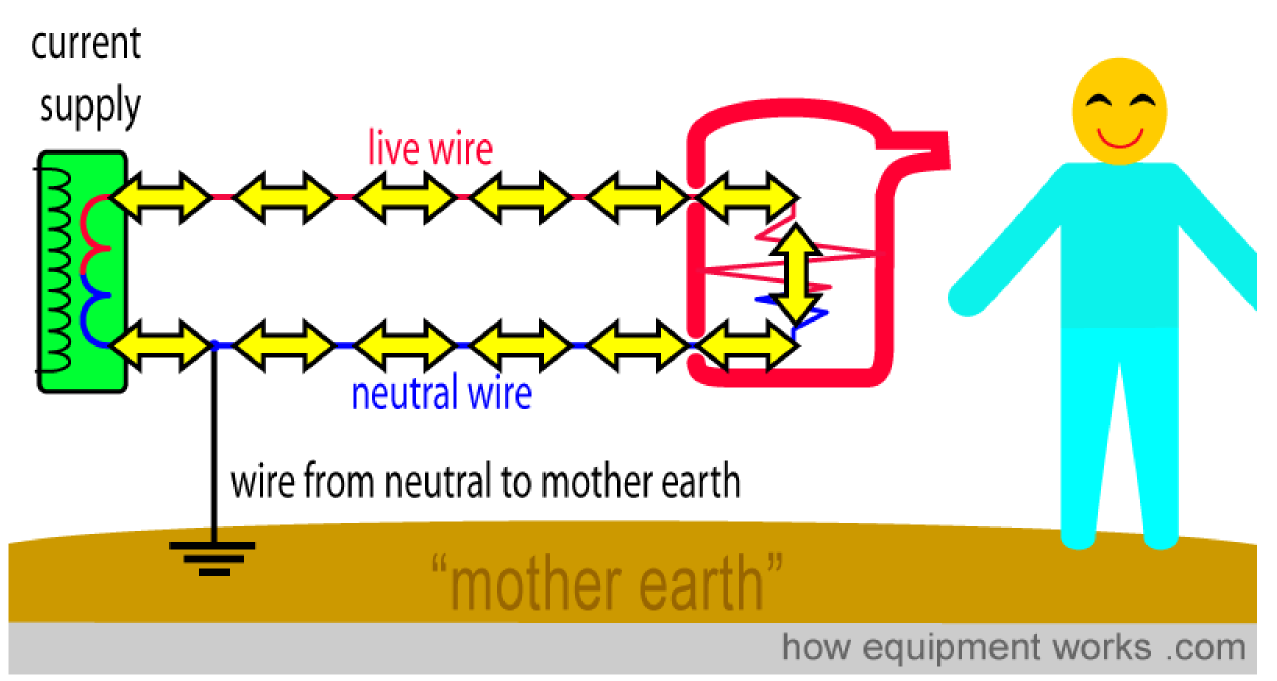



. لاحظ كيف أننا نصل الخط المحايد بالأرض كذلك

الخط المحايد يرجع إلى مصدر التغذية و لكننا نصله كذلك بالأرض.






**الترفع المغناطيسي –العوم المغناطيسي**

الترفع المغناطيسي هو عملية ارتفاع و تعلق جسم ما فوق جسمٍ آخر دون أن يستند إلى أي شيءٍ إلا إلى الحقل المغناطيسي , أي أن القوة الكهرومغناطيسية

في حال الترفع المغناطيسي تستخدم كمضادٍ لتأثير الجاذبية الأرضية و ذلك حتى ترفع جسماً ما و تبقيه معلقاً في الخواء.

إن القطار الفائق السرعة يكون معلقاً في الخواء باستخدام وسادة مغناطيسية فوق مساره الممغنط و بذلك فإنه يتحرك دون حدوث أي احتكاكٍ بينه و بين مساره.

**magnetic levitation عوم مغناطيسي – ترفع مغناطيسي**

magnetic cushion وسادة مغناطيسية



## التوصيل على التوالي –التسلسل

في حال التوصيل على التوالي(التسلسل) يكون لدينا سلكٌ واحد تتوضع عليه العناصر على شكل سلسلة مثل حبات العقد أو مثل عربات القطار .

في حال التوصيل على التوالي يكون موجب العنصر الأول متصلٌ بسالب العنصر التالي.

عندما يتم توصيل العناصر على التوالي فإن تلك العناصر تتقاسم جهد الدارة الكهربائي , فإذا كان لدينا مثلاً عنصرين متصلين مع بعضهما البعض على التسلسل فإن ذلك يعني بأن كلاً منهما سوف يتلقى نصف الجهد .

مثال : إذا كان لدينا مصباحين متصلين على التسلسل في دارةٍ جهدها 12 فولت فإن ذلك يعني بأن هذين المصباحين سيتقاسمان ال 12 فولت هذه أي أن كل مصباحٍ منهما سوف تصله 6 فولت.

أي أن كل مصباحٍ منهما سوف يتلقى نصف جهد الدارة :

فولت 12÷2=6

أي أن كل مصباحٍ منهما سوف يتلقى 6 فولت.

و إذا كانت لدينا 3 مصابيح موصولة مع بعضها البعض على التسلسل فإن كلاً منها سوف تتلقى ثلث جهد الدارة :

12÷3=4 فولت

أي أن كل مصباح سوف يتلقى 4 فولت.

و إذا كانت لدينا 4 مصابيح متصلة مع بعضها البعض على التسلسل فإن كل مصباحٍ منها سوف يتلقى ربع جهد الدارة :

12÷4=3 فولت.

أي أن كل مصباح سوف يتلقى 3 فولت.

في حال الوصل على التوالي (التسلسل) فإنه إذا تعرض أي عنصرِ من العناصر المتصلة على التسلسل للتلف أو الإزالة فإن التيار الكهربائي لن يمر في الدارة و سوف تتوقف جميع العناصر المتصلة مع ذلك العنصر على التسلسل عن العمل.

**التوصيل على التوازي(التفرع)**

في حال التوصيل على التوازي يكون القطب الموجب في كل عنصر متصل بالقطب الموجب للدارة بينما يكون القطب السالب في كل عنصر متصلٌ بأرضي الدارة.

في حال التوصيل على التوازي يكون لدينا خطين اثنين: خط التغذية الموجب و خطٌ أرضي .

في حال التوصيل على التوازي فإن كل عنصرِ من عناصر الدارة يأخذ جهداً كاملاً غير منقوص فإذا كان لدينا دارةٌ جهدها 12 فولت و كان لدينا 24 مصباح كهربائي متصلة على التوازي فإن كل مصباحٍ منها سوف يتلقى 12 فولت كاملة.

في حال التوصيل على التوازي فإنه إذا تعرض أي عنصرِ للتلف أو الازالة فإنه لم يقطع التغذية عن العناصر الأخرى لأن القطب الموجب لكل عنصرِ يكون متصلاً بخط التغذية بينما يكون القطب السالب لكل عنصر متصلٌ بأرضي الدارة.

**المكثف (المتسعة)**

المكثف أو المتسعة هو عنصرٌ يقوم باختزان الطاقة في حقلٍ كهربائي يتم إحداثه ما بين صفيحتين موصلتين للتيار الكهربائي معزولتين عن بعضهما البعض بشكلٍ تام

بشرط أن تكون الشحنة الكهربائية الواقعة على هاتين الصفيحتين متساوية في كلا اللوحين و متعاكسة من حيث الشحنة أي أنه يتوجب أن يكون أحد اللوحين ذو شحنةٍ كهربائية موجبة و أن يكون اللوح الثاني ذو شحنةٍ كهربائية سلبية.

المكثف اليوم لم يعد يدعى باسم مكثف و إنما أصبح يدعى باسم (متسعة).

إذاً فإن المكثف الكهربائي يقوم باختزان الشحنة الكهربائية في لوحين معزولين عن بعضهما البعض عزلاً تاماً على ان تكون الشحنة المختزنة في كلٍ منهما مساويةً من حيث المقدار و معاكسة من حيث القطبية للشحنة المختزنة في اللوح الثاني.

يستخدم المكثف في تخزين و إطلاق الشحنة الكهربائية.

يستخدم المكثف كبديلٍ مؤقت عن البطارية و على سبيل المثال فإن المكثف يؤمن في الهواتف الأرضية تغذية كهربائية تتيح لذاكرة الهاتف الاحتفاظ بالبيانات المخزنة عليها لعدة دقائق و هو الوقت الذي يستغرقه تبديل بطاريات الهاتف الأرضي .

بالطبع فإن ذاكرة الهاتف الأرضي ذاكرة متطايرة بمعنى أنها تفقد البيانات المسجلة عليها بمجرد انقطاع التيار الكهربائي عنها.

كما يستخدم المكثف في تنعيم التيار الكهربائي .

يتألف المكثف من لوحين موصلين للتيار الكهربائي تفصل بينهما مادةٌ عازلة.

في دارات التيار المستمر فإن المكثف يوقف تدفق التيار الكهربائي بمجرد أن يكتمل شحنه.

يستخدم المكثف في تأمين تغذية فلاشات الإضاءة في كاميرات الديجيتال حيث يتم شحن المكثف بالاعتماد على بطارية الكاميرا و بعد ذلك يتم إطلاق شحنة المكثف دفعةً واحدة لتأمين تغذية لحظية عالية لفلاش الكاميرة و ذلك لتصوير المواقع المعتمة.

المكثف الفائق :

تجري الأبحاث لإحلال المكثف الفائق محل البطاريات كونه أرخص ثمناً و أصغر حجماً و أسرع شحناً و أطول عمراً و أقل تلويثاً للبيئة من البطارية .

**مقياس الحرارة الكهربائي -المستحر**

مقياس الحرارة الكهربائي عبارة عن مقاومة كهربائية حرارية تقوم بقياس التغيرات في درجة الحرارة اعتماداً على تغير المقاومة الكهربائية في المقاومة وذلك تبعاً لتغير درجة الحرارة.

إن كلمة ثيرميستور هي كلمةُ مركبة تتألف من كلمتي thermal التي تعني ( حراري) و كلمة resistor و التي تعني مقاومة.

و إذا اعتبرنا بأن العلاقة ما بين المقاومة الكهربائية و درجة الحرارة هي علاقةٌ خطية فإن :

$$\Delta R = K \Delta T$$

$\Delta R$ التغير في المقاومة.

$T\Delta$ التغير في درجة الحرارة.

$K$ المعامل الحراري للمقاومة الكهربائية.

إن التغير في قيمة المقاومة الكهربائية يوازي التغير في درجة الحرارة .

تصنف المستحرات( المقاومات الحرارية- موازين الحرارة الكهربائية) إلى نوعين وفقاً لشارة المعامل الحراري للمقاومة الكهربائية K فإذا كانت قيمة المعامل الحراري للمقاومة الكهربائية K إيجابية فإن ذلك يعني بأن مقدار المقاومة الكهربائية في هذه المقاومة يزداد مع ازدياد درجة الحرارة , و في هذه الحالة فإن هذه المستحرات أو المقومات الكهربائية الحرارية تدعى بالمقاومات الكهربائية ذات المعامل الحراري الإيجابي.

و إذا كان العامل K ذو قيمة سلبية فإن المقاومة تتضاءل كلما ارتفعت درجة الحرارة و عندها فإن هذه المقاومة الحرارية أو المستحرة تدعى بالمقاومة الحرارية ذات المعامل الحراري السلبي.



إن المقاومات الكهربائية الاعتيادية التي لا تستخدم كموازين حرارة يتم تصميمها بأدنى عامل حراري K ممكن و ذلك حتى تبقى درجة مقاومتها للتيار الكهربائي ثابتة ما امكن مهما تغيرت درجة الحرارة و إلا فإن ذلك سيتسبب في هبوط و ارتفاع قيمة المقاومة و ما يتبع ذلك من تغير الجهود (الفولتية) في الدارة عند ارتفاع أو هبوط درجة الحرارة.

لماذا توضع المقاومات الكهربائية في الدارة؟

حتى تؤمن تغذية ثابتة و مناسبة لكا عنصر و حتى تمنع الجهد الكهربائي(الفولتية) من تجاوز حدٍ معين.

Positive temperature coefficient thermistor (PTC)

المستحرات ذات المعامل الحراري الإيجابي.

Negative temperature coefficient thermistor (PTC)

المستحرة ذات المعامل الحراري السلبي.

Capacitor متسعة(مكثف)

Condenser مكثف

Thermistor مستحر –مقاومة حرارية

In series على التوالي- على التسلسل

Thermistor مستحر –مقاومة حرارية




تشير الأسهم على المخططات الإلكترونية إلى اتجاه سير التيار الكهربائي.

إن  وجود نقاط دائرية عند نقاط تقاطع الخطوط مع بعضها البعض على المخططات الإلكترونية يعني بأن تلك الخطوط المتقاطعة متصلة فعلياً مع بعضها البعض.

إن عدم وجود نقاط دائرية عند نقاط تقاطع الخطوط على المخططات الإلكترونية يعني بأن تلك الخطوط و إن كانت متقاطعة مع بعضها البعض فإنها معزولة و غير متصلة مع بعضها البغض.

يحول محول الضغط الطاقة الكهربائية إلى صوت.

يحول المستحر الحرارة إلى كهرباء.

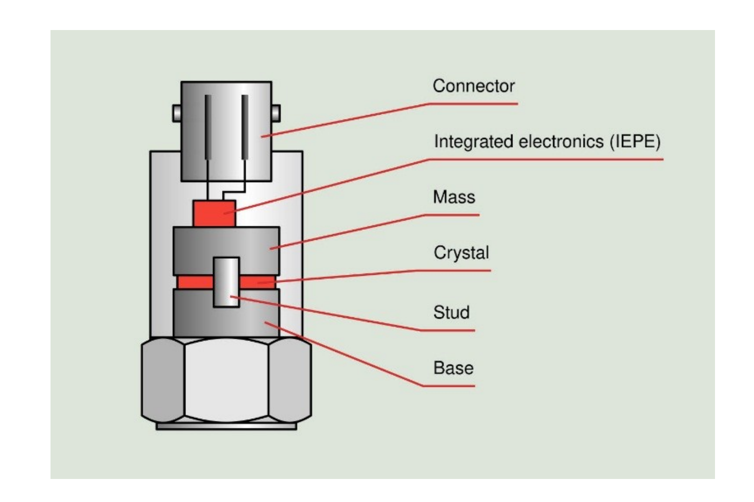
يحول الميكرفون  الصوت إلى طاقة كهربائية.

مستحرthermistor

محول الضغطpiezo transducer

كان الدايود هو أول عنصرٍ إلكتروني ظهر للوجود و ذلك في العام 1904 .

محول الضغطpiezo transducer







**المغناطيس**

أتت كلمة مغناطيس من كلمة ماغنيزيا و هي منطقة في اليونان تنتشر فيها الأحجار المغناطيسية.

إذا كان لدينا مغناطيس على شكل قضيب ذو طرفين فإن أحد طرفيه يكون قطباً جنوبياً بينما يكون قطبه الثاني قطباً شمالياً .

و إذا قمنا بقطع هذا المغناطيس إلى نصفين فإن كل نصفٍ من هذين النصفين يصبح بدوره له قطبٌ شمالي و قطبٌ جنوبي.

يدعى الحقل المغناطيسي للأرض بالغلاف الجوي المغناطيسي و يمتد تأثير هذا الحقل المغناطيسي عشرات آلاف الكيلومترات في الفضاء , و يعزى هذا الحقل المغناطيسي إلى وجود معادن سائلة في النواة الخارجية, و لسببٍ غير معروف فإن اتجاه الحقل المغناطيسي للأرض ينعكس اتجاهه بشكلٍ مفاجئ كل مليون سنة.

هنالك فرقٌ يبلغ عدة درجات ما بين الاتجاه الذي تشير إليه البوصلة و بين القطب الشمالي الجغرافي.



هام جداً

القطب المغناطيسي الذي يقع في شمال الكرة الأرضية يدعى بالقطب المغناطيسي الجنوبي و ليس القطب المغناطيسي الشمالي .لماذا؟

لأن القطب الجنوبي الجغرافي هو الذي يجذب إليه القطب الشمالي للبوصلة و لذلك فإن القطب المغناطيسي في شمال الكرة الأرضية يدعى بالقطب المغناطيسي الجنوبي (و ليس الشمالي).

غير أن هنالك اختلاقاً يبلغ بضع درجات ما بين الجهة التي تشير إليها البوصلة و بين الموقع الحقيقي للقطب الجغرافي الشمالي و هذا الاختلاق أو الفرق يدعى بزاوية الانحراف.القطب الشمالي الجغرافي يقع بجانب القطب الجنوبي المغناطيسي .

القطب المغناطيسي الشمالي يقع بجانب القطب الجغرافي الجنوبي و في الجهة ذاتها.

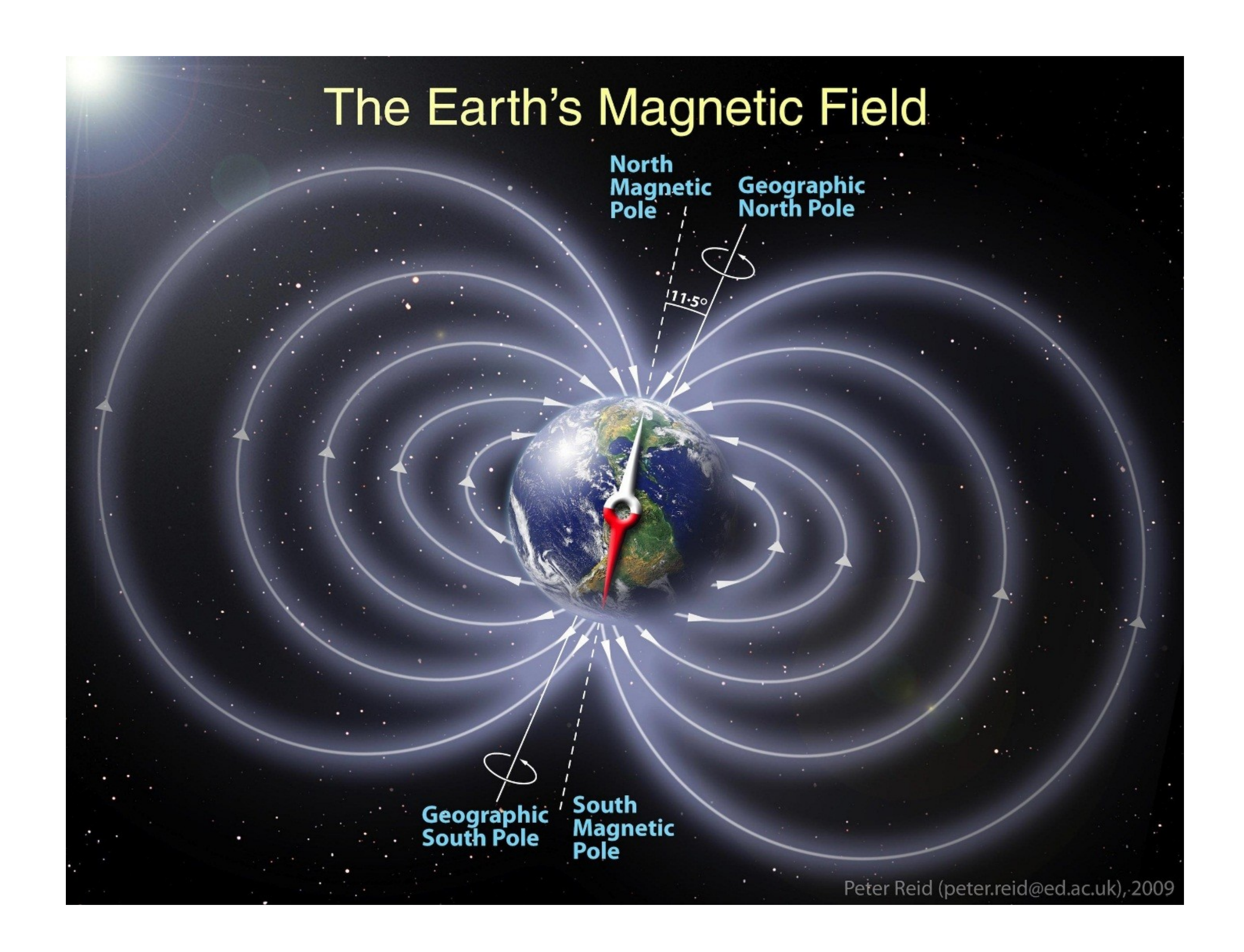
**magnetic field. الحقل المغناطيسي-المجال المغناطيسي**

المجال الجوي المغناطيسيmagnetosphere

**الحقل المغناطيسي للأرضEarth's magnetic field**

**magnetic field magnetosphere** [mæg'nɪ:təʊsfɪr]

**الغلاف المغناطيسي -المجال المغناطيسيMagnetosphere**




المغناطيس الكهربائي

المغناطيس ليس المصدر الوحيد للحقول المغناطيسية ذلك أن التيار الكهربائي الذي يمر عبر موصلٍ كهربائي ينتج حقلاً مغناطيسياً دائريا متعامداً مع ذلك الموصل الكهربائي.

يمكن عكس قطبية المغناطيس الكهربائي عن طريق عكس اتجاه التيار الكهربائي الذي يمر عبره.

المحرك الكهربائي :

يتألف المحرك الكهربائي من مغناطيسٍ دائم المغنطة و مغناطيسٍ كهربائي ( ملف كهربائي و قلبٍ معدني) .

تحدث الحكة الدورانية في المحرك الكهربائي نتيجة تفاعل قوتي الجذب و الطرد التي تتشكلان ما بين المغناطيس الدائم و المغناطيس الكهربائي ضمن المحرك الكهربائي.

يتألف المحرك الكهربائي من مغناطيسٍ دائم دائري الشكل يحيط بمغناطيسٍ كهربائي – المغناطيس الدائم يمثل الجزء الثابت من المحرك بينما يمثل المغناطيس الكهربائي الذي يتألف من ملفٍ و قلبٍ معدني الجزء المركزي الدوار في المحرك الكهربائي.

عندما يمر تيارٌ كهربائي عبر الملف الكهربائي فإنه يولد حقلاً مغناطيسياً و هذا الحقل المغناطيسي يتفاعل مع الحقل المغناطيسي الذي يولده المغناطيس الدائم المحيط فتحدث لدينا عملية طردٍ و تنافرِ بين القطبين المتماثلين و عملية تجاذبِ بين القطبين المتباينين مما يجعل الملف الكهربائي الدوار يدور نصف دورة و يتوقف بعدها لأن هذه النصف دورة تحقق الاستقرار المغناطيسي داخل المحرك الكهربائي حيث تبتعد الأقطاب المتماثلة عن بعضها البعض بينما تقترب الأقطاب المتباينة من بعضها البعض.

بعد إتمام هذه النصف دورة يتم عكس اتجاه التيار الكهربائي .لماذا؟

لأنه بعد إتمام نصف دورة يتحقق التوازن المغناطيسي ما بين الحقلين المغناطيسين للمغناطيس الدائم و المغناطيس الكهربائي فتبتعد الأقطاب المتماثلة عن بعضها بينما تقترب الأقطاب المتباينة من بعضها و هو الأمر الذي يؤدي إلى توقف الحركة الدورانية داخل المحرك مما يستدعي عكس الأقطاب و ذلك لإعادة حالة

انعدام التوازن المغناطيسي داخل المحرك.

كيف يتم عكس الأقطاب و تغيير اتجاه الحقل المغناطيسي؟

عن طريق عكس اتجاه التيار الكهربائي.

. بعد القيام بعكس اتجاه التيار الكهربائي فإن الملف الدوار يدور نصف دورة ثانية

و بتكرار عملية عكس الأقطاب فإن الملف الدوار يدور بصورةٍ مستمرة.

المرحلة الأولى من مراحل دوران المحرك الكهربائي:

يتدفق التيار الكهربائي عبر المبدلة الكهربائية( عاكس اتجاه التيار الكهربائي) إلى الملف الكهربائي الدوار محولاً إياه إلى مغناطيسٍ كهربائي وهو الأمر الذي يؤدي إلى تشكيل حقلٍ مغناطيسي.

يتفاعل هذا الحقل المغناطيسي مع الحقل المغناطيسي الذي يولده المغناطيس الدائم في المحرك (المغناطيس الدائري الدائم الذي يحيط بالملف الدوار ).

يحدث تنافرٌ و طرد ما بين الأقطاب المغناطيسية المتماثلة في كل من المغناطيس الدائم و المغناطيس الكهربائي مما يؤدي إلى دوران الملف الدوار ربع دورة (ربع دورة و ليس نصف دورة).

الآن يحدث تجاذبٌ ما بين الأقطاب المغناطيسية المتباينة (المتعاكسة) في كلٍ من المغناطيس الدائم و الملف المغناطيسي الدوار مما يؤدي إلى إكمال نصف دورة.

بعد أن يتم الملف الدوار نصف دورة فإن أقطاب كلٍ من المغناطيس الدائم و المغناطيس الكهربائي تصطف إلى جانب بعضها البعض و يحصل بينها توازنٌ و استقرارٌ مغناطيسي و لذلك فإن المبدلة الكهربائية أو عاكسة اتجاه التيار الكهربائي تقوم بعكس اتجاه التيار الكهربائي في الملف الدوار و هو الأمر الذي يؤدي إلى عكس اتجاه الحقل المغناطيسي و تبديل القطبية في المغناطيس الكهربائي أي القلب الدوار.

بعد أن يتم عكس اتجاه التيار الكهربائي في المغناطيس الكهربائي أي الملف الدوار في المحرك يحدث تنافرٌ و طرد ما بين الأقطاب المغناطيسية في كلٍ من المغناطيس الكهربائي الدوار و المغناطيس الدائم و بذلك يدور الملف الدوار (المغناطيس الكهربائي) نصف دورة أخرى و تقوم المبدلة الكهربائية بعكس اتجاه التيار الكهربائي و تستمر هذه العملية بصورةٍ يتحقق فيها دوران المحرك الكهربائي.

المحرك الخطي : محركٌ كهربائي ينتج حركةً خطية بدلاً من الحركة الدائرية.

## مكبر الصوت (السبيكر)

مكبر الصوت هو محول طاقة الكترو-صوتي يحول الشارات الكهربائية إلى أصوات مرتفعة.

كما هي حال المحرك الكهربائي فإن مكبر الصوت يتألف من مغناطيسٍ دائم و مغناطيس كهربائي .

إن مكبر الصوت يستخدم الحركة الاهتزازية المتولدة بين المغناطيس الدائم و المغناطيس الكهربائي في توليد الصوت.

إن التيار الكهربائي المتغير يولد في ملف المغناطيس الكهربائي حقلاً مغناطيسياً متغيراً .

و ما بين الحقل المغناطيسي للمغناطيس الدائم و الحقل المغناطيسي الذي يولده المغناطيس الكهربائي تتولد قوةٌ محركة تؤدي إلى تحرك المخروط المرن الموجود في مركز مكبر الصوت و هذه الحركة الاهتزازية تؤدي على توليد موجاتٍ صوتية.

القطب الموجب لمكبر الصوت يكون متصلاً مع مضخم صوت.

إن القوى التي تؤثر في الأجزاء المتحركة من مكبر الصوت هي قوىً كهرومغناطيسية و هذه القوى تنتج عن التفاعل ما بين المغناطيس الدائم و المغناطيس الكهربائي.

## المحركات الخطية

المحرك الخطي هو محركٌ يؤدي إلى تحرك القطارات الكهربائية بشكلٍ خطي على مسارٍ طولي و ذلك دون وجود عجلات .

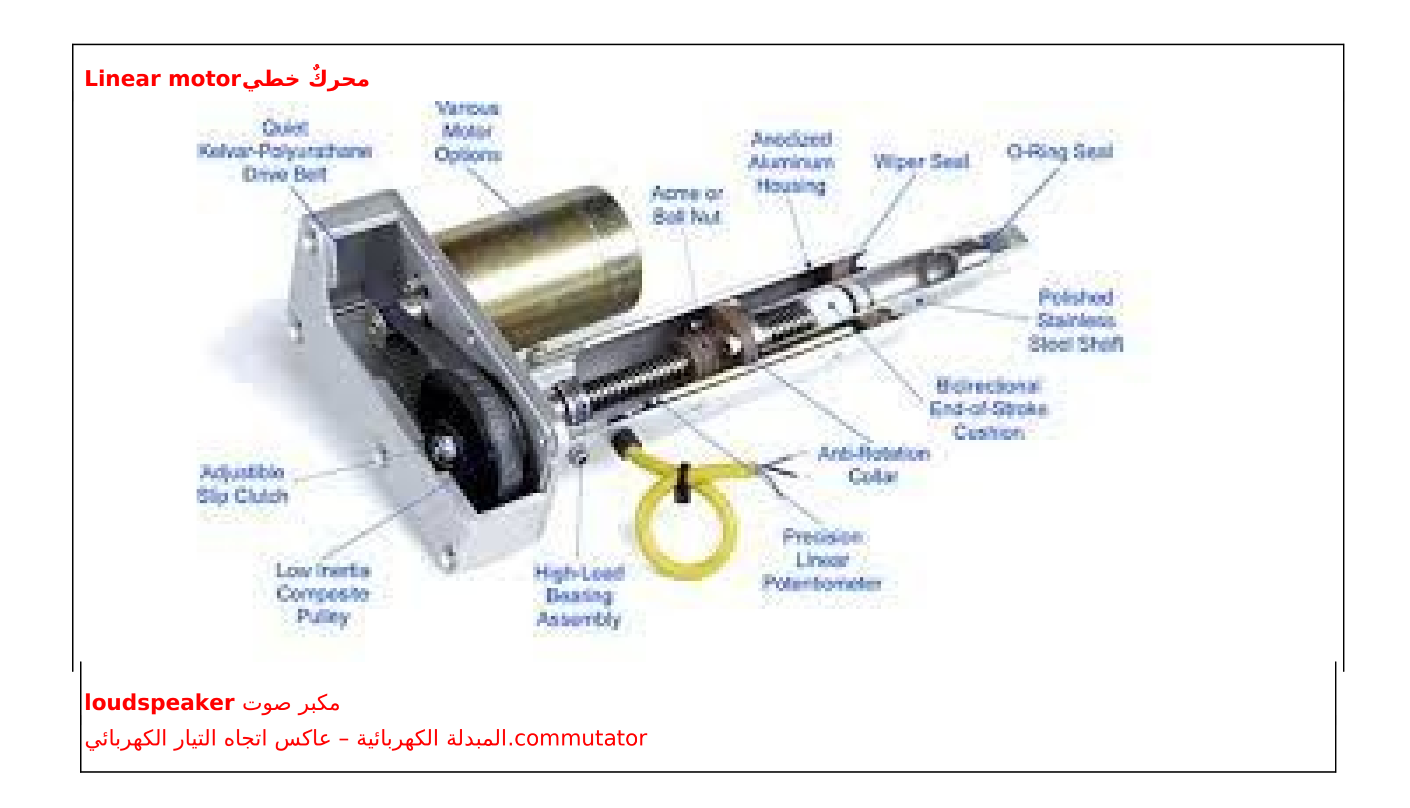
لا يعتمد هذا المحرك في عمله على وجود حركةٍ دورانية و إنما فإنه يعتمد على عملية الطرد و الجذب ما بين مغناطيس القطار و مغناطيس المسار و لتحقيق هذه الغاية فإن المغناطيس الكهربائي يقوم دائماً بتبديل قطبيته عن طريق تغيير اتجاه التيار الكهربائي و هو الأمر الذي يؤدي إلى جدوت جذبٍ و طرد ما بين القطار و مساره.

يعتمد القطار الكهربائي في حركته على قوتين مغناطيسيتين: قوةٌ طاردة نابذة تنتج عن تنافر الأقطاب المغناطيسية المتماثلة مع بعضها البعض و قوةٌ جاذبة تنتج عن تجاذب الأقطاب المغناطيسية المتباينة مع بعضها البعض, و في كل مرةٍ يتحقق فيها

الاستقرار المغناطيسي عبر اصطفاف الأقطاب المتعاكسة إلى جوار بعضها البعض يقوم المغناطيس الكهربائي الموجود في المسار أو السكة بعكس قطبيته مما يولد حركتي طردٍ و جذبٍ جديدتين تدفع القطار قدماً , و بالطبع فإن تبديل القطبية يتم عن طريق عكس اتجاه التيار الكهربائي.

تكون هنالك أقطابٌ شمالية و أقطابٌ جنوبية على المغناطيس الدائم الموجود في القطار الكهربائي كما تكون هنالك أقطابٌ شمالية و أقطابٌ جنوبية في المغناطيس الكهربائي الموجود على المسار أو السكة و باستغلال قوى الجذب و النبذ بين تلك الأقطاب يتم دفع القطار , وفي كل مرة يتحقق فيها التوازن المغناطيسي وذلك باصطفاف الأقطاب المتعاكسة إلى جوار بعضها في كلِ من القطار و السكة يتم عكس قطبية مغناطيس السكة مما يولد حركة طردٍ و جذبٍ جديدة تدفع القطار مجدداً و هكذا.

**Linear motorمحركٌ خطي**




**loudspeaker** مكبر صوت

المبدلة الكهربائية – عاكس اتجاه التيار الكهربائي.commutator

## المولد الكهربائي

تعتمد المولدات الكهربائية في عملها على خاصية التحريض أو الحث الكهرومغناطيسي و ذلك لتحويل الطاقة الحركية إلى طاقةٍ كهربائية .

التحريض الكهرومغناطيسي : في العام 1831 اكتشف فاراداي بأنه عند إدخال أو إحراج مغناطيس في ملف أسلاك فإنه يتم توليد تيارِ و جهدٍ كهربائيين في ملف الأسلاك و سبب ذلك أن الحقل المغناطيسي يدفع الإلكترونات الحرة الموجودة في الأسلاك إلى الحركة وهي العملية التي تعرف بعملية الحث أو التحريض و هذه العملية تشكل الأساس الذي تقوم عليه المولدات الكهربائية.

عند إدخال المغناطيس في ملف أسلاك يتحرض تيارٌ كهربائي في اتجاهٍ معين و عند إخراج المغناطيس من الملف ييتحرض تيارٌ كهربائي في الاتجاه المعاكس لاتجاه التيار الأول.

. هنالك مولدات تيارٍ مستمر و هنالك مولدات تيارٍ متناوب

يشبه مولد التيار المستمر في تركيبه تركيب محرك التيار المستمر غير أنه يعمل بطريقةٍ معاكسة حيث يكون لدينا مغناطيسٌ دائم و ثابت يحيط بمغناطيسٍ كهربائي دوار يتألف من ملفٍ سلكي و قلبٍ معدني حيث يتولد جهدٌ و تيارٌ كهربائيين داخل أسلاك الملف أثناء دورانه و عبوره لخطوط الحقل المغناطيسي للمغناطيس.

و كما هي حال المحركات الكهربائية فإن مولدات التيار المستمر تحتوي كذلك على مبدلاتٍ كهربائية أو عاكساتٍ لاتجاه التيار الكهربائي غير أن عملها في المولدات يتمثل في تأكيد أن التيار الكهربائي يتدفق في اتجاهٍ واحدٍ فقط و ذلك عن طريق قيامها بعكس اتجاه التيار الكهربائي في كل مرة يغير فيها التيار الكهربائي اتجاهه عن الاتجاه المطلوب.

.

## المنوبات –مولدات التيار المتناوب

المنوبة هي مولدة تقوم بتحويل الطاقة الميكانيكية الحركية إلى تيارٍ كهربائي متناوب و ذلك باستخدام الحقل المغناطيسي الدوار , علماً أن هنالك كذلك منوبات خطية و بشكلٍ عام فإن أي مولد تيار متناوب يمكن أن يوصف بأنه منوب.

ما يميز المنوبات أو مولدات التيار المتناوب عن مولدات التيار المستمر يتمثل في أن مولدات التيار المتناوب لا تجتوي على مبدلات كهربائية أي أنها لا تحتوي على عاكس لاتجاه التيار الكهربائي و هي الآلية التي تقوم في المولدات بإرغام التيار الكهربائي على المرور باتجاهٍ احد فقط و ذلك عن طريق قيامها بعكس اتجاه التيار الكهربائي في كل مرة يغير فيها التيار الكهربائي اتجاهه عن الاتجاه المطلوب.

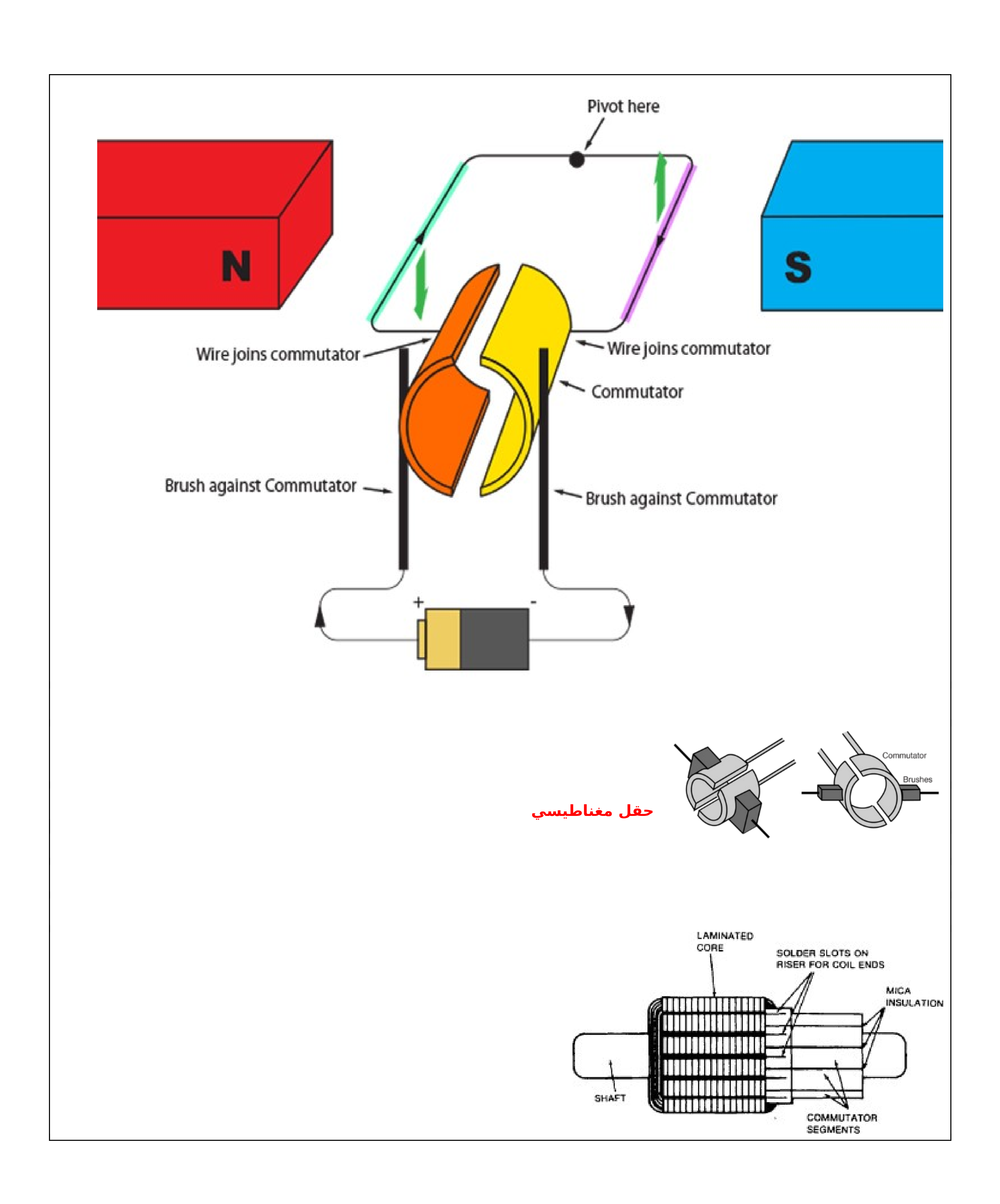
و نتيجة عدم وجود مبدلاتٍ كهربائية في مولدات التيار المتناوب فإن التيار الكهربائي يغير اتجاهه مرتين في كل دورة كاملة أي 360 درجة يدورها الملف الدوار.

Inductor المحرض

alternator ['ɔ:ltəneɪtə]منوبة -أولتانيتا

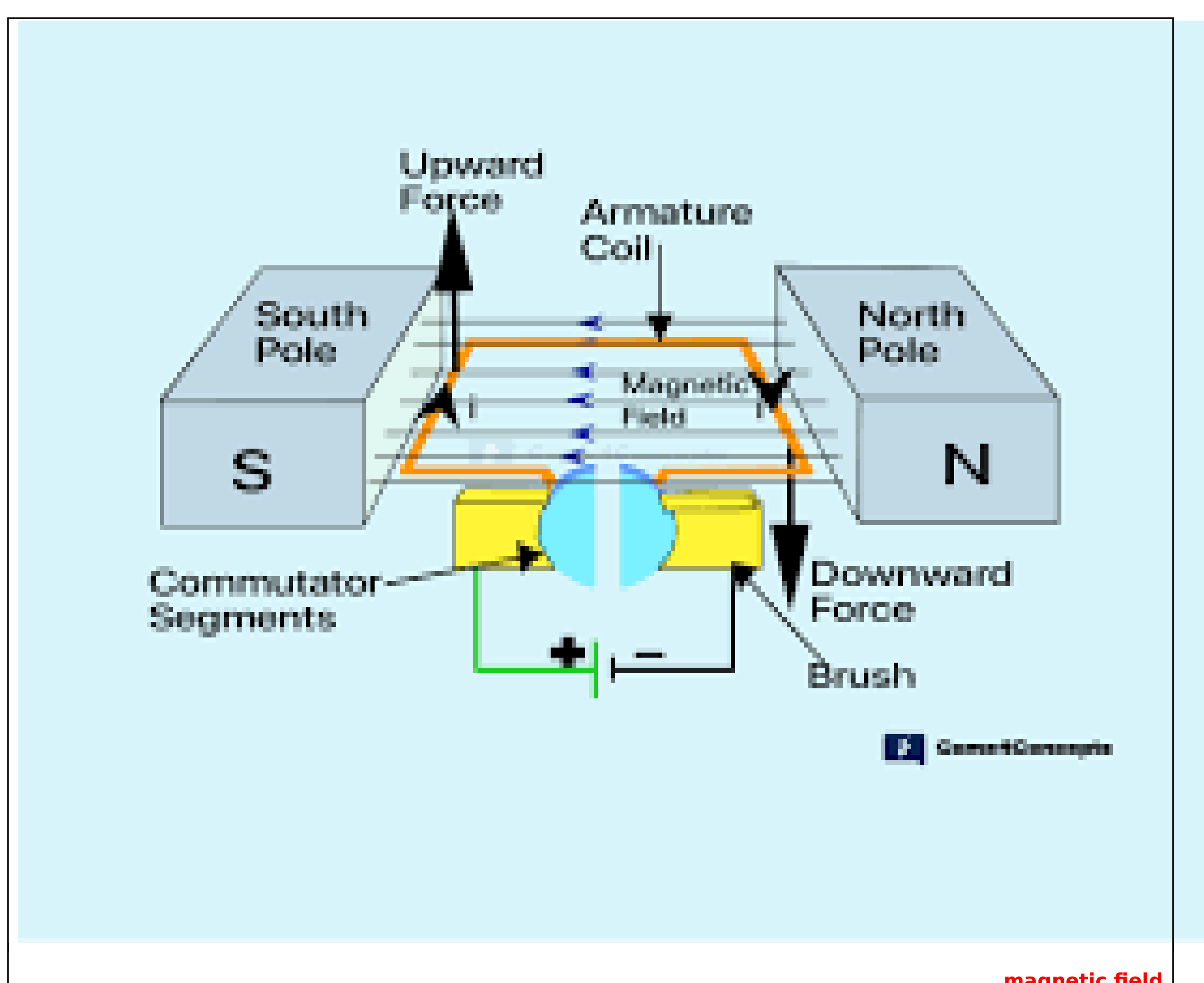
حقل مغناطيسي دوارrotating magnetic field

مبدلة كهربائية ['kɒmjʊteɪtə] **commutator(كوميوتيتا )**



Pivot here
N
S
Wire joins commutator
Wire joins commutator
Commutator
Brush against Commutator
Brush against Commutator
+
-
حقل مغناطيسي
Commutator
Brushes
LAMINATED CORE
SOLDER SLOTS ON RISER FOR COIL ENDS
MICA INSULATION
SHAFT
COMMUTATOR SEGMENTS

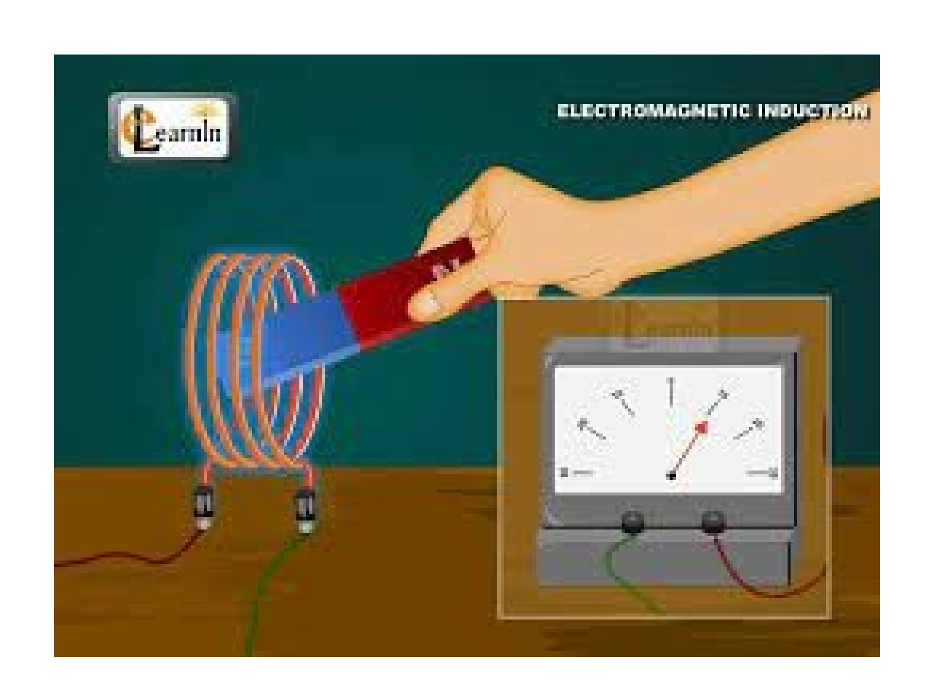

Groove Type
Groove Type
Groove Type
HOOK Type
HOOK Type

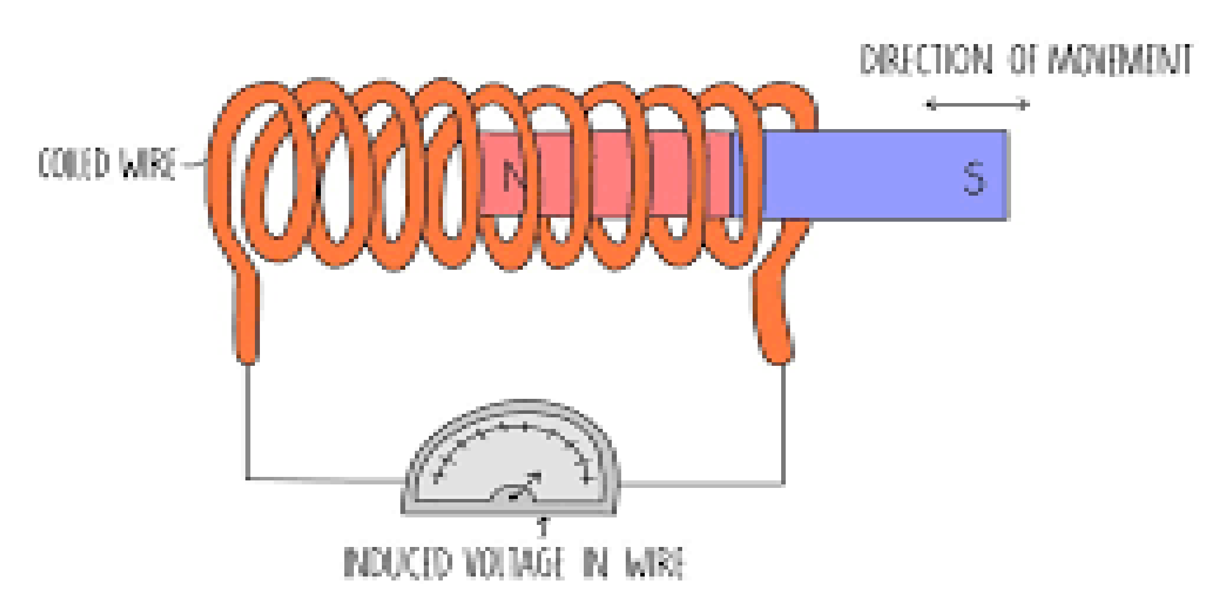



**magnetic field**

induction إنداكشن [ɪn'dʌkʃn]تحريض -حث

**Electromagnetic inductionحث كهرومغناطيسي**


Learnln
ELECTROMAGNETIC INDUCTION


DIRECTION OF MOVEMENT
COILED WIRE
N
S
INDUCED VOLTAGE IN WIRE

**المحولات الكهربائية**

تتمثل مهمة المجولات الكهربائية في القيام بتغيير جهد التيار المتناوب أي أنها تقوم بتغيير فولتبة التيار المتناوب.

لا يعمل المجول إلا مع التيار المتناوب(تيار الشبكة الكهربائية) و إذا رأينا محولاً في دارةٍ تعمل بالتيار المستمر فإن ذلك يعني بأن هنالك دارة تقطيع تقوم بتحويل التيار المستمر مجدداً إلى تيارٍ متناوب يصلح لعمل المحول.

هنالك محولاتٌ تقوم برفع جهد (فولتية) التيار المتناوب و هنالك مجولات تقوم بخفض جهد التيار المتناوب.

كما تعلمون فإن المحرض عبارة عن ملفٍ يقوم بتخزين الطاقة الكهربائية على صورة حقل مغناطيسي , و المحول يحتوي على محرضين اثنين أي أنه يحتوي على ملفين سلكيين معزولين عن بعضهما البعض عزلاً تاماً ولا يوجد بينهما أي اتصالٍ سلكي من أي نوع و لكنهما غالباً ما يتوضعان على القلب المعدني ذاته .

يحتوي المحول على ملفين اثنين و هما ملفٌ ابتدائي و ملفٌ ثانوي لا يوجد بينهما أي اتصالٍ سلكيٍ مباشر.

تنتقل الطاقة الكهربائية من الملف الأول إلى الملف الثاني عن طريق الحقل المغناطيسي الذي يولده مرور التيار الكهربائي في الملف الأول.



إذا كان عدد ملفات الملف الثانوي أكبر من عدد ملفات الملف الابتدائي فإن الجهد الكهربائي يتضخم في الملف الثانوي بنسبةٍ تماثل النسبة بين عدد لفات الملف الابتدائي و عدد لفات الملف الثانوي.

مثال:

إذا كان الجهد في الملف الابتدائي 120 فولت و كان عدد لفات الملف الثانوي يساوي ضعف عدد لفات الملف الايتدائي فإن ذلك يعني بأن الجهد الخارج من الملف الثانوي سيكون $120 \times 2 = 240$ فولت .

هذا النوع من المحولات يدعى بمحولات الرفع أي محولات رفع الجهد.

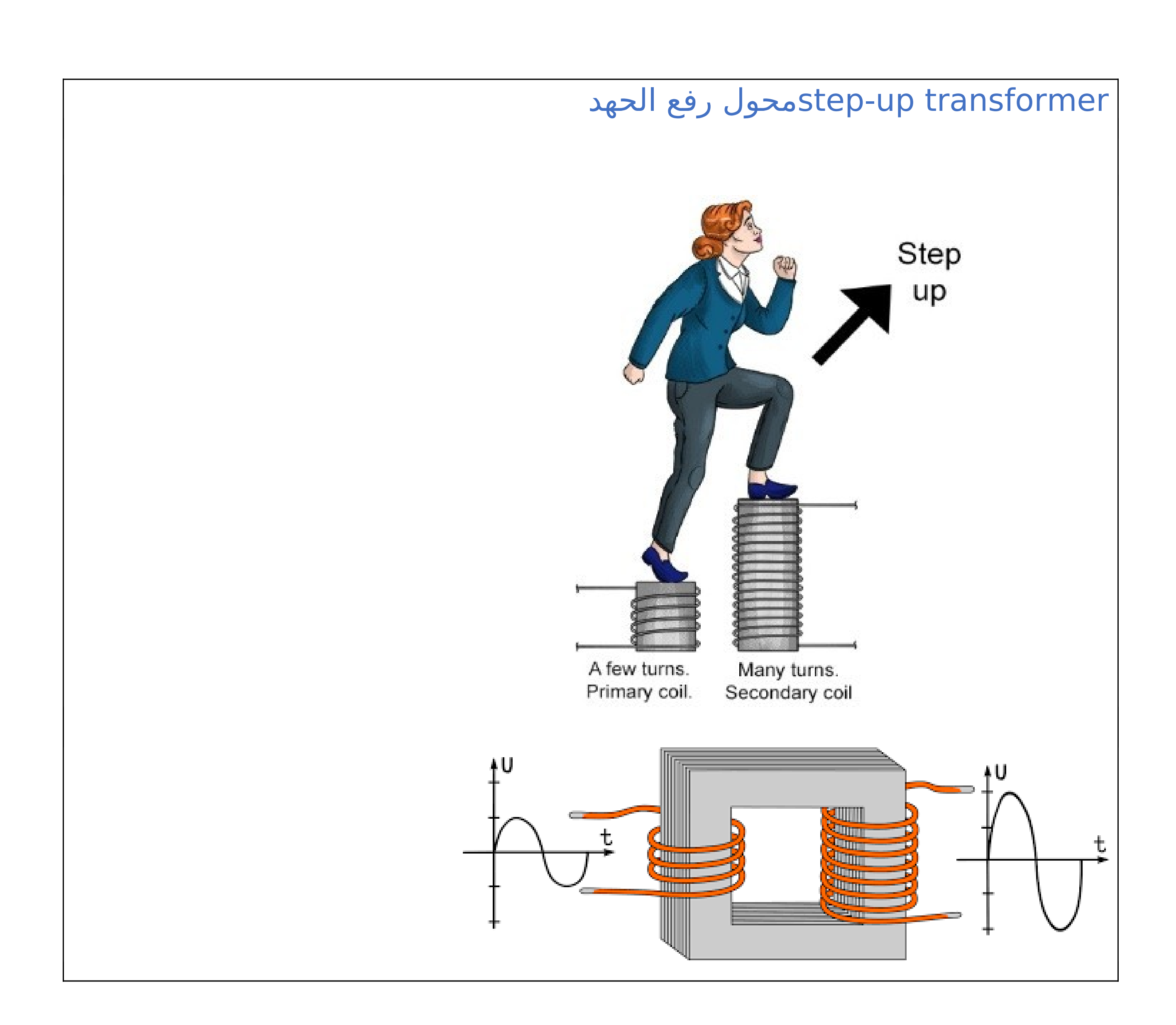
إذا كان عدد ملفات الملف الثانوي يساوي نصف عدد لفات الملف الابتدائي فإن ذلك يعني بأن الملف الثانوي سيقوم بتخريج نصف الجهد الموجود في الملف الابتدائي.

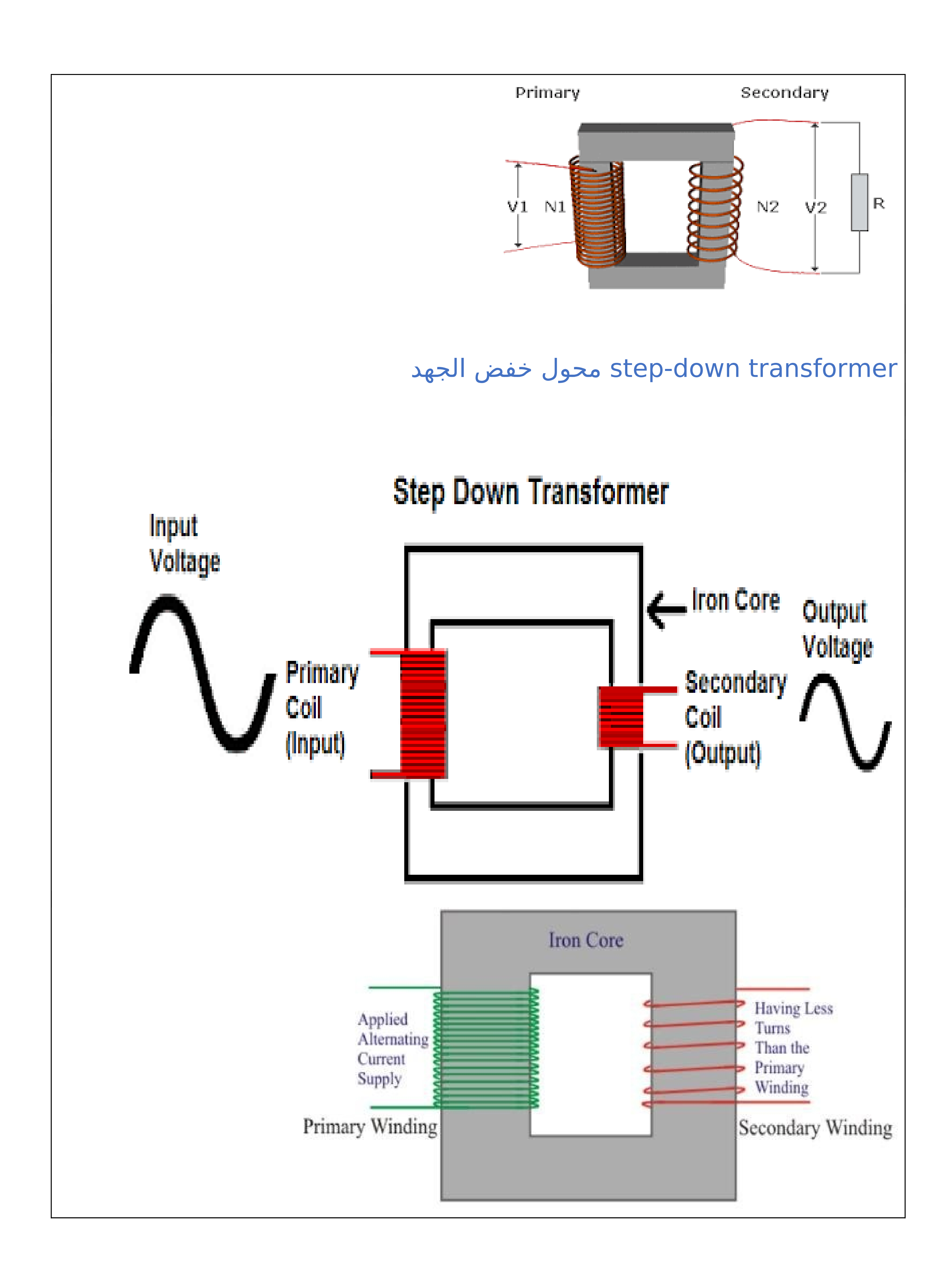
فإذا كان الجهد على الملف الابتدائي 110 فولت مثلاً و كان عدد لفات الملف الثانوي يساوي نصف عدد لفات الملف الابتدائي فإن ذلك يعني بأن الملف الثانوي سيخرج 55 فولت.

110 ÷2=55 فولت

يدعى هذا النوع من المحولات بمحولات الخفض.

محول رفع الجهدstep-up transformer




Primary
Secondary
V1
N1
N2
V2
R
محول خفض الجهد step-down transformer
Step Down Transformer
Input Voltage
Iron Core
Output Voltage
Primary Coil (Input)
Secondary Coil (Output)
Iron Core
Applied Alternating Current Supply
Having Less Turns Than the Primary Winding
Primary Winding
Secondary Winding

محرضInductor

يتم تخزين البيانات على القرص الصلب في الكمبيوتر بصورة مغناطيسية على شكل أعدادٍ ثنائية (صفر و واحد) حيث تمثل النقطة الممغنطة على سطح القرص الصلب العدد واحد بينما تمثل النقطة غير الممغنطة على سطح القرص الصلب العدد صفر.

## استخدام الطاقة الذرية في توليد الكهرباء

تنتج العناصر المشعة حرارةً خلال عملية تلاشيها و تحولها و يمكن حثها على إنتاج مقادير أكبر من الطاقة عبر إخضاعها لعمليةٍ تعرف بعملية الانشطار النووي, حيث يتم التركيز على النظائر المشعة التي يمكن لها أن تنشطر إلى ذرتين أصغر .

إن عملية الانشطار الغير خاضعة للضبط تؤدي إلى انفجار القنبلة الذرية و لذلك تتم تبطئة عملية الانشطار في المفاعلات.

## الانشطار الذري

الانشطار الذري هو عمليةٌ تؤدي إلى انشطار نواة الذرة إلى نواتين اثنتين أو أكثر أقل حجماً , و عادةً ما يرافق ذلك الانشطار إنطلاق بعض الجسيمات كناتج ثانوي لعملية الانشطار الذري, و هذه الجسيمات تتضمن محايدات ( نيوترونات) – فوتونات ضوئية ( عادةً ما تكون أشعة غاما) و جسيمات ألفا و بيتا .

إن انشطار العناصر الثقيلة يمكن أن يطلق مقادير وفيرة من الطاقة المفيدة على شكل أشعة غاما و على شكل طاقةٍ حركية.

**سير عملية الانشطار النووي**

يقوم محايدٌ واحد أي نيوترونٌ واحد شارد بالاصطدام بنواة ذرة العنصر النظير القابل للانشطار وهو الأمر الذي يؤدي إلى انشطار نواة الذرة إلى نواتين اثنتين مطلقةً مقادير هائلة من الحرارة و الضوء و الأشعة الخطيرة , كما أن عملية الانشطار هذه تؤدي إلى تحرير عددٍ أكبر من النيوترونات(المحايدات) , و هذه المحايدات أو النيوترونات تصطدم بدورها بأنوية ذرات نظائر مشعة جديدة متسببةً في إحداث تفاعلات انشطارٍ جديدة.

إذاً فإن عملية الانشطار الذري عبارة عن نيوترون أو جسيمٍ محايدٍ واحد يصطدم بأنوية ذرات نظائر مشعة متسبباً في انشطار نواة الذرة و هو الأمر الذي يؤدي إلى تشكيل أنوية منتصفة أو مقسمة أو مشطورة .

إن الأنوية القابلة للانشطار سوف تنشطر عندما يصطدم بها نيوترون أو محايد .

إن الطاقة التي يتم إطلاقها تزودنا بالمزيد من النيوترونات أو المحايدات الشاردة التي تصطدم بأنوية ذراتٍ أخرى و تتسبب في انشطارها.

يجري تفاعل الانشطار النووي في مفاعلات مملوءة بالماء أو الغاز حيث يستخدم بخار الماء في تشغيل توربينات توليد الطاقة الكهربائية, كما يحوي المفاعل كذلك على قضبان تحكمٍ مصنوعة من عنصر البورون الذي يقوم بامتصاص بعض المحايدات أو النيوترونات الحرة و بذلك فإنه يحدد عدد الانشطارات الذرية الجارية فعن طريق قضبان التحكم تلك يتم التحكم بعملية الانشطار الذري و يتم ضبطها.

بعد توليد التيار الكهربائي في المحطات الحرارية أو المفاعلات النووية يتم رفع جهده إلى مئات آلاف الفولتات و ذلك لتقليل ضياعات التيار الكهربائي على شكل حرارة في الأسلاك أثناء نقل التيار الكهربائي من محطات التوليد إلى المدن وذلك في أسلاك مصنوعة من الألمنيوم.

إذاً بعد خروج التيار الكهربائي من محطات توليد الكهرباء يتم رفع جهده في محطات رفع الجهد ثم يتم نقله في خطوط جهدٍ عالي و عند مشارف المدن يتم تخفيض الجهد العالي في محطات خفض الجهد ليصبح جهداً متوسطاً بحدود عشرة

آلاف فولت يتم نقله في خطوط جهدٍ متوسط و بعد ذلك تتولى محولاتٌ صغيرة خفض الجهد المتوسط مجدداً حتى يناسب المنازل.

الجهد المتوسط يبلغ نحو عشرة ألاف فولت.

عند تحويل الطاقة الحرارية إلى طاقةٍ كهربائية فإن ثلث مقدار الطاقة المستهلكة يصل بشكلٍ فعلي إلى المستهلكين بينما يضيع الثلثين حيث تضيع 55% من طاقة الوقود المستخدمة في توليد الكهرباء في محطات التوليد على شكل فاقدٍ حراري , كما يضيع 7% من التيار الكهربائي في محطات التحويل ثم يضيع 5% من التيار الكهربائي على شكل ضياعاتٍ في الأسلاك و لا يصل في النهاية إلى المستهلكين النهائيين إلا 33% فقط .

## الاندماج النووي

الاندماج النووي هو تفاعلٌ نووي يتم من خلاله اندماج و اتحاد نواتي ذرتين اثنتين لإنتاج نواةٍ واحدة , و يرافق تفاعل الاندماج هذا إطلاق طاقة .

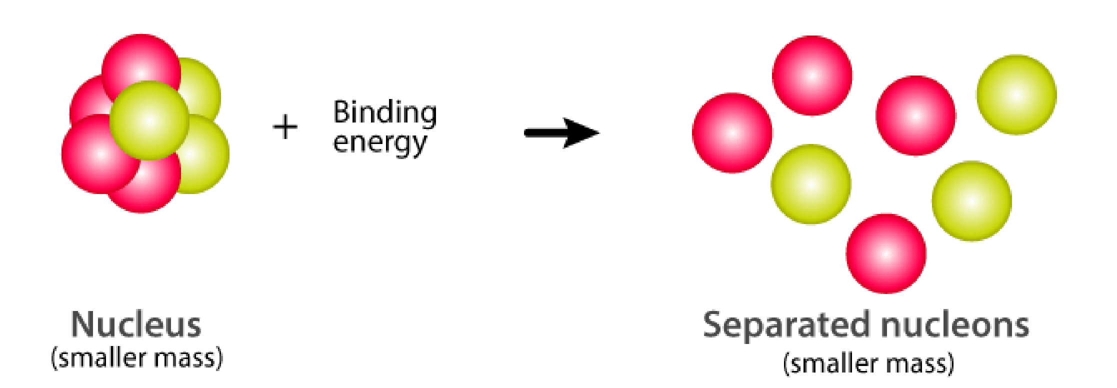
إن اتحاد النواتين مع بعضهما ينتج نواةً واحدة أثقل كتلةً , و يرافق تفاعل الاتحاد هذا إطلاق أو امتصاص الطاقةو ذلك وفقاً لكتل النواتين التين تندمجان مع بعضهما البعض.

إن نواتي ذرتي الحديد و النيكل تتميزان بأكبر قدرٍ من الطاقة الرابطة من بين جميع الأنوية و لذلك فإن هاتين النواتين هما الأكثر استقراراً.

إن الاندماج بين نواتي ذرتين و الذي ينتج نواةً أخف وزناً من نواتي الحديد أو النيكل عادةً ما يكون اندماجاً مطلقاً للطاقة .

اما الاندماج بين نواتي ذرتين و الذي ينتج نواةً أثقل وزناً من نواتي الحديد أو النيكل فإنه اندماجٌ يقوم بامتصاص الطاقة.

طاقة رابطة binding energy




MSJChem
Tutorials for IB Chemistry

## Binding energy

To calculate the binding energy, we can use the Einstein mass – energy equivalence relationship:

$$E = mc^2$$

E – energy in joules (J)
m – mass defect (kg)
c – speed of light $3.00 \times 10^8$ $ms^{-1}$

عند استخدام الألياف الضوئية في نقل البيانات  فإن الإشارة تنتقل على شكل ضوء و كما هو معروف فإن مقدارٌ ضئيلٌ جداً من الطاقة الضوئية يتحول إلى حرارة عند نقلها مما يجعل كفاءة الألياف الضوئية أعلى من كفاءة الأسلاك النحاسية التي تنتقل فيها الإشارة على صورة تيارٍ كهربائي و لذلك فإن نسبةً غير قليلةٍ منها تضيع على شكل حرارة.

### العزل الحراري للمنازل

تتسبب الشقوق و الفراغات المحيطة بالأبواب و النوافذ في تسريب 11% من حرارة المنزل.

تتسبب الأرضيات و الجدران غير المعزولة في فقدان ما نسبته 33% من حرارة المنزل.

يتوجب وضع غلافٍ عازل حول خزان المياه الساخنة في المنزل.

يتوجب أن تكون النوافذ الزجاجية مضاعفة أي أن تكون مصنوعةً من طبقتين اثنتين من الزجاج و ليس من طبقةٍ واحدة.

يتوجب تقطيع المنزل من الداخل بجدرانٍ مصنوعة من الأخشاب بدلاً من الجدران الحجرية.

يجب أن تكون الجدران الخارجية مؤلفةً من طبقتين اثنتين بينهما فراغٌ يتم ملؤه بمادة رغوية عازلة(فوم) .

يجب أن يكون هنالك فراغٌ بين أرضية المنزل و الأرض التي يتم تشييد المنزل عليها.

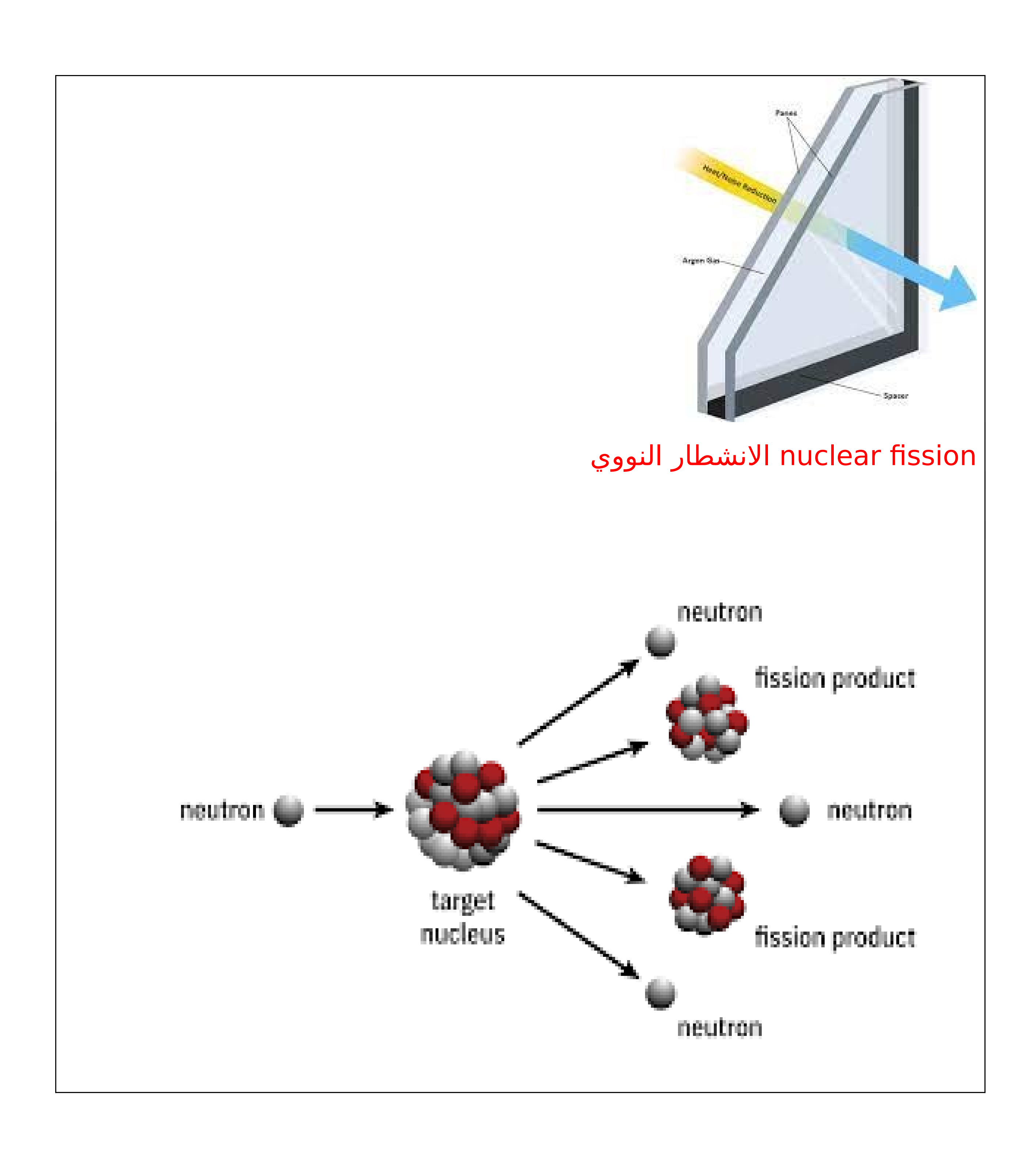
يجب أن تكون هنالك سقيفة مثلثة الشكل فوق سقف المنزل(أتيك).

يجب تقليل استخدام المواد الحجرية والاسمنتية إلى أقصى درجة و استبدالها بالأخشاب و الألياف.

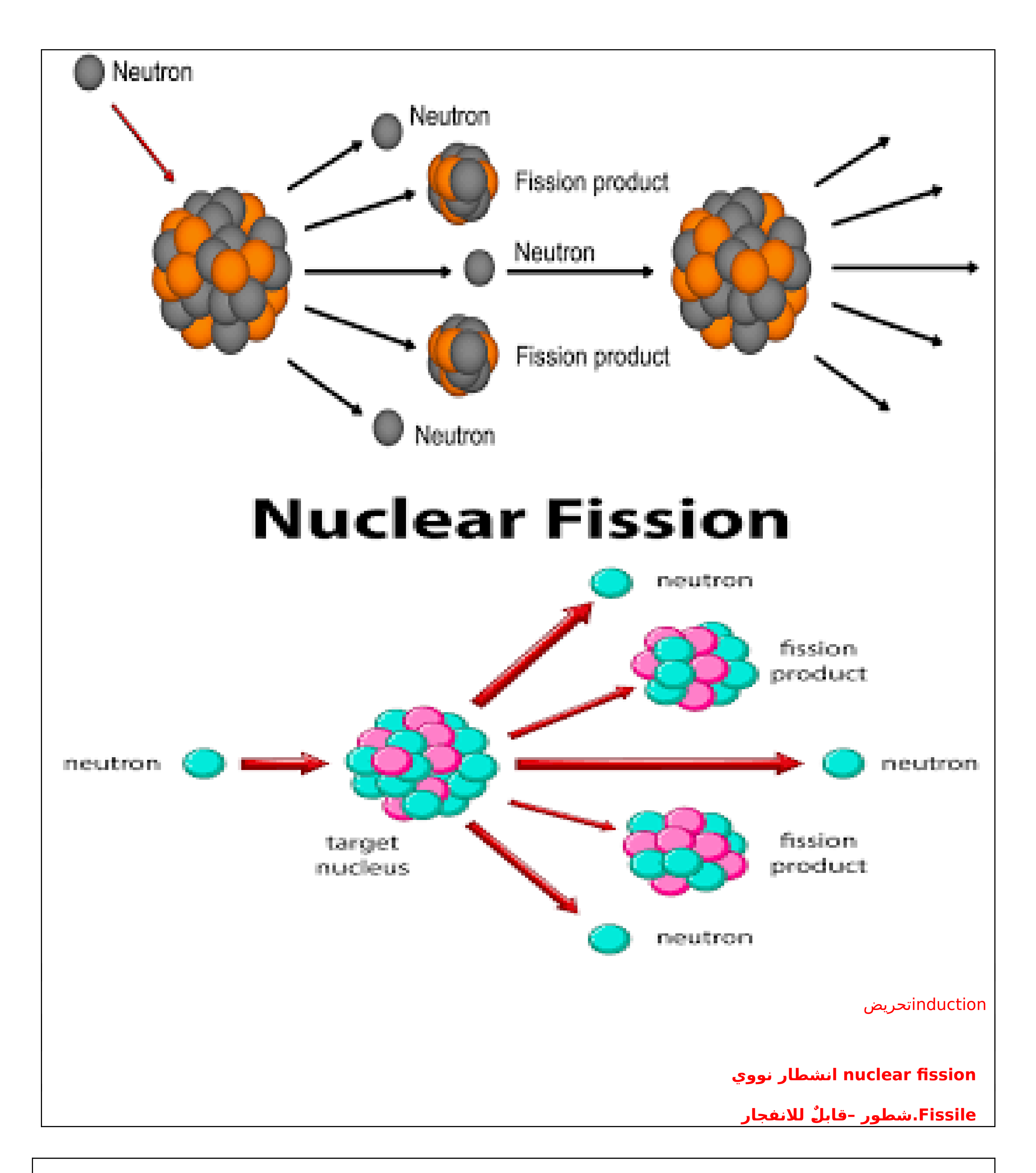
استبدال الأرضيات الحجرية بأرضياتٍ خشبية.

استخدام المنازل الجاهزة المسبقة الصنع و هي منازل مصنوعة من الأخشاب و الألمنيوم و الألياف تتميز بثمنها المعقول و عازليتها العالية.

double-glazed زجاج مضاعف




الانشطار النووي nuclear fission




تحريضinduction

**انشطار نووي nuclear fission**

**شطور -قابلٌ للانفجار.Fissile**

- انفجارٌ نوويA nuclear explosive



**الاندماج النووي**

يقصد بالاندماج النووي انصهار و اندماج نواتي ذرتين و ذلك لتشكيل نواةٍ واحدة كبيرة ( نسبياً) و يرافق عملية الاندماج النووي تلك إطلاقٌ للطاقة.

تتألف نواة ذرة عنصر الهيدروجين من بروتونٍ واحد ( ذو شحنة موجبة بالطبع) بينما لا تحتوي نواة ذرة الهيدروجين على أي محايدٍ أي أنها لا تحتوي على أي نيوترون عديم الشحنة .

تشجع ظروف الحرارة و الضغط العاليين في الشمس على تشكيل نظائر الهيدروجين و نظائر الهيدروجين تلك تشابه الهيدروجين من حيث احتواء نواة ذرتها على بروتون واحد موجب الشحنة و لكنها تخالف ذرة الهيدروجين من ناحية أن نواة ذرتها تجوي كذلك على نيوترون واحد أو نيوترونين اثنين( عديمي الشحنة)

و عندما تندمج نواتي ذرتين من ذرات نظائر الهيدروجين مع بعضها البعض تتشكل لدينا ذرة هيليوم.

**مثال عن الاندماج النووي**

الديوتيريوم هو أحد نظائر الهيدروجين تحتوي نواة ذرته على محايدٍ واحد (نيوترون واحد) و بروتون واحد.

التريتيوم : و هو كذلك من نظائر الهيدروجين –تحتوي نواة ذرته على محايدين اثنين أي نيوترونين اثنين عديمي الشحنة الكهربائية و بروتون واحد.

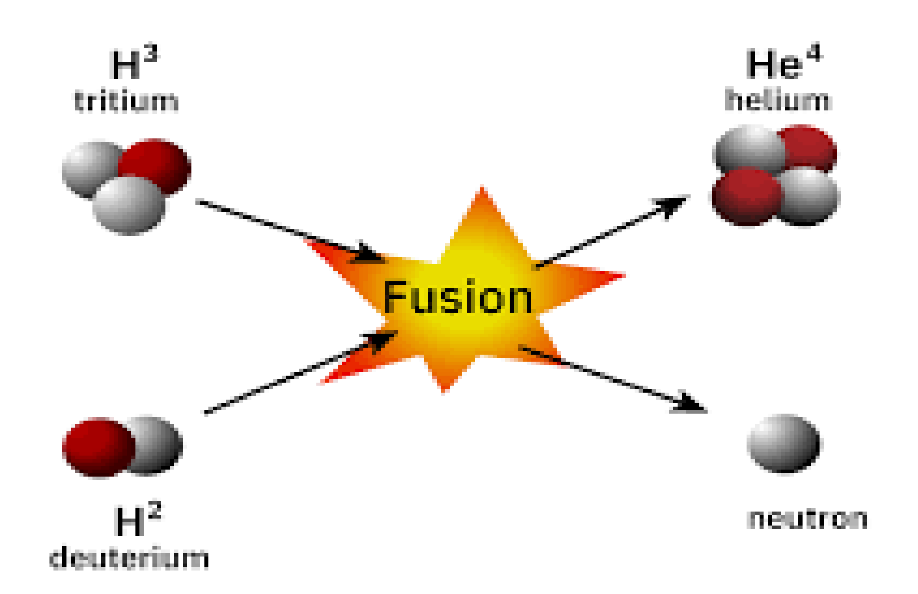
تندمج نواتي هاتين الذرتين مع بعضهما البعض لتشكلا معاً باندماجهما ذرة هيليوم تحتوي نواة ذرتها على موجبين اثنين أي بروتونين اثنين و محايدين اثنين أي نيوترونين اثنين و يرافق عملية الاندماج الذي تلك إطلاق طاقة.

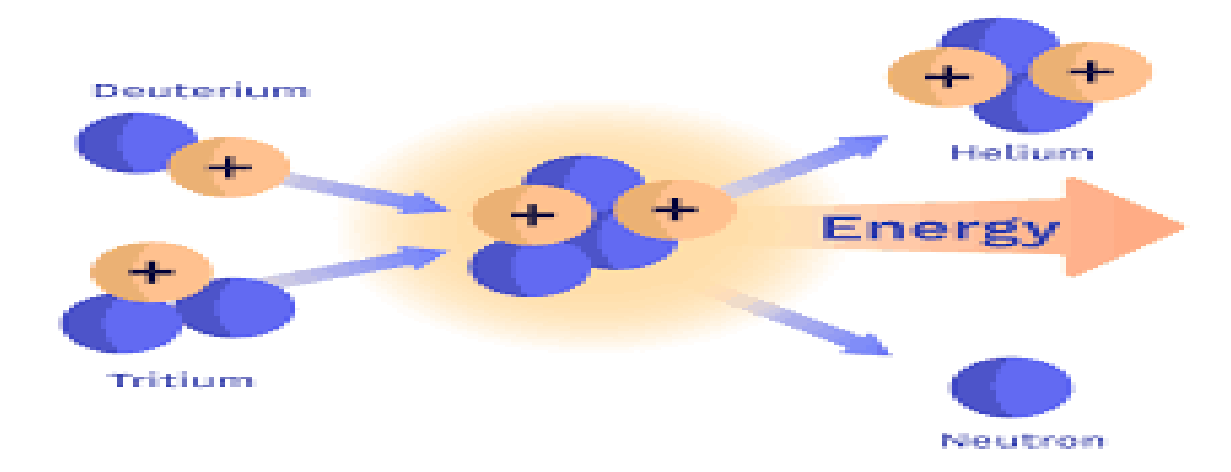
**Deuterium** ديوتيريوم

**Tritium** (**T** or **3H**) تريتيوم

hydrogen isotope نظير هيدروجين

**nuclear fusion** اندماج نووي






## شيءٌ عن الفيزياء الكونية

حتى يكمل القمر دورةً واحدةً حول محوره فإنه يستغرق الزمن ذاته الذي يستغرقه حتى يكمل دورةً واحدة حول الأرض و لذلك فإننا لا نرى أبداً من الأرض إلا جهةً واحدة منه فقط , أما وجه القمر الذي لا يمكن لنا رؤيته من سطح الأرض فيدعى بالوجه البعيد للقمر.

توجد المجرات على شكل عناقيد و هذه المجرات تبتعد عن بعضها بشكلٍ دائم أي أن الكون يتسع بشكلٍ دائم.

الآن تذكرون ما مر معنا سابقاً أثناء دراستنا للموجات الصوتية و تأثير الدوبلر و كيف أن الموجة تقترب منا تكون مضغوطة أي أن الجيوب المكونة لها تكون متقاربةً من بعضها البعض و يكون ترددها مرتفع بينما الموجة التي تبتعد عنا تكون جيوبها متباعدة مع بعضها البعض و يكون ترددها أدنى.

و عند دراسة النجوم و الكواكب فإننا نصادف الشيء ذاته .

## ظاهرة الانزياح الأحمر

إن الضوء الآتي  من النجوم و الكواكب و المجرات أو أي جسم مضيء يميل إلى اللون الأحمر إذا كان ذلك الجسم المضيء أو ذلك النجم أو الكوكب يبتعد عنا.

الجسم المضيء أو النجم الذي يبتعد عنا تكون موجاته الضوئية الصادرة عنه ورائه, كما أنها تكون آخذةً في التلاشي و الاتساع أي  أن جيوب تلك الموجات الضوئية تكون متباعدةً عن بعضها البعض و يكون طول موجتها فضفاضاً و متباعداً و بالتالي فإن ترددها يكون منخفضاً و لذلك فإن ذلك النجم أو الجسم المضيء يبدو مائلاً للون الأحمر –إن هذه الظاهرة تعرف بظاهرة الانحياز الأحمر.

## ظاهرة الانزياح الأزرق

إذا كان هنالك نجمٌ أو كوكبٌ أو جسمٌ مضيء يقترب منا فإن موجاته الضوئية تكون أمامه أي أن ذلك الجسم يدفع موجاته الضوئية أمامه –أي أن تلك الموجات الضوئية تكون مضغوطة و ذات ترددٍ مرتفع كما يكون طول موجتها مضغوطاً و لذلك فإن تلك الأجسام تبدوا للمشاهد مائلةً للزرقة لأن تردد تلك الموجات المرتفع يجعلها قريبةً من الطيف الأزرق .

في حال الجسم المضيء الذي يبتعد عنا أي في حال الانحياز الأحمر فإن ضوء ذلك النجم أو الجسم المضيء يكون ورائه و تكون موجاته أخذةً في الاتساع و التلاشي .

أما في حال الجسم المضيء الذي يقترب منا أي ظاهرة  الانحياز الأزرق فإن ضوء ذلك الجسم المضيء يكون مضغوطاً أمامه.

إن ظاهرة الانزياح الأزرق تحدث عندما يطلق جسم يقترب منا موجة كهرومغناطيسية كالضوء مثلاً مما يجعل طول تلك الموجة يبدو أقل و هو ما يؤدي إلى ارتفاع تردد الموجة بشكل عام مما يجعل ترددها قريباً من تردد اللون الزرق وهو ما يجعلها تميل للزرقة.

إذاً فإن ظاهرة  الانزياح  الأحمر  تتمثل في ميل  المجرات التي تبتعد عنا لأن يزداد طول موجتها بحيث يميل طول الموجة إلى الجانب الأحمر من الطيف .

ازدياد طول الموجة يؤدي إلى انخفاض تردد الموجة و هو ما يؤدي إلى اقتراب ترددها من تردد الطيف اللوني الأحمر مما يجعلها تبدوا مائلةً للون الأحمر.

إن ظاهرة الانزياح الأحمر تعتبر دليلاً علمياً على تمدد الكون و اتساعه.

إن كلاً من ظاهرتي الانزياح الأزرق و الانزياح الأحمر تعرفان بمؤثر دوبلار .

إن ظاهرة الانزياح الأحمر تعني حدوث زيادة في طول الموجة الكهرومغناطيسية كموجة الضوء مثلاً كما تبدو للمشاهد بالمقارنة مع أصل أو حقيقة تلك الموجة , وقد دعيت هذه الظاهرة بهذا الاسم لأن الطيف المرئي البرتقالي أو الأصفر و بعد تعرضه لظاهرة الانزياح الأحمر يبدو مائلاً للحمرة وذلك نتيجة ازدياد طول موجته وهو الأمر الذي يؤدي إلى انخفاض تردده .

ماذا لو كان اللون الأصلي للأشعة أو الضوء الذي يطلقه جسمٌ مضيء يبتعد عنا أحمر اللون؟ هل تحدث ظاهرة الانزياح الأحمر في تلك الحالة؟

حتى الضوء الأحمر ذاته يخضع لظاهرة الانزياح الأحمر وذلك نتيجة ازدياد طول موجته وهو الأمر الذي يؤدي لانخفاض تردده و بذلك فإنه يتحول بالنسبة للمشاهد إلى أشعةٍ تحت الحمراء نتيجة خضوعه لتلك الظاهرة , و كذلك فإن الإشارات الراديوية القصيرة التي يطلقها جسمٌ يبتعد عنا يزداد طول موجتها .

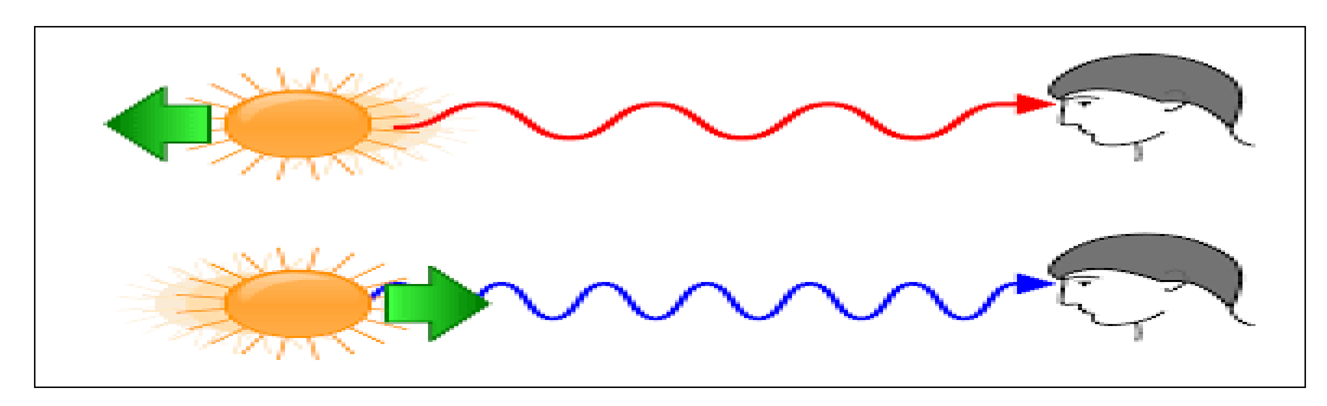
إن الظاهرة المعاكسة لظاهرة الانزياح الأحمر هي ظاهرة الانزياح الأزرق.

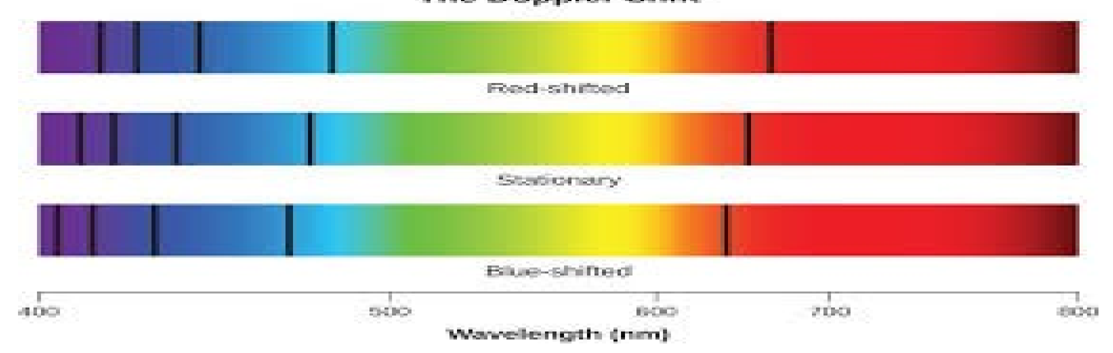
**انتبه جيداً**

الموجة هي دورة كاملة و هي تمثل الوحدة البنائية للتردد و بالتالي كلما ازداد طول الموجة في الثانية قل عدد الموجات التي تمر في ثانية واحدة و انخفض التردد ( ظاهرة الانزياح الأحمر) و العكس صحيح إذ أنه كلما نقص طول الموجة ازداد عدد الموجات التي تمر في ثانية واحدة و ارتفع التردد ( ظاهرة الانزياح الأزرق).

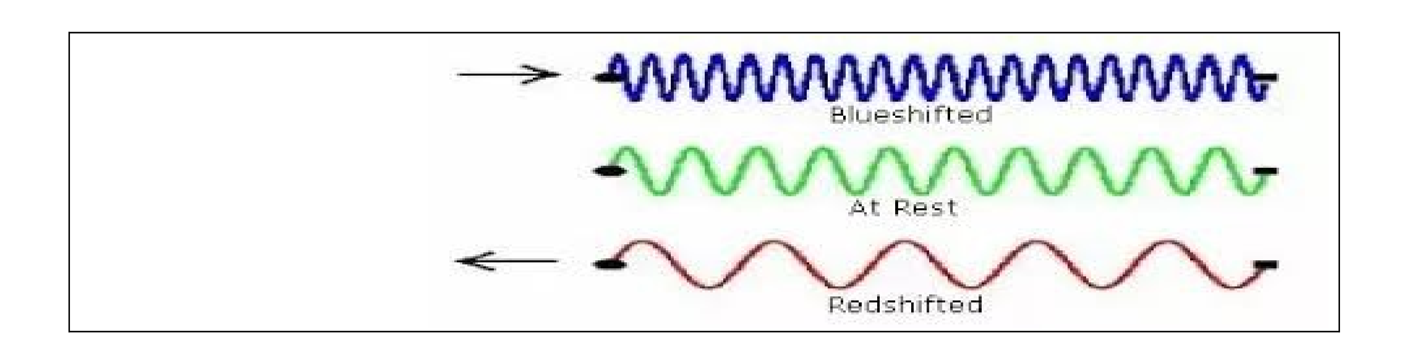
فلو كان عندنا بوابتين متساويتين في الحجم لعبور السيارات و كانت لدينا سيارات سياحية صغيرة و شاحنات طويلة و كانت البوابة الأولى مخصصة لعبور السيارات الصغيرة بينما كانت البوابة الثانية مخصصة لعبور الشاحنات فإن عدد السيارات السياحية الصغيرة التي سوف تمر من البوابة الأولى سيكون أكبر من عدد السيارات الشاحنة الطويلة التي ستمر من البوابة الثانية في الوقت ذاته.

الانزياح الأزرق **Blue Shift**

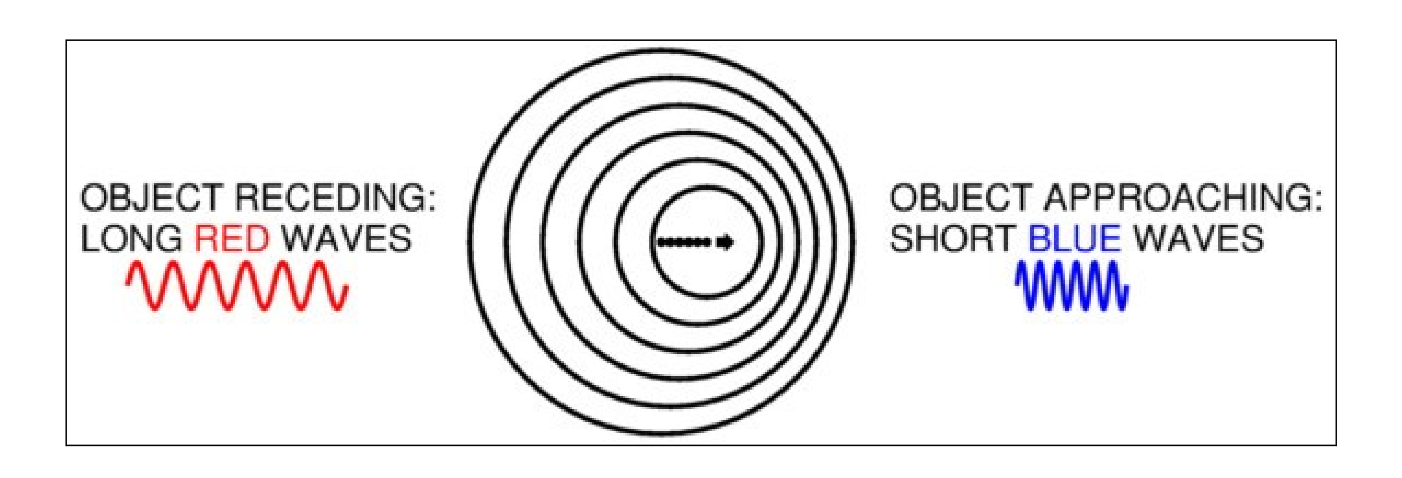


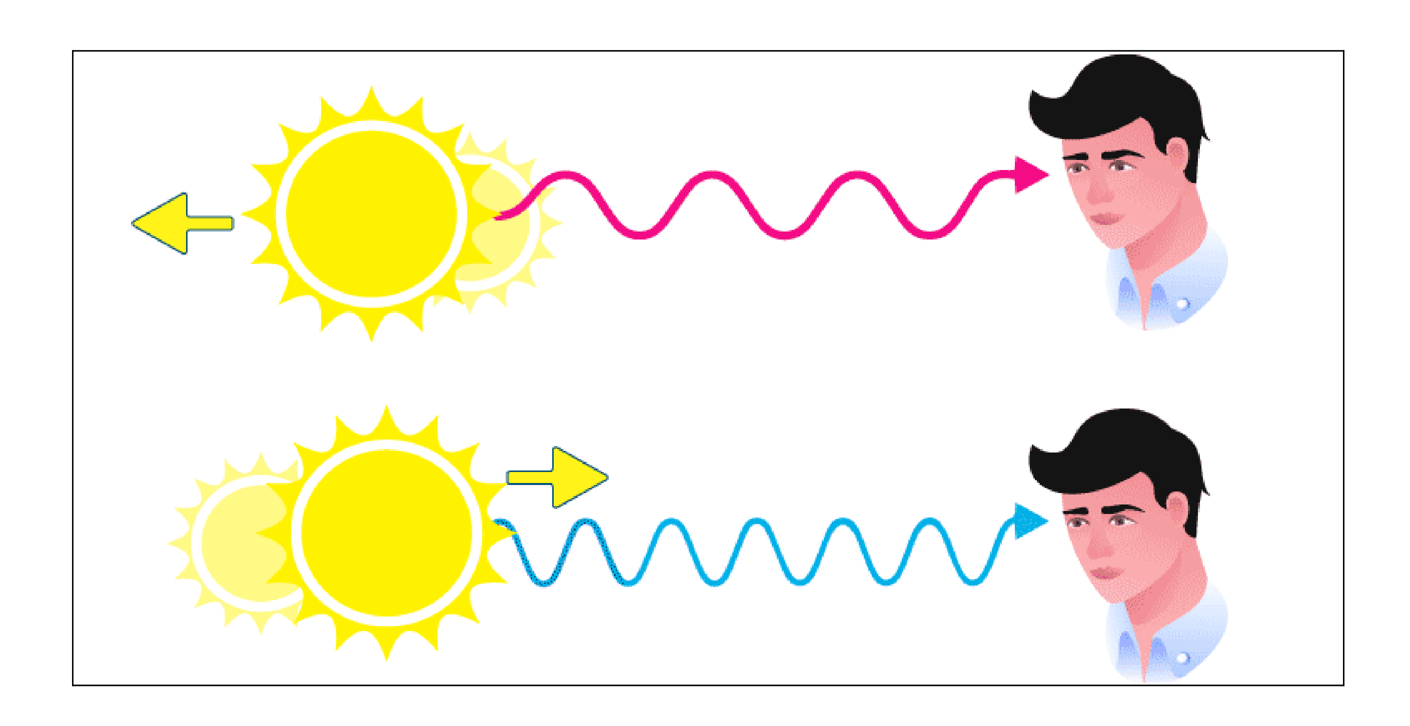


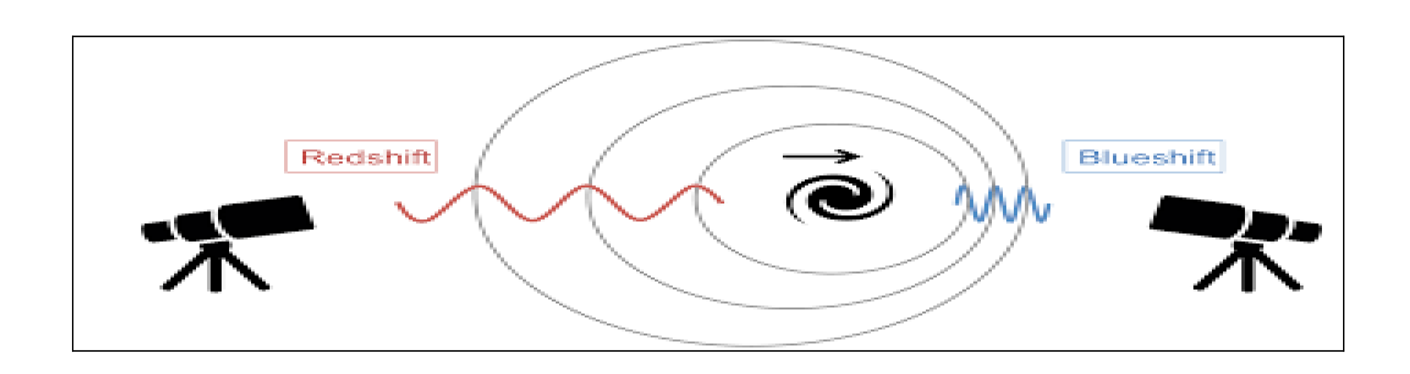
The Doppler Shift
Red-shifted
Stationary
Blue-shifted
400
500
600
700
800
Wavelength (nm)

Blueshifted
At Rest
Redshifted

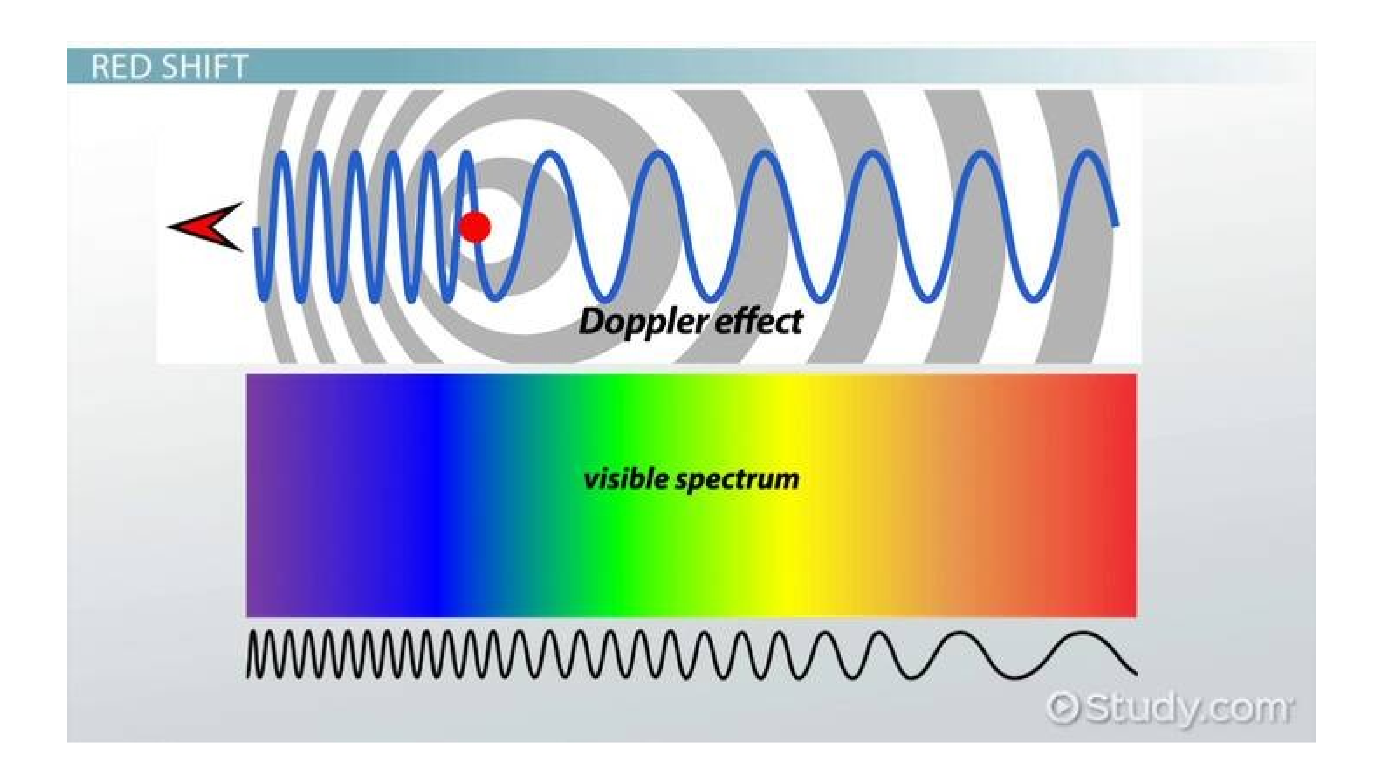

OBJECT RECEDING:
LONG RED WAVES
OBJECT APPROACHING:
SHORT BLUE WAVES

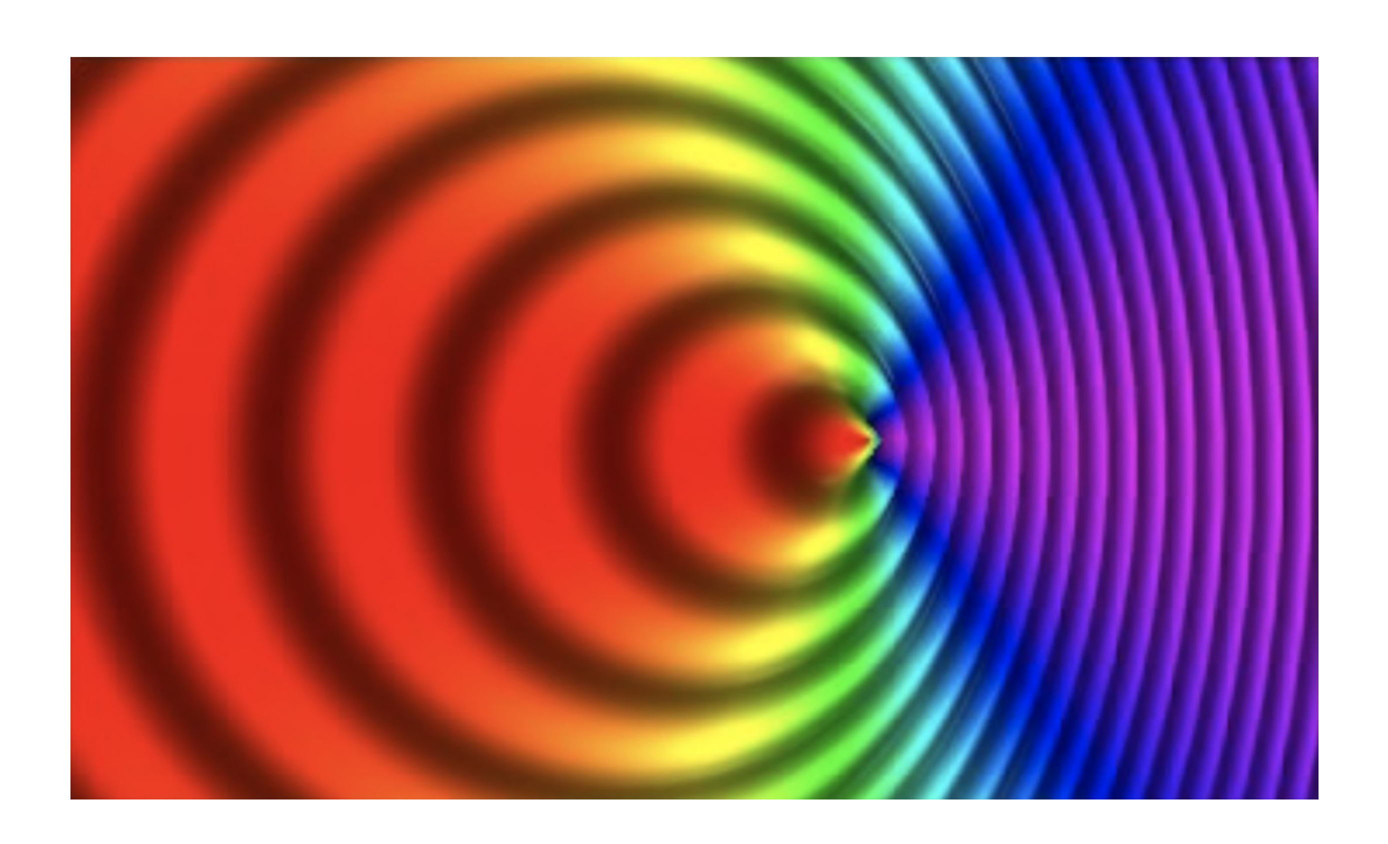


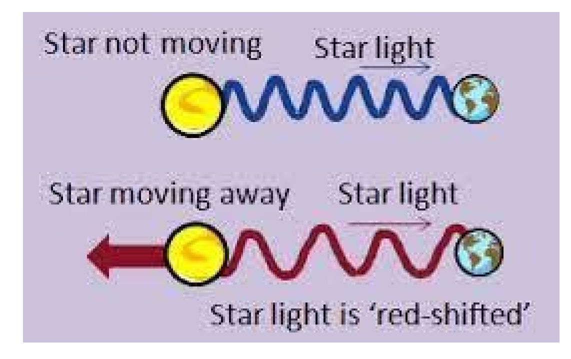

Redshift
Blueshift

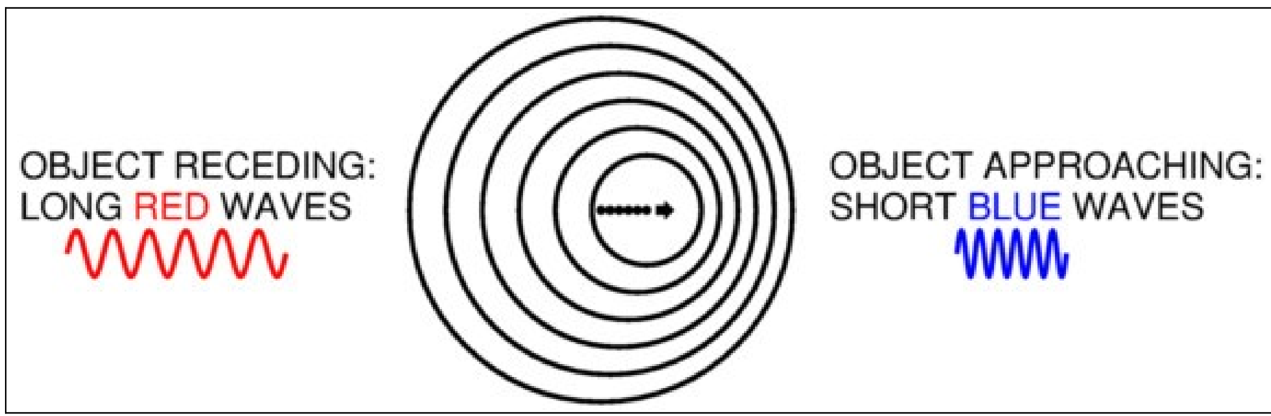
يمكننا أن نتصور التردد على شكل نابض و أن نتصور بأن حلقات النابض هي الموجات المكونة للتردد و كيف أن التردد سيزداد أو أنه سينقص تبعاً لوضع النابض : أي كون النابض منقبضاً أو مشدوداً .

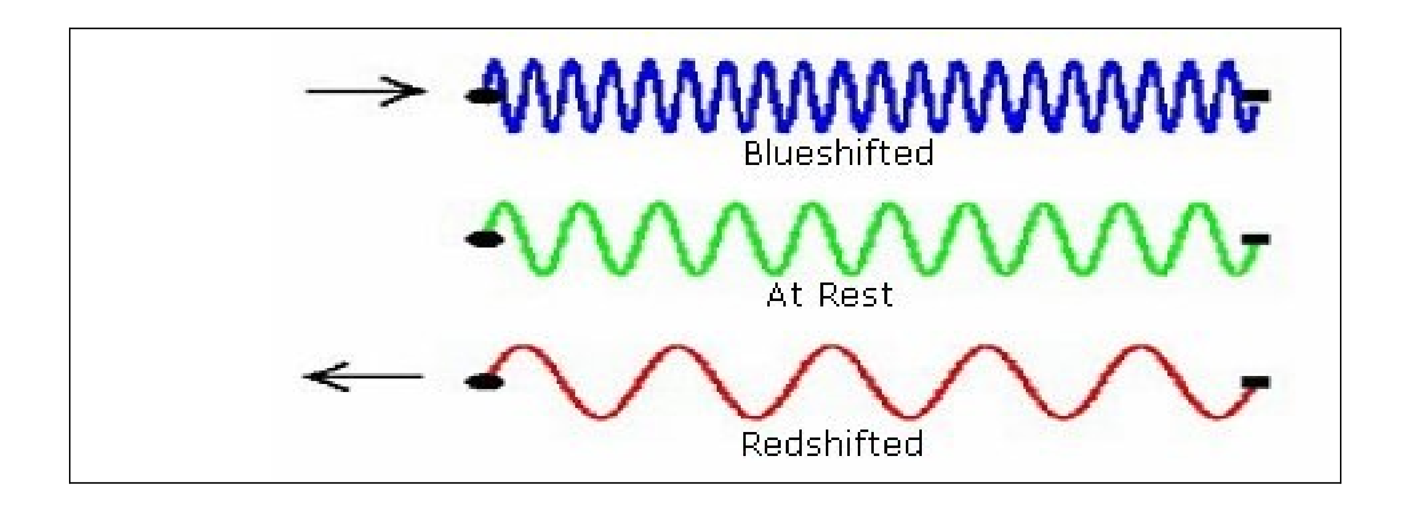
الانزياح الأحمر **red shift**






Star not moving
Star light
Star moving away
Star light
Star light is 'red-shifted'


OBJECT RECEDING:
LONG RED WAVES
OBJECT APPROACHING:
SHORT BLUE WAVES




تحوي المجرات مادةً سوداء غير مرئية كما أن هنالك قوةُ مجهولة تسرع من اتساع الكون تدعى بالطاقة السوداء .

تشكل الطاقة السوداء 72% من مكونات الكون بينما تشكل المادة السوداء 23% من محتويات الكون و تشكل الذرات مانسبته 4.6 من محتوى الكون و تشكل النيوترينوز 0.4%.

وفقاً لنظرية الانفجار العظيم فإن الكون قد بدأ منذ 13.8 مليار سنة ابتداءً من نقطةٍ متناهية في الصغر .

في العام 1929 اكتشف الفلكي أدوين هادل بأن الكون في حالة توسعٍ دائمة و أن ذلك التوسع قد بدأ بعد حدوث الانفجار العظيم الذي تشكل الكون على إثره.

**المادة المظلمة –المادة الغامضة**

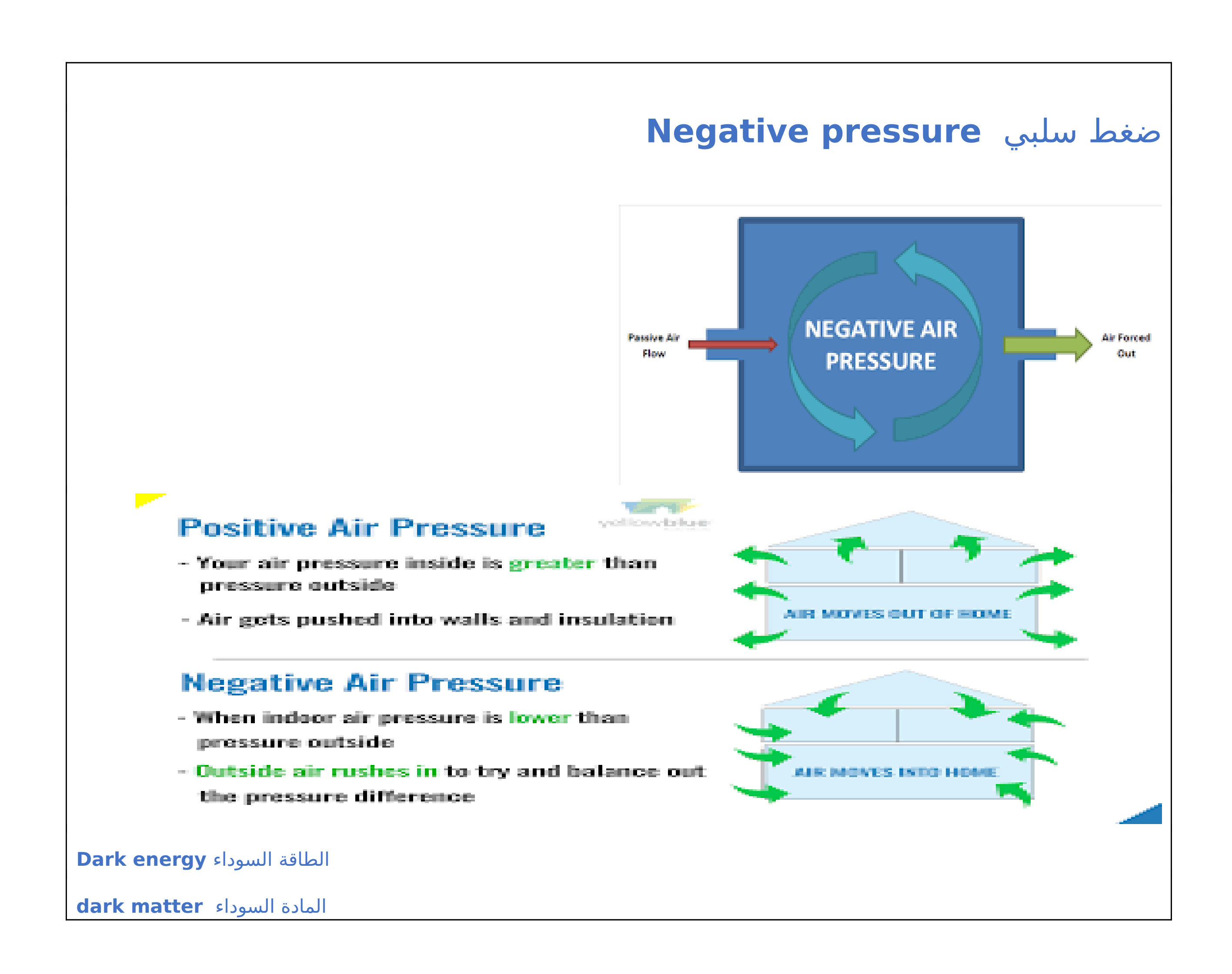
المادة المظلمة أو المادة الغامضة هو شكلٌ افتراضي من أشكال الطاقة يملأ الفضاء الخارجي و تتميز هذه المادة بضغطٍ سلبي قوي , و وفقاً للنظرية النسبية فإن هذا الضغط السلبي يشكل قوةً معاكسة لقوة الجاذبية.

و من المعتقد بأن هذه المادة المظلمة أو المادة الغامضة تشكل 90% من محتوى الكون من المادة.

و هذه المادة الغامضة مادة غير مرئية  لا تمتص الضوء ولا تصدره كما أنها لا تصطدم مع جسيمات الذرة و لكنها تتميز بقوة جاذبية.

المادة المظلمة أو المادة الغامضة لا تمتص ولا تعكس الاشعاع الكهرومغناطيسي ولذلك لا يمكن اكتشافها أو دراستها بالطرق التقليدية كما أنها مجهولة التركيب.

**Negative pressure** ضغط سلبي




**Dark energy** الطاقة السوداء

**dark matter** المادة السوداء

## الزمكان

الزمكان  في الفيزياء عبارة عن منظومة تتضمن كلاً من الزمان و المكان في بنيةٍ واحدة و في كوننا هذا فإن تلك المنظومة تتألف من 4 أبعاد : ثلاثة أبعاد مكانية و بعدٌ واحدٌ زماني .

يتم التعبير عن الزمان بشكلٍ مشابهٍ للمكان وذلك بضرب المقاييس الزمنية بسرعة الضوء.

### البعد الرابع

كما تعلمون فإن العالم الذي نعيش فيه يبدو عالماً ثلاثي الأبعاد أي أن هنالك طولٌ و عرضٌ و ارتفاع و هذه الأبعاد الثلاثة يمكن توصيفها بناءً على مبادئ الهندسة الإقليدية , غير أنه في العام 1907 فإن الرياضي الألماني هيرمان مينكويسكي أضاف الزمان باعتباره البعد الرابع غير المنظور و بذلك فقد أضاف مينكويسكي مفهوم الزمكان و هذا المفهوم قد شكل أساس النظرية النسبية عند ألبيرت أينشتاين.

و في العام 1904 طور الرياضي الألماني هينريخ لورينتز مجموعة معادلاتٍ دعاها بالاستحالات أظهر فيها كيف أن الكتلة و الطول و الزمان تتغير عندما يصل الجسم إلى سرعة الضوء و بعد عامٍ من ذلك وضع ألبيرت أينشتاين نظرية النسبية الخاصة و التي تقول بأن سرعة الضوء ثابتة في الكون بينما الزمان نسبي و غير ثابتٍ و غير مطلق و أنه يمر بسرعاتٍ مختلفة في الأماكن المختلفة.

و على سبيل المثال طبعاً و من الناحية النفسية لا الفيزيائية فإن الزمان في مكان بغيض مقبض يمر أبطأ بكثيرٍ من مروره في مكانٍ جميل , و الزمان في أوقات الحرارة و البرودة الشديدتين يمر أبطأ بكثير من مروره خلال الأوقات المعتدلة من العام –هذا المثال هو مثالٌ نفسي لا فيزيائي و لكنه يساعدنا على فهم النسبية.

. إن الزمان يكون مختلطاً و محبوكاً مع المكان

لقد حول ميكونيسكي نظرية أينشتاين إلى صيغةٍ رياضية بين فيها كيف أن الزمان و المكان هما أجزاءً من الزمكان الرباعي الأبعاد و أن لكل نقطةٍ من المكان و الزمان موقعاً و لذلك فقد مثل الحركة بين المواقع على شكل خطٍ وهمي دعاه بخط العالم حيث يمكن رسم الزمان و المكان على شكل محاور.

فخط الحركة أو خط العالم بالنسبة للجسم الساكن يكون عمودياً تماماً بينما يكون خط الحركة بالنسبة للجسم المتحرك مائلاً .

إن الزاوية التي يصنعها خط الحركة بالنسبة لجسمٍ يتحرك بسرعة الضوء يكون قياسها 45 درجة , و بما أنه ليس هنالك شيءٌ معروفٌ في الكون أسرع من الضوء فما من خط حركة يمكن أن تكون درجة ميلانه أكبر من 45 درجة.

أما في العالم الواقعي فإن هنالك ثلاثة محاورٍ للمكان و محورٌ واحدٌ للزمان و لذلك فإن زاوية 45 درجة الخاصة بالجسم الذي يتحرك لسرعة الضوء هي حقاً زاوية افتراضية.

. نمثل الزمان بمستقيمٍ عمودي بينما يمثل المكان بمستقيمٍ أفقي

و في حال الجسم الثابت يكون خط الحركة الخاص به متطابقاً مع  مستقيم الزمان العمودي .

أي أن خط الحركة الخاص بجسمٍ ثابت يشكل زاويةً قائمة مع مستقيم المكان الأفقي بينما يكون متطابقاً مع مستقيم الزمان العمودي.

يصنع حط الحركة الخاص بجسمٍ متحرك بسرعة الضوء زاوية مقدارها 45 درجة مع مستقيم المكان الأفقي .

يشكل خط الحركة الخاص بجسم يتحرك بسرعةٍ أقل من سرعة الضوء زاويةً أقل من 45 درجة مع مستقيم المكان الأفقي.

بما أنه ما من جسمٍ يستطيع أن يتحرك بسرعة تفوق سرعة الضوء فإن المجال الحيوي لحركة الأجسام يقع حكماً ما بين الزاوية القائمة 90 درجة بالنسبة للأجسام الثابتة و الزاوية 45 درجة بالنسبة للأجسام التي تتحرك بسرعة الضوء.

بالنسبة لجسمٍ ثابت فإن خط الحركة هو خطٌ عموديٌ تماماً يتطابق مع خط الزمان العمودي و يشكل زاويةً قائمة مع خط المكان الأفقي.

كلما تباطأت حركة الجسم فإن خط حركته يصبح أكثر قرباً من خط الزمان العمودي , و كلما ازدادت سرعة الجسم فإن خط حركته يصبح أكثر قرباً من خط المكان الأفقي على أن لا تتجاوز زاوية ميلانه 45 درجة .لماذا؟

لأن 45 درجة تمثل الحركة بسرعة الضوء و ما من جسمٍ معروف في الكون يستطيع الحركة بسرعة أعلى من سرعة الضوء.

خط الزمان العمودي

خط الحركة  الذي يمثل جسماً يتحرك بسرعة الضوء 45 درجة

Worlldline

خط المكان الأفقي

خط الزمان العمودي

خط الحركة  الذي يمثل جسماً ساكناً – يكون خط حركة الجسم الساكن متطابقاً مع خط الزمان العمودي كما يكون متعامداً مع خط المكان الأفقي بزاوية قائمة 90 درجة

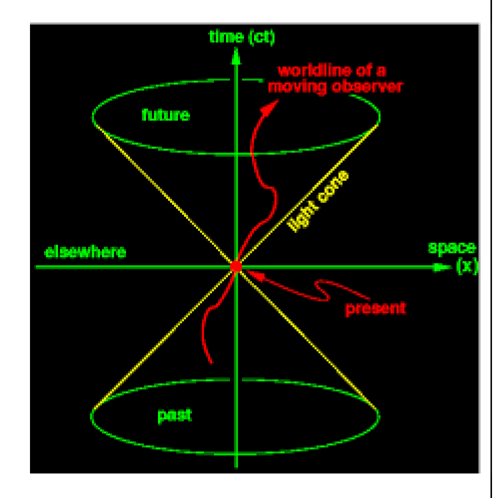
Worlldline

خط المكان الأفقي

. وفقاً لأينشتاين فإن الجاذبية هي انحناء الزمكان

.كلما ازدادت كتلة الجسم ازداد انحناء الزمكان و ازدادت الجاذبية

الزمكان الرباعي الأبعادfour-dimension spacetime




Worlldline   خط العالم –حط الحركة

**transformation** الاستحالة

**Spacetime** الزمكان

## تعاريف رياضية

## الهندسة الإهليليجية elliptic geometry

تعتبر الهندسة اللاإقليدية الفضاء على شكل كرة كما تعتبر بأن الخطوط دوائر كبيرة.

تدعى الهندسة الاهليليجية بهندسة ريمانيان .

في الهندسة اللاإقليدية فإننا من نقطة خارج مستقيم لا يمكن أن نرسم أي مستقيمٍ موازي لذلك المستقيم الأول.

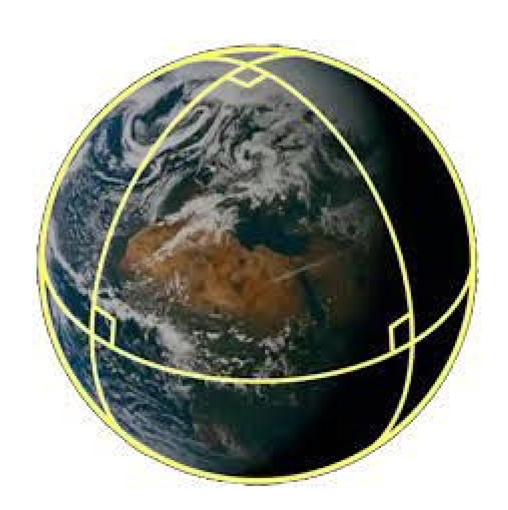
في الهندسة اللاإقليدية من نقطةٍ ما تقع خارج مستقيم ما لا يمكن أن يمر أي مستقيمٍ موازي لذلك المستقيم الأول.

إن الهندسة اللاإقليدية أ و الهندسة الإهليليجية تخرق أطروحة التوازي عند إقليدس و التي تقول بأنه من نقطةٍ تقع خارج مستقيم يمكن رسم مستقيمٍ واحدٍ فقط موازي لذلك المستقيم الأول.

في الهندسة الإهليليجية لا توجد خطوطٌ متوازية على ألإطلاق , و في الهندسة ألإهليجية هنالك خاصيةٌ أخرى وهي أن مجموع زوايا أي مثلث يكون دائماً أكبر من 180 درجة.

هندسة ريمانيان **Riemannian geometry**

**الهندسة الإهليليجية elliptic geometry**



---

**معادلة المكعب** : معادلة تضم متغيراً واحداً على الاقل مضروباً بنفسه مرتين .

مثال :

$س^3 = س × س × س$

س$^{1}$ أو س غير مضروب بنفسه ولا مرة.

مربع س أي س$^{2}$ = س×س أي س مضروب بنفسه مرة واحدة.

مكعب س أي س$^{3}$ = س × س ×س أي س مضروبٌ بنفسه مرتين و ليس ثلاث مرات .

حجم المكعب =الطول × العرض × العمق .

**إيجاد العوامل :**

5=5!=5 ×4 ×3 ×2 ×1 =120

هي ناتج ضرب جميع الأعداد الموجبة الصحيحة الأقل من العدد المطلوب إيجاد عوامله.

**الوظيفة** : علاقةٌ رياضية تكون فيها قيمة أحد المتغيرات مرتبطة بقيمٍ أخرى ضمن تلك العلاقة .

Function=f

$Y=X^{3}+4$

العلاقة السابقة هي علاقة وظيفة حيث يمكن حساب قيمة المتغير Y من خلال تكعيب X و من ثم إضافة العدد 4 و لذلك يمكن كتابة الصيغة السابقة على الصورة التالية :

$f(Y)=X^{3}+4$

f(Y) = وظيفة (Y)

الفئة : عبارة عن مجموعة تتضمن علاقة رياضية بحيث أن تلك العملية الرياضية المعلقة إذا تم تنفيذها فإن الناتج سيكون كذلك عنصراً منتمياً لتلك المجموعة.

مثال :

تشكل مجموعة الأعداد الصحيحة فئة عندما تكون العملية المتضمنة فيها هي عملية جمع لأن حاصل جمع أي عددٍ صحيح مع عددٍ صحيح آخر هو كذلك عددٌ صحيح, أي ان ناتج عملية الجمع سيظل عنصراً منتمياً لتلك المجموعة.

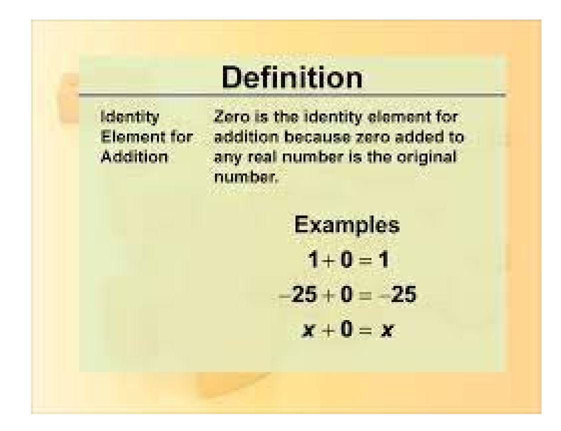
يمكن للفئة أن تكون محدودة و متناهية أو غير محدودة ( لا متناهية).

**عنصر الهوية identity element**: عنصر الهوية هو العنصر الذي لا يغير النتيجة عندما يضاف أو يضرب بعنصرٍ آخر, فالعدد واحد هو عنصر هوية في عملية الضرب , لأن واحد ضرب أي عدد يساوي ذلك العدد دون تغيير :

1 × مليون= مليون

الصفر هو عنصر هوية في عملية الجمع , أي أن الصفر لا يغير من نتيجة عملية الجمع.

مليون+صفر=مليون

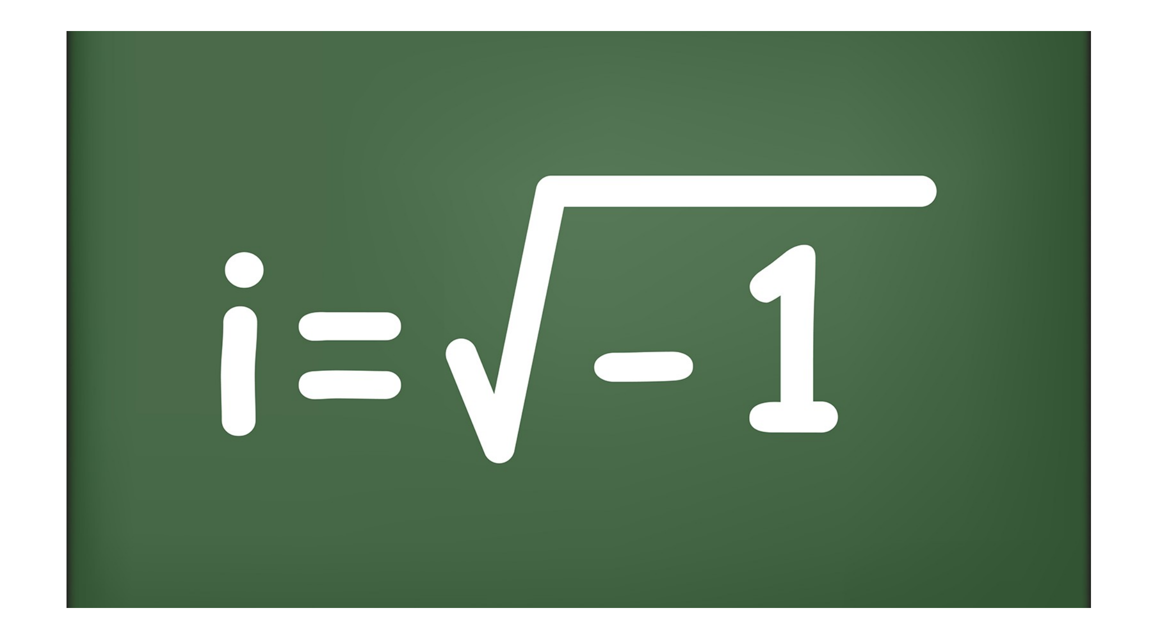



**الرقم الخيالي imaginary number** : الرقم الخيالي هو أيٌ من مضاعفات الجذر التربيعي للعدد السالب ناقص واحد √1- و الذي هو رقمٌ خيالي لا وجود له في الحقيقة .

رمز الرقم الخيالي هو i .

**اللانهائية** : هنالك عدة أشكال من اللانهائية مثل مجموعة الأرقام الطبيعية و هي لا نهائية قابلة للعد عنصراً بعنصر 1,2,3,4.. غير أن نهايتها لا يمكن بلوغها لأننا لا نعلم ما هو أقصى رقم طبيعي لا يمكن زيادته ولا يمكن لنا أن نضيف له أي عدد آخر.

الأعداد الحقيقية هي نهائيات غير قابلة للعد - مثال على الأرقام الحقيقية غير القابلة للعد الرقم باي π له رقمٌ يمتد بشكل لا نهائي كما نرى 3.14159265358979323846264338327950 .




$$i = \sqrt{-1}$$

**المعادلات الخطية** : المعادلة الخطية هي معادلة لا تحوي متغيراً مضروباً بنفسه أي أن المعادلة الخطية هي معادلة  لا تحوي متغيراً مرفوعاً لقوةٍ أعلى من القوة الأولى .

لا بمكن أن تحوي المعادلة الخطية متغيراً مضروباً بنفسه مثل  س$^2$ أو س$^3$ أو أية قوة أعلى من ذلك لأن  س$^2$  تعني س × س أما س$^3$ فهي تعني س ×س×س.

عندما نمثل المعادلة الخطية بشكلِ إحداثي فإننا نحصل على خطٍ يمثل تلك المعادلة و هذا سبب تسميتها بالمعادلة الخطية.

. المقلوب أو المعكوس : رقمٌ أو تعبيرٌ رياضي يمثل القيمة المعاكسة لقيمة أخرى

. إن ناتج ضرب أي قيمة بمعكوسها يساوي واحد

مثال:

معكوس العدد 9 هو الكسر $\frac{1}{9}$ واحد على 9 .

$9 \times \frac{1}{9} = 1$

$\frac{1}{9} = 1 \div 9 = 0.11111111111111111111111111111111$

$9 \times 0.11111111111111111111111111111111 = 1$

تذكر دائماً :

الكسر هو عملية قسمة معلقة –عملية قسمة البسط على المقام أي قسمة عالي الكسر على سافله.

لتحويل كسر إلى رقمٍ يمكن التعامل معه في الحاسبة نقسم بسط الكسر على مقامه أي نقسم عاليَ الكسر على أدناه.

لتحويل كسرٍ إى رقمٍ عشري نقسم بسط الكسر على مقامه.

العدد المتكرر هو عددٌ يتكرر إلى ما لا نهاية .

مثال :

$1 \div 9 = 0.11111111111111111111111111111111$

الزاوية القائمة :

زاوية قياسها 90 درجة (ربع دورة) وهي الزاوية التي يشكلها التقاء و تقاطع مستقيمٌ عمودي مع مستقيمٍ أفقي.

الحلقة :

الحلقة عبارة عن مجموعة , و لكنها مجموعةٌ تتضمن عمليتين رياضيتين و ليس عمليةً واحدة و هاتين العمليتين التين تتضمنهما الحلقة هما عمليتي جمع و ضرب .

مثال : جميع الأعداد الصحيحة تشكل حلقة عندما تجمع بينها عمليتي ضرب و جمع لأن ناتج هاتين العمليتين يكون عنصراً ينتمي إلى المجموعة ذاتها.

Ring حلقة .

**الجذر** : جذر عددٍ ما هو العدد الذي إذا قمنا بضربه بنفسه عدداً معيناً من المرات فإنه يعطي ذلك العدد الأصلي.

مثال العددين 4 و 8 هما جذري الرقم 64 .

العدد 4 هو الجذر التكعيبي للرقم 64 :

$4 \times 4 \times 4 = 64$

العدد 8 هو الجذر التربيعي للرقم 64 :

$8 \times 8 = 64$

أما جذر المعادلة فهو حل تلك المعادلة.

**المعادلات المتزامنة** : هي مجموعة معادلات تتضمن القيم المجهولة ذاتها و لذلك يتم حل هذه المعادلات بشكلٍ متزامنٍ مع بعضها البعض لاكتشاف مجاهيلها معاً.

simultaneous equations معادلات متزامنة.

Trigonometry النسب المثلثية.

**تعاريف هندسية**

النقطة : شكلٌ هندسي ثلاثي الأبعاد –أبعاده الثلاثة ( الطول و العرض و الارتفاع أو الثخانة) ضئيلة إلى حدٍ تهمل فيه جميع تلك الأبعاد في الحسابات.

الخط المستقيم: شكلٌ هندسي ثلاثي الأبعاد يبلغ اثنان منها ( أي عرض الخط و ارتفاعه أي ثخانته)حداً من الضآلة بحيث يتم إهمالها في الحسابات فلا يبقى منها إلا بعدٌ واخد ألا و هو الطول.

الشكل المسطح أو المستوي : شكلٌ هندسي ثلاثي الأبعاد يبلغ إحداها حداً من الضآلة يستوجب إهماله في الحسابات و ذلك البعد الذي يتوجب إهماله في الحسابات هو الارتفاع أو الثخانة فيتبقى لدينا بعدين اثنين و هما الطول و العرض.

الحجم : شكلٌ هندسي ثلاثي الأبعاد لا يجوز إهمال أي من أبعاده الثلاثة أي الطول و العرض و الارتفاع(الثخانة).

يمكن أن نتخيل الثخانة في النقطة و الخط و المستوي المسطح على أنها ثخانة الحبر الذي نرسم به تلك الأشكال.

## الهندسة الإقليدية –الهندسة المستوية

الهندسة الإقليدية هي الهندسة المستوية الثنائية الأبعاد.

الهندسة الإقليدية (الهندسة المتعلقة بالأشكال المستوية الثنائية الأبعاد كالمثلثات و المربعات و المستطيلات و الدوائر و الخطوط .

أطروحات الهندسة الإقليدية:

: الخط المستقيم هو أقرب مسافة بين نقطتين

المسافة بين النقطتين أ و ب هي إما أن تكون أ-ب أ ناقص ب أو ب-أ ب ناقص أ

أيهما تعطي إجابةً موجبة هي الحل الصحيح , فإذا كانت أ=5 و ب=7 فإن أ-ب تساوي 5-7 =العدد السلبي(-2) .

و بالطبع فإن العدد السلبي -2 حلٌ مرفوض لأنه عددٌ سلبي , وهذا يعني بأن المسافة بين النقطتين أ و ب هي ب-أ ب ناقص أ أي 7-5 =2 , و هي إجابةٌ مقبولة لأن نتيجتها موجبة.

: الطرح الإقليدي الثاني

المستقيمان المتوازيان مهما امتدا لا يلتقيان –لا يتقاطعان مع بعضهما البعض.

وفقاً لمبادئ الهندسة الإقليدية المستوية فإنه إذا كان لدينا خطٌ مستقيم و نقطة خارج ذلك الخط المستقيم فإننا من تلك النقطة نستطيع أن نرسم مستقيماً واحداً فقط موازياً لذلك المستقيم و ذلك على سطحٍ مستوي ثنائي الأبعاد.

نقطة م .

خط مستقيم ب

نقطة م .

خط مستقيم ب

هل تستطيع أن ترسم من النقطة م أكثر من مستقيم واحد موازي للمستقيم ب ؟

---

**الأطروحات المستحيلة الثلاثة في الهندسة الاقليدية**

تجزئة الزاوية إلى ثلاثة أجزاء.

تربيع الدائرة : رسم مربع بحيث تكون مساحته مساوية لمساحة دائرة محددة.

مضاعفة المكعب أي مضاعفة حجم مكعبٍ ما.

الاطروحات الثلاثة السابقة جميعها هي أطروحاتٌ مستحيلة التحقق وفق مبادئ الهندسة الإقليدية و لكنها قد تكون ممكنة التحقق و فق مبادئ الجبر البحت.

## الهندسة الفراغية –الهندسة اللاإقليدية

الهندسة الفراغية هي الهندسة التي ظهرت في القرن التاسع عشر و تختص هذه الهندسة بدراسة الأشكال المجسمة كالكرات و المكعبات و الأهرامات و سواها .

إن الهندسة الكروية هي هندسةٌ إقليدية مستوية و لكن دون أية خطوط متوازية.

بالنسبة للهندسة الفراغية فإن الخطوط الكفافية الموجودة على الخرائط هي عبارة عن خطوط مائلة متوازية ( و ليست خطوطاً مستقيمةً متوازية).

تمثل النقطة فضاءً عديم الأبعاد.

أما الجزء المقتطع من خطٍ مستقيم فإنه يمثل فضاءً ذو بعدٍ واحد.

تتبع الهندسة الفراغية أو الهندسة الكروية المبادئ ذاتها التي تتبعها الهندسة الإقليدية أو الهندسة المستوية باستثناء المبدأ المتعلق بالخطوط المتوازية حيث أنه مبدأٌ مرفوض في الهندسة الكروية ذلك أنه على سطح كروي فإن الخط المستقيم هو دائماً خطٌ منحني , بل إن الخط المستقيم على سطحٍ كروي يصنع دائرةً مركزها هو مركز الدائرة.

إن أي مستقيين على سطحٍ كروي دائماً يتقاطعان في نقطتين على سطح الكرة , وهذا يعني بأنه لاوجود للمستقيمات المتوازية على سطحٍ كروي.

النقطتين التي يلتقي بها أي مستقيمين على سطحٍ كروي هما القطبين.

إن أقصر مسافة بين نقطتين على سطحٍ كروي هي جزءٌ من خط منحني أوقوس أو دائرة لأنه لا وجود للخطوط المستقيمة على سطحٍ كروي.

جميع الخطوط المستقيمة على سطح كروي هي في الحقيقة خطوطٌ منحنية و هذه الخطوط تشكل دائرة أو أنها جزءٌ من دائرة.

في الهندسة المستوية الإقليدية –إذا كان لدينا خطٌ مستقيم و نقطةٌ لا تقع على ذلك الخط فإن بإمكاننا من تلك النقطة أن نرسم مستقيماً واحداً فقط موازيا لذلك المستقيم.

كما أنه من تلك النقطة لا يمكن أن يمر إلا مستقيمٌ واحدٌ فقط موازي لذلك المستقيم.

أما بالنسبة لهندسة الانحناء السالب فإن هنالك عددٌ لا نهائي من المستقيمات المتوازية التي يمكن أن تمر من نقطة خارج مستقيم.

إن أطروحة الهندسة المستوية صحيحة فقط عندما يكون الانحناء مساوياً للصفر.

أما أطروحة الهندسة الكروية فهي صحيحةٌ عندما يكون الانحناء موجباً.

كما أن أطروحة هندسة الانحناء السلبي تكون صحيحةً عندما يكون الانحناء سلبياً.

هندسة الانحناء السلبي مشابهة للهندسة الإقليدية المستوية باستثناء أمرٍ واحد وهو أن الخطوط المتوازية لا تكون حالةً فريدة حيث يوجد عددٌ لا نهائي من المستقيمات الموازية لأي مستقيم يمكن إنشائها من أية نقطة.

هندسة الانحناء السلبي تكون صحيحةً في المواقع التي يكون انحنائها سلبياً.

**الاختلاف بين الهندسة الاقليدية و الهندسة اللا إقليدية**

في الهندسة الاقليدية يفترض في أي سطح أن يكون مسطحاً و مستوياً أما في الهندسة اللاإقليدية فالأمر ليس كذلك ففي مجال هندسة القطع الزائد فإن السطح يكون منحنياً نجو الداخل مثل سرج الحصان أو مثل الفجوة أو الحفرة.

أما السطوح الإهليلجيه فإنها تكون  مجدبة و منحنيةً نحو الخارج مثل الكرة.

إن السطوح في مجال هندسة القطع الزائد تكون ذات انحناءٍ سلبي.

**أطروحة التوازي**

إذا كان لدينا سطحٌ يحوي خطاً مستقيماً  أ و نقطة  ب لا تقع على ذلك الخط المستقيم أ فإنه يمكن أن يكون هنالك خطٌ واحدٌ فقط يمر في النقطة  ب لا يتقاطع مع المستقيم  أ و هو المستقيم  د   أي أن المستقيم  د يكون متوازياً مع المستقيم  أ.

أي أنه في سطحِ مستوي يمكن لنا من نقطةٍ واحدة نقع خارج مستقيم موجود على ذلك السطح أن نرسم مستقيماً واحداً فقط إن لم يكن متقاطعاً مع ذلك المستقيم فإنه موازٍ له حتماً.

من نقطة تقع خارج مستقيم على سطحٍ مستوي لا يمكن لنا أن نرسم إلا مستقيماً واحداً فقط موازي للمستقيم الأول .

أما في مجال الهندسة الإهليلجيه  أو الهندسة الكروية فإن كل خطٍ نرسمه من نقطةٍ تقع خارج مستقيم فإن ذلك الخط الذي نرسمه يكون متقاطعاً حتماً مع المستقيم الأول.

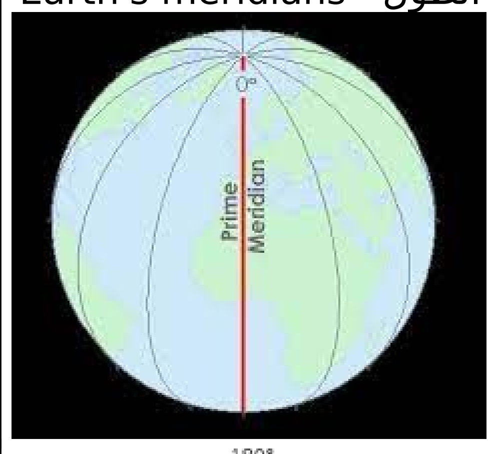
كما هي الحال في أي سطحِ كروي فإن أطروحة المستقيمات المتوازية التي تقول بأن المستقيمان المتوازيان مهما امتدا لا يلتقيان تكون غير صحيحة حيث أن كل مستقيم يتم رسمه على سطحِ كروي من نقطةٍ تقع خارج مستقيمٍ لا تنتمي مع ذلك المستقيم فإنه يتقاطع مع ذلك المستقيم .

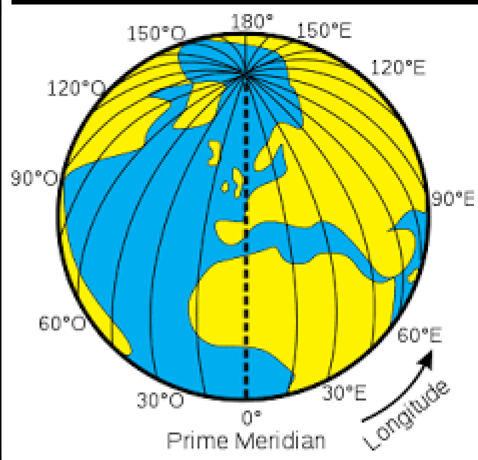
مثال : خطوط الطول الأرضية حيث أنها خطوطٌ متوازية مع ذلك فإنها تلتقي و تتقاطع مع بعضها البعض في منطقة القطب.

لاحظ كيف أن خطوط الطول في الهندسة الكروية هي خطوطٌ متوازية ومع ذلك فإنها تلتقي في نقطتين مع بعضها البعض و هما نقطتي القطبين.

**....3**

Earth's meridians خطوط الطول




**Earth's magnetic field** الحقل المغناطيسي للأرض

**elliptic geometry** الهندسة الإهليليجية

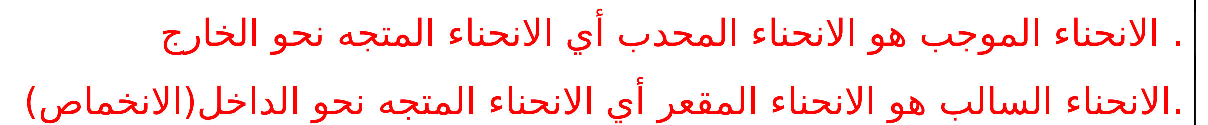
سطوح إهليليجيةelliptic surfaces

**Elliptic surface** سطحٌ إهليليجي

انحناء سلبي negative curvature

positive curvature انحناء موجب

zero curvature انحناء قيمته صفر –لا انحناء



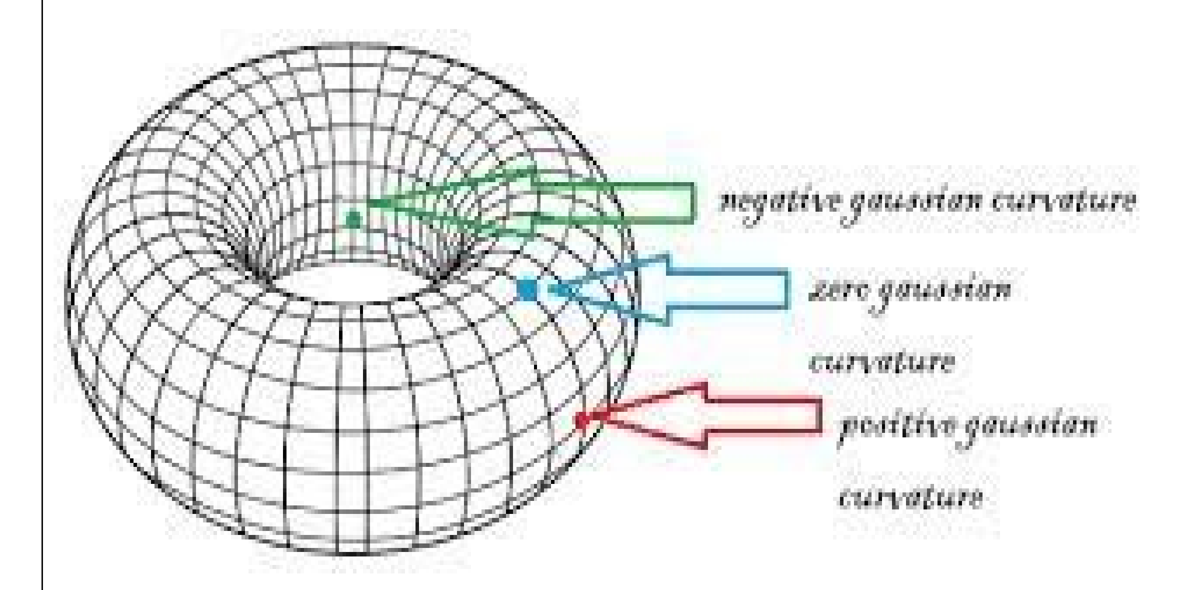
. الانحناء الموجب هو الانحناء المحدب أي الانحناء المتجه نحو الخارج

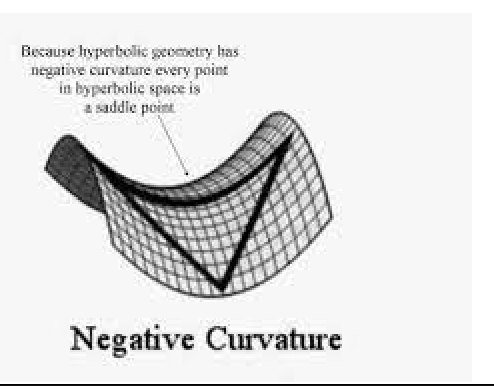
.الانحناء السالب هو الانحناء المقعر أي الانحناء المتجه نحو الداخل(الانخماص)

.انحناء الجبل و الهضبة هو انحناءُ موجب

.انحناء الوادي هو انحناءٌ سلبي

.انحناء السهل مساوٍ للصفر




انحناء سلبي negative curvature

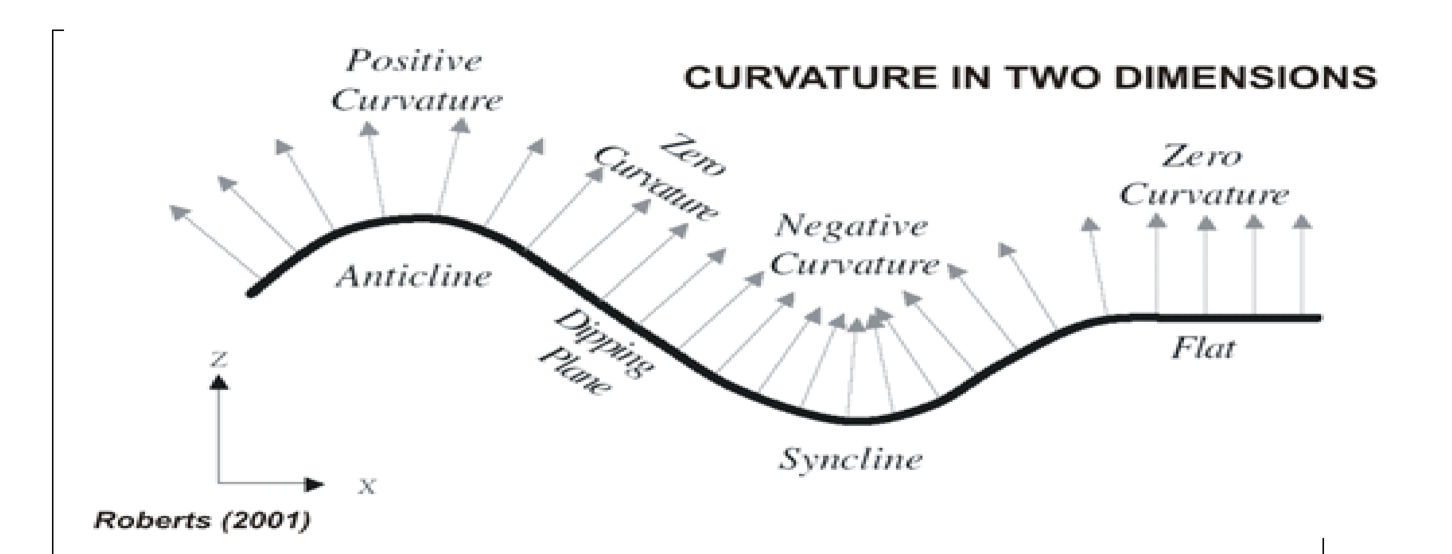
positive curvature انحناء موجب

zero curvature انحناء قيمته صفر –لا انحناء

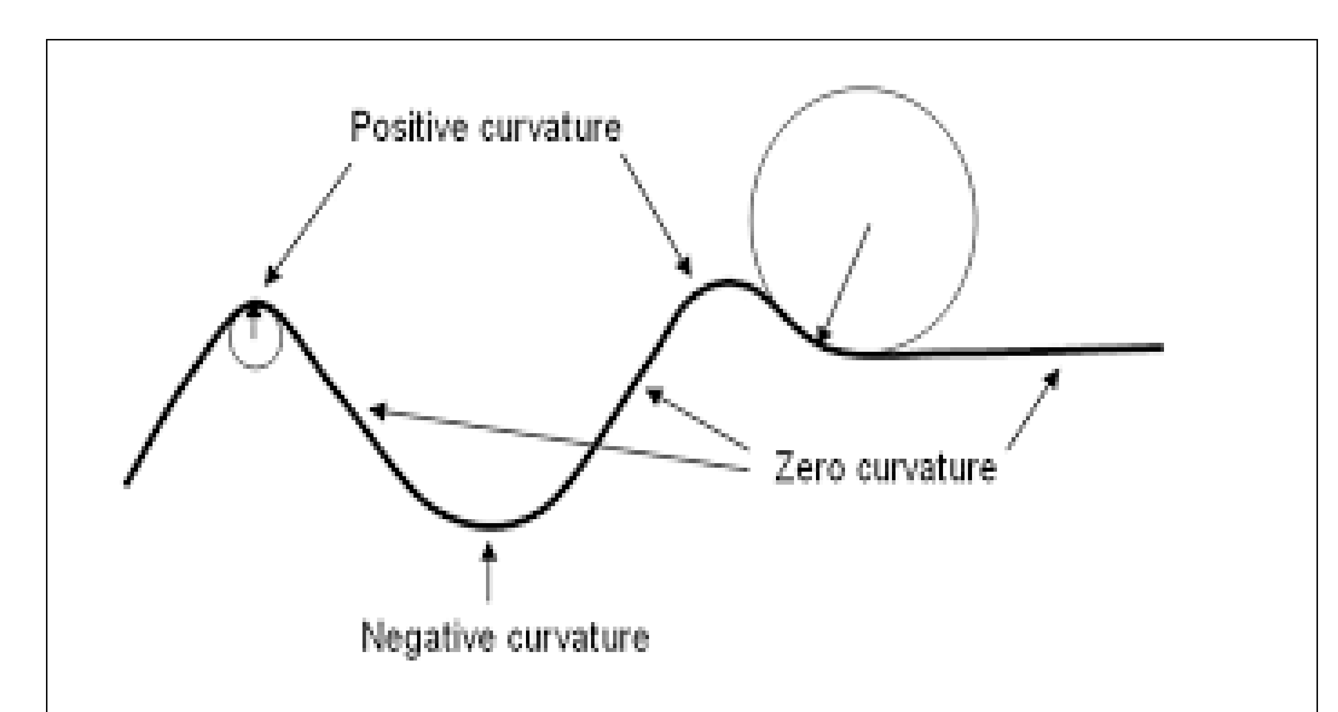
انحناء سلبي negative curvature

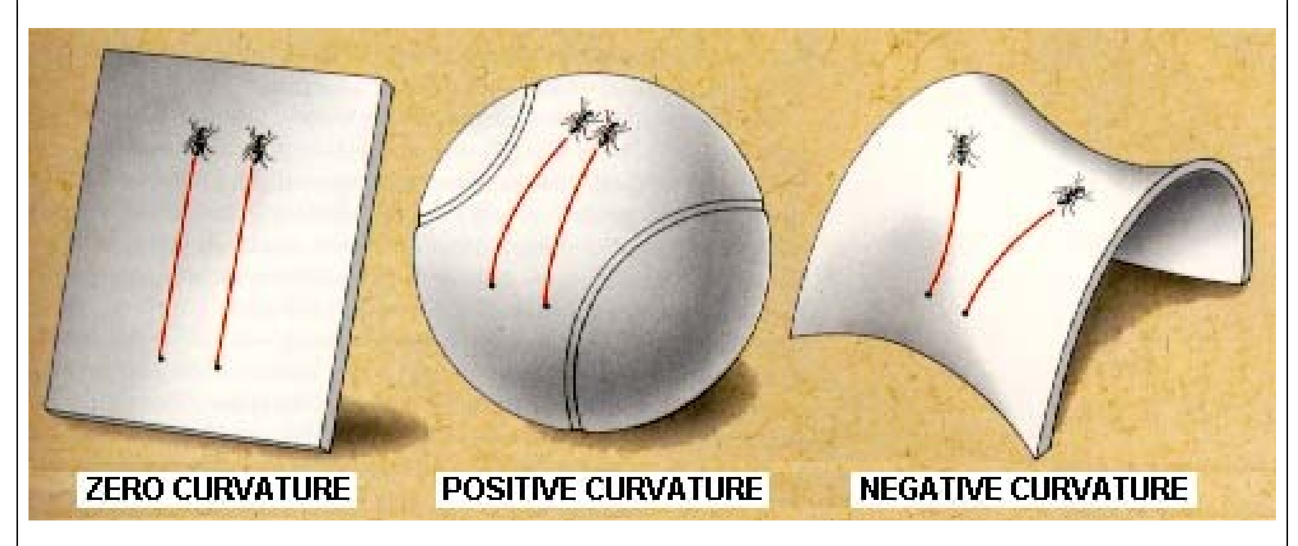
positive curvature انحناء موجب

zero curvature انحناء قيمته صفر –لا انحناء


CURVATURE IN TWO DIMENSIONS
Positive Curvature
Zero Curvature
Negative Curvature
Zero Curvature
Anticline
Dipping Plane
Syncline
Flat
Z
X
Roberts (2001)

Negative curvature
Positive Curvature

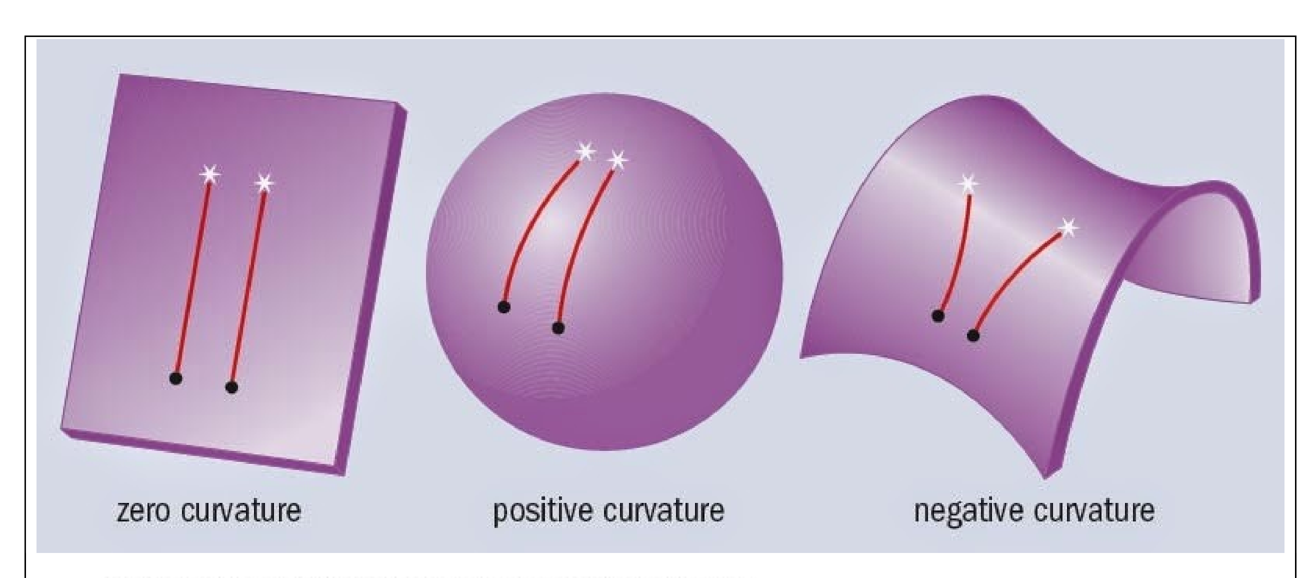


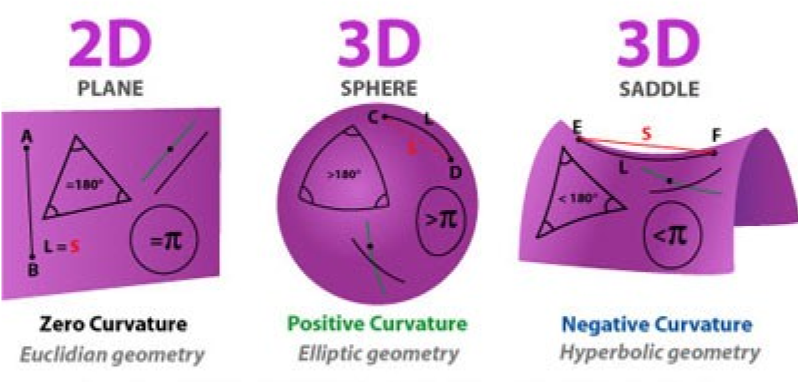




negative curvature انحناء سلبي

positive curvature انحناء موجب

zero curvature انحناء قيمته صفر –لا انحناء



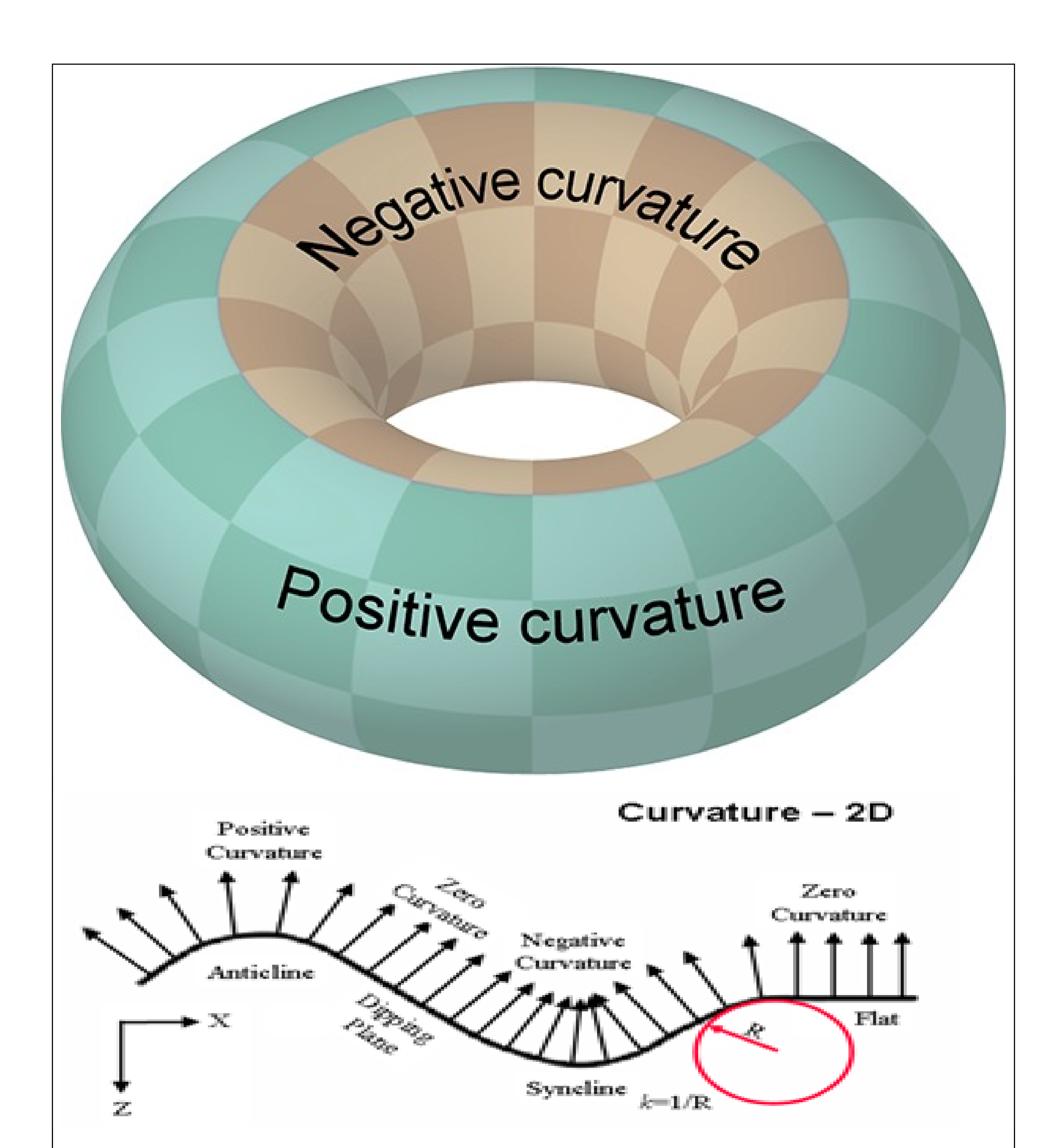




دراسة عمر الخيام للانحناء السلبي و الإيجابي.

انحناء سلبي negative curvature

positive curvature انحناء موجب

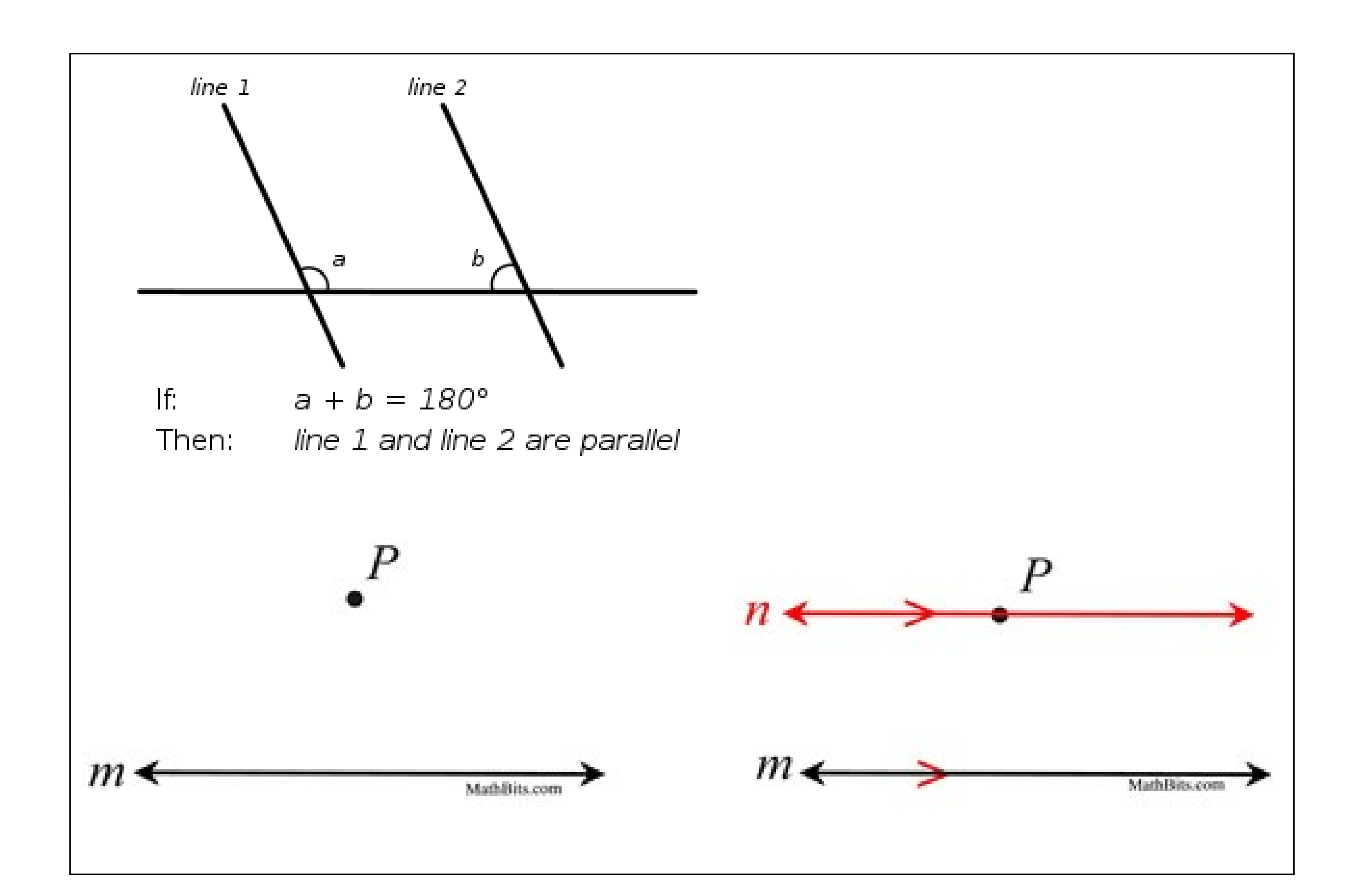
zero curvature انحناء قيمته صفر –لا انحناء



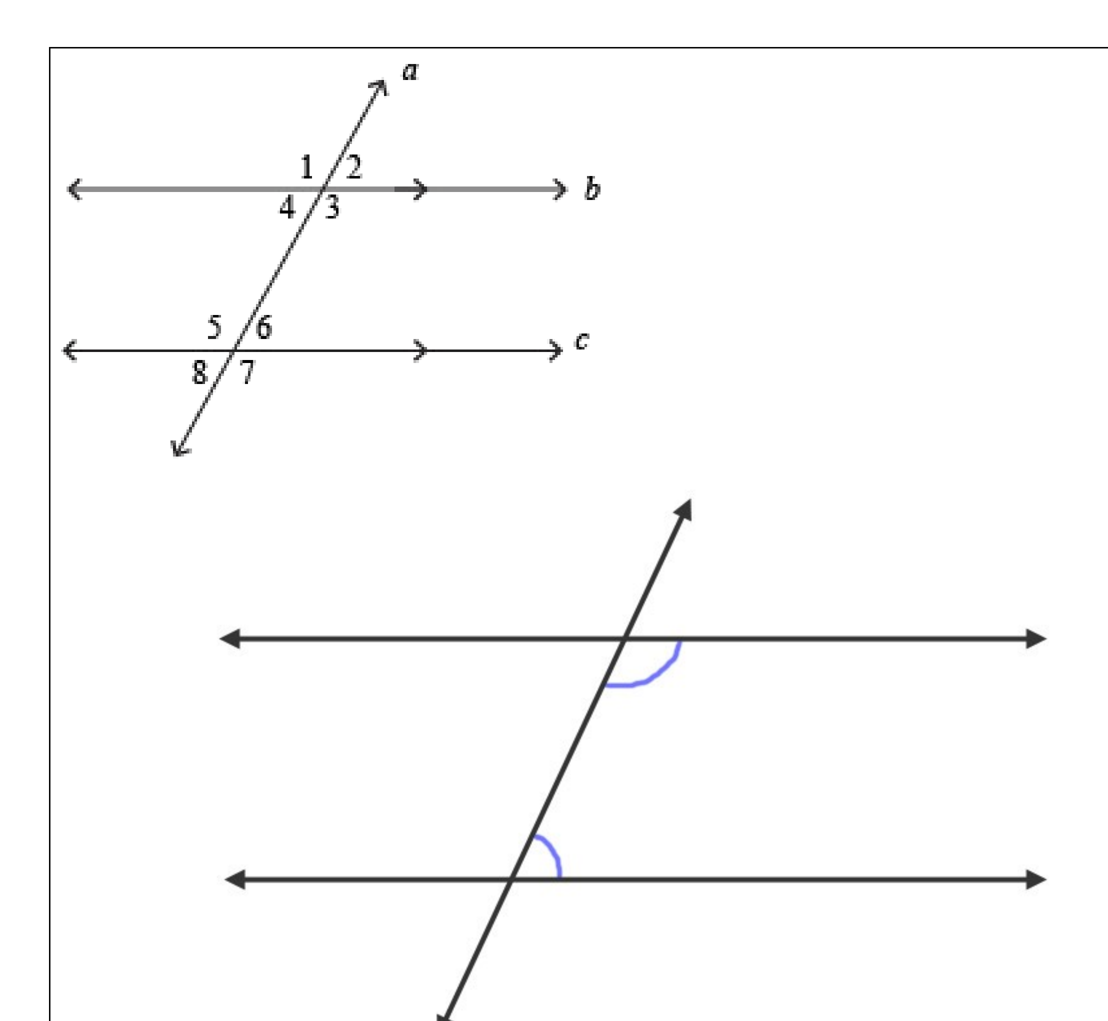

**hyperbolic geometry**هندسة القطع الزائد

هندسة القطع الزائدhyperbolic geometry

**Parallel postulate** pp أطروحة التوازى



line 1
line 2
a
b
If: a + b = 180°
Then: line 1 and line 2 are parallel
P
m
MathBits.com
n
P
m
MathBits.com




Hyperbolic قطع زائد

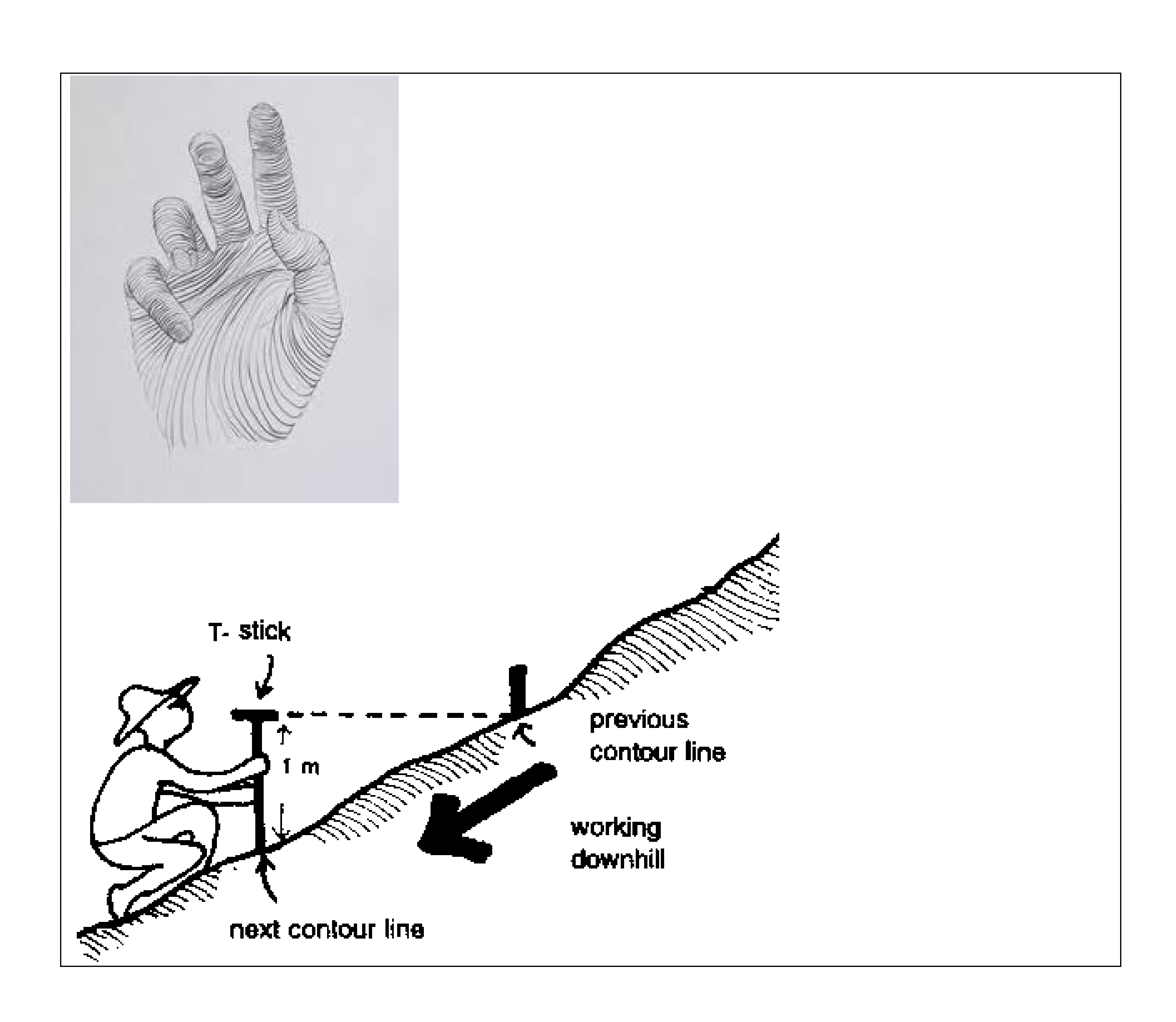
هندسة كرويةSpherical geometry

القطع Hyperbolic=has negative curvature

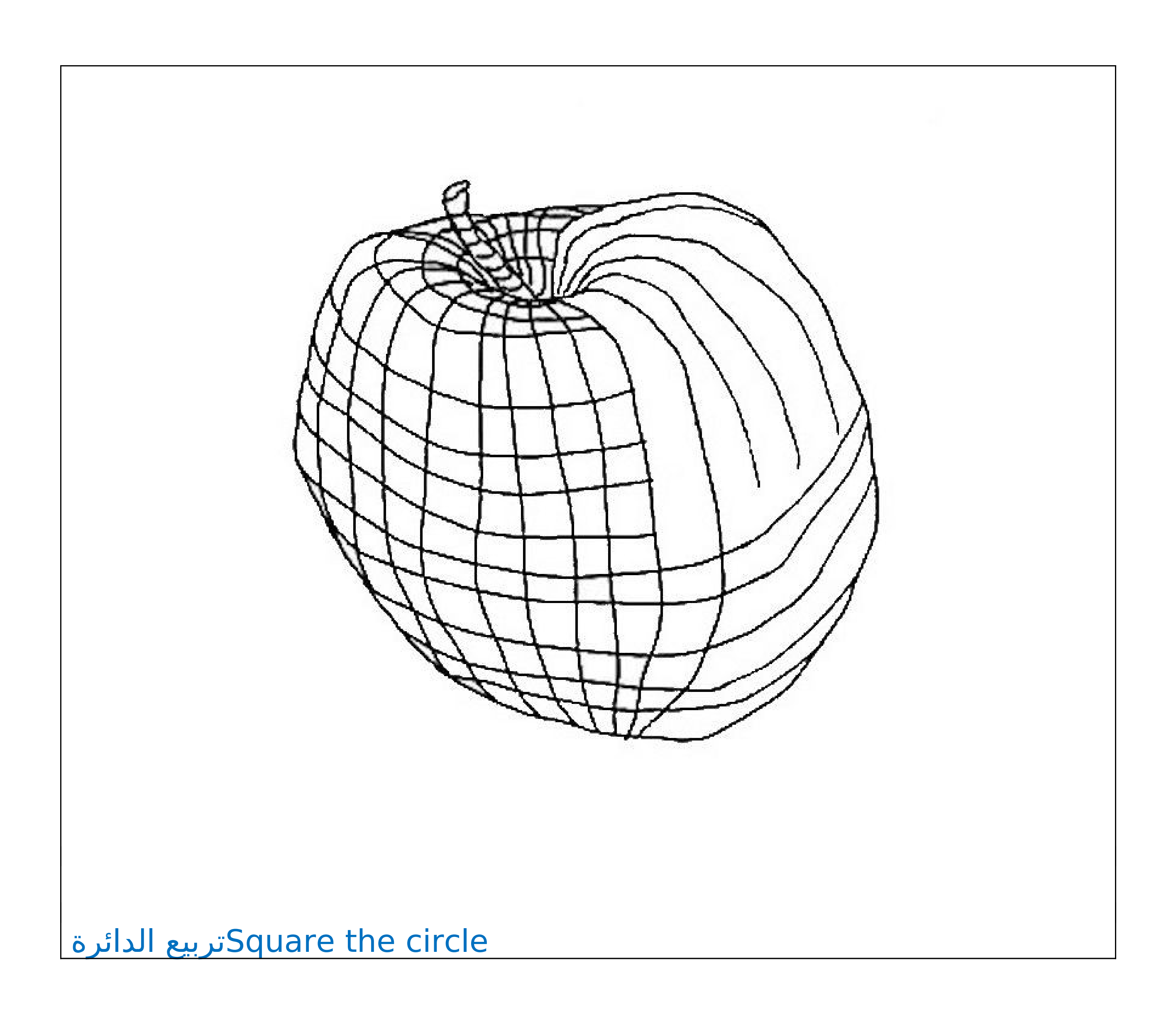
Euclidean Geometry هندسة إقليدية

ثنائي الأبعاد Two-dimensional

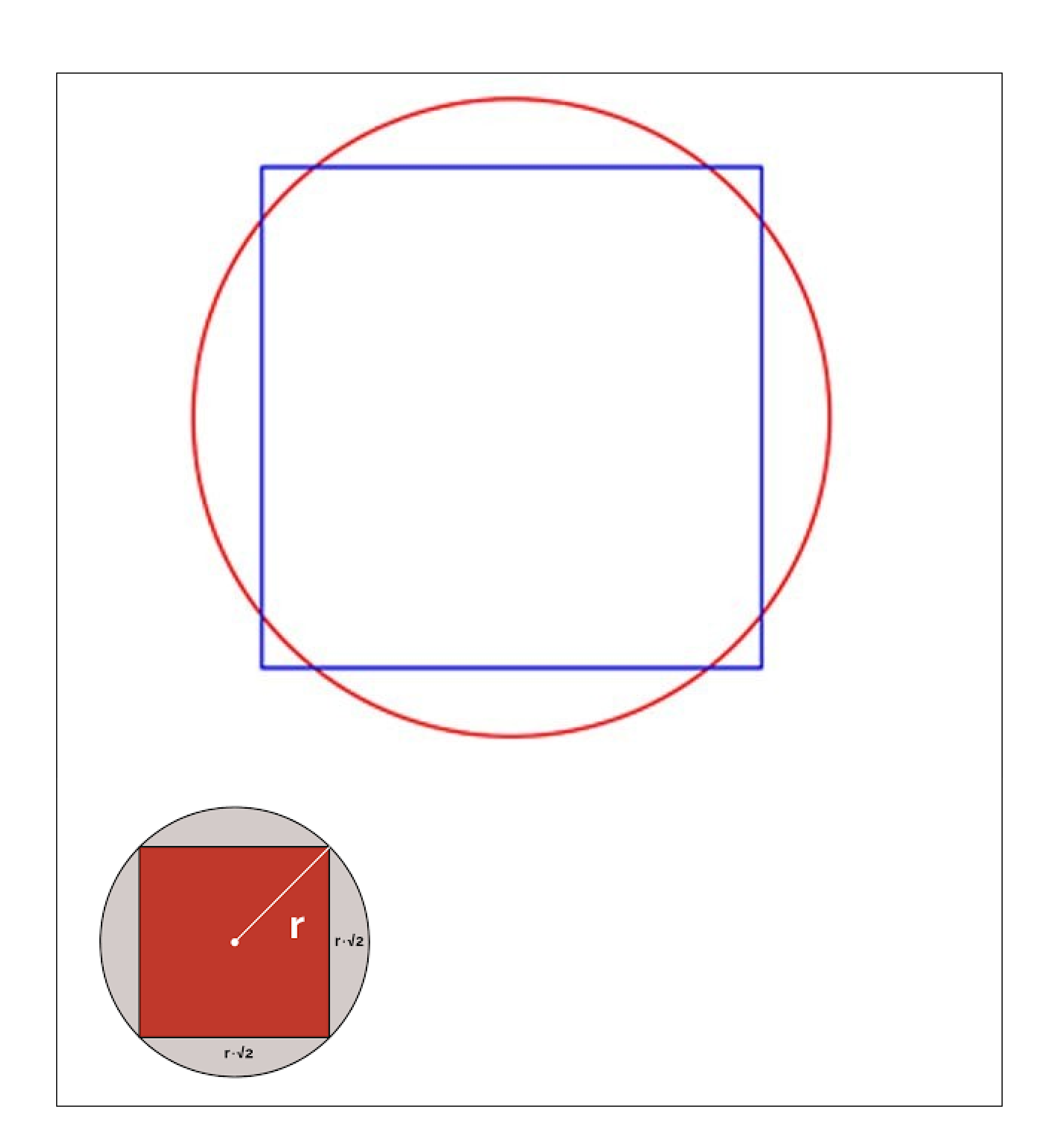
## Contour line خط كفافي

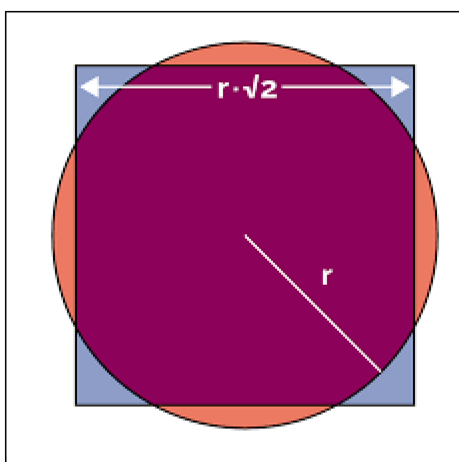


T- stick
1 m
previous
contour line
working
downhill
next contour line



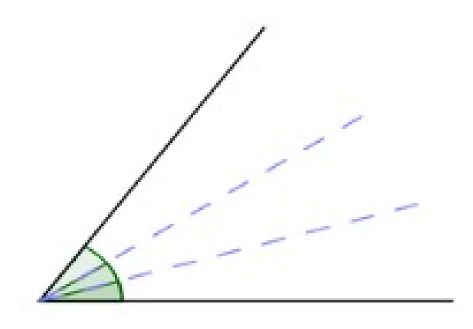
تربيع الدائرةSquare the circle


r
r·√2
r·√2

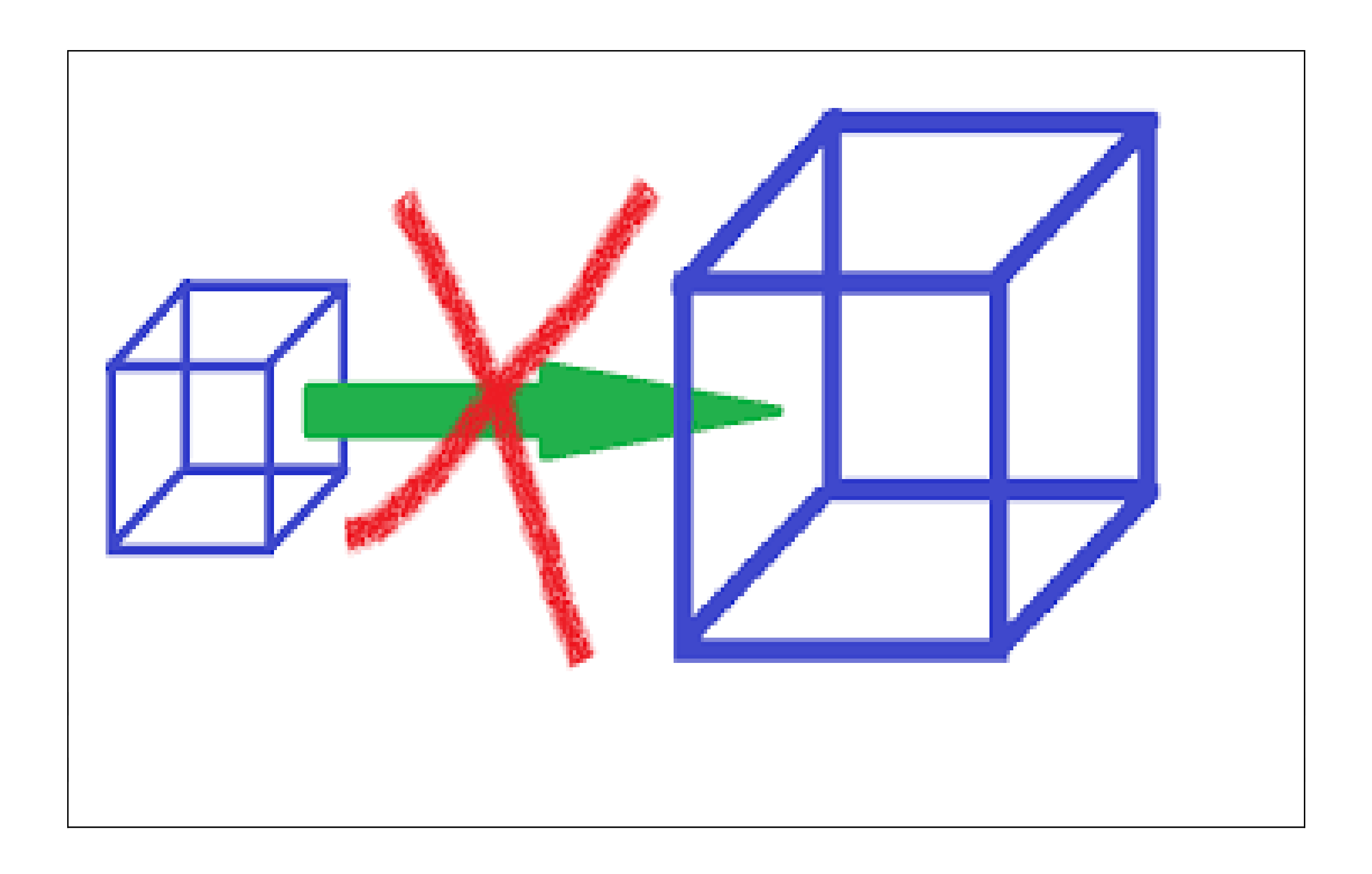



تثليث الزاوية : تجزئة الزاوية إلى 3 أجزاء متساوية.

Trisecting the angle



من المستحيلات : Doubling the cube مضاعفة المكعب



الهندسة الإقليدية (الهندسة المتعلقة بالأشكال المستوية الثنائية الأبعاد كالمثلثات و المربعات و المستطيلات و الدوائر و الخطوط .

الهندسة الإسقاطية و الرسم المنظوري

هندسة ابتكرها الرسامون

لا يمكن لي أن أتحدث عن الرسم المنظوري دون أن أذكر أستاذنا الفنان الكبير خلودي الذي تفتحت عقولنا على هذا الفن على يديه .

تطور الرسم المنظوري في فلورنسا في بدايات العام 1400 و كان الهدف من هذا النوع من الرسم منح الانطباع بالعمق عند تأمل اللوحات الفنية.

إن الرسم المنظوري عبارة عن لوحة ثنائية الأبعاد تصور لنا عالماً ثلاثي الأبعاد.

في الرسم المنظوري فإن كل خطين متوازيين يلتقيان في الأفق أي في نقطة اللانهاية ( في الرسم المنظوري يلتقي خطي السكة الحديدية كما يلتقي طرفي الطريق في خط الأفق.

في الهندسة الإسقاطية فإن كلٍ خطين متوازيين يلتقيان عتد نقطة اللانهاية – إن نقاط اللانهاية تلك تشكل خطاً يدعى بالأفق.

تقوم الهندسة الإسقاطية على مبدأين أساسيين و هما :

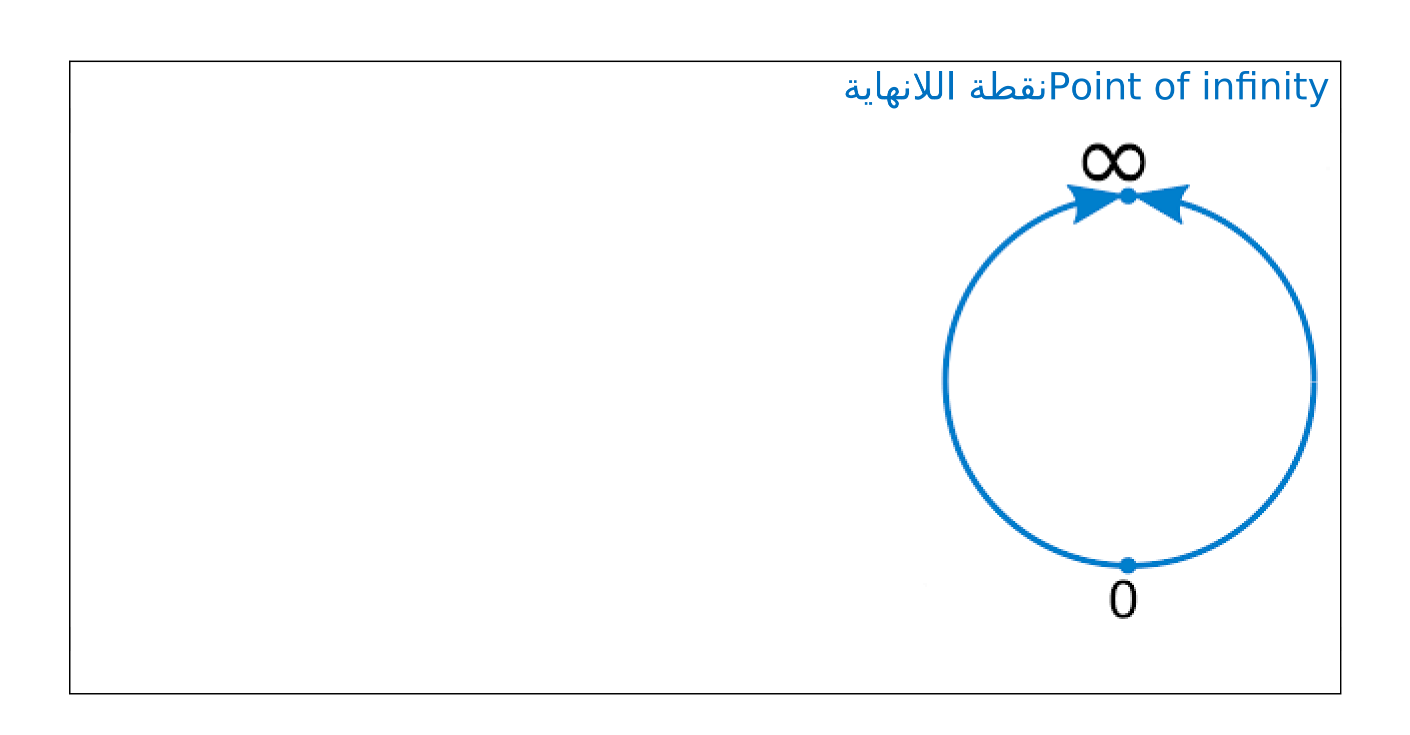
أن كل نقطتين مستقلتين تستندان إلى خطٍ فريد.

كل خطين مستقلين يلتقيان عند نقطةٍ فريدة.

إن مهمة الرسم المنظوري تتمثل في تصوير فضاءٍ ثلاثي الأبعاد على سطحٍ ثنائي الأبعاد.

**الهندسة الوصفية** : تقوم الهندسة الوصفية على تقديم صورتين اثنتين للشيء ذاته - الصورة التي تظهر شكل ذلك الشيء كما يبدو من جهةٍ ما , أما الصورة الثانية فإنها تظهر ذلك الشيء كما يبدو بعد تدويره 90 درجة( مثلاً مشهد أمامي و مشهدٌ جانبي للشيء ذاته).

نقطة اللانهايةPoint of infinity



# Properties of Projection

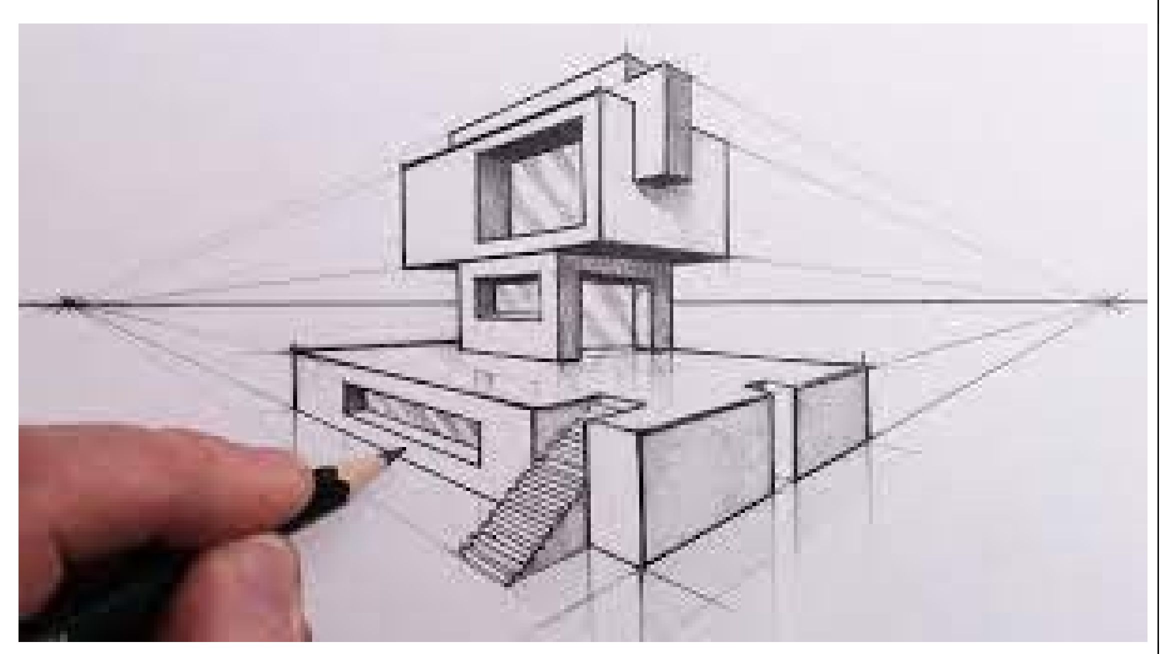
- Points project to points
- Lines project to lines
- Distant objects look smaller

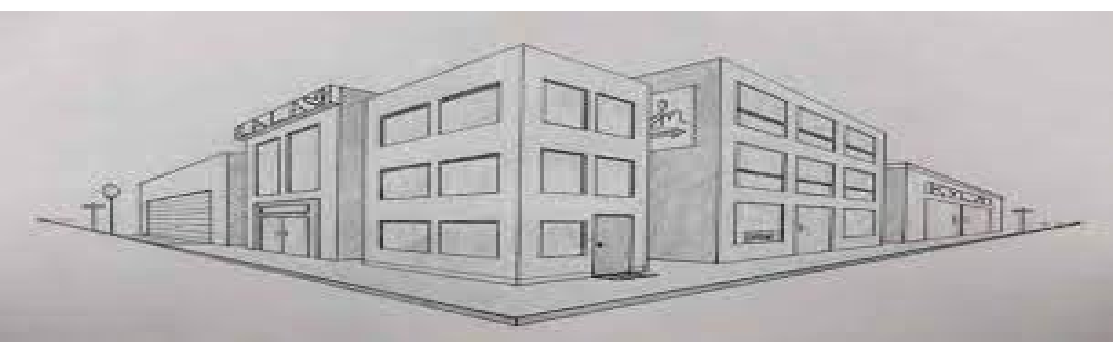




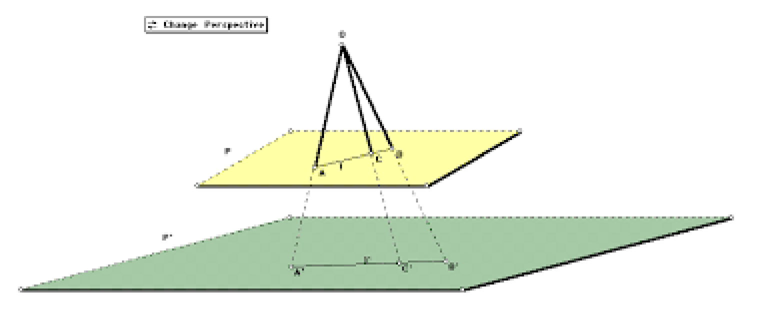


لرسم المنظوري prospective drawing

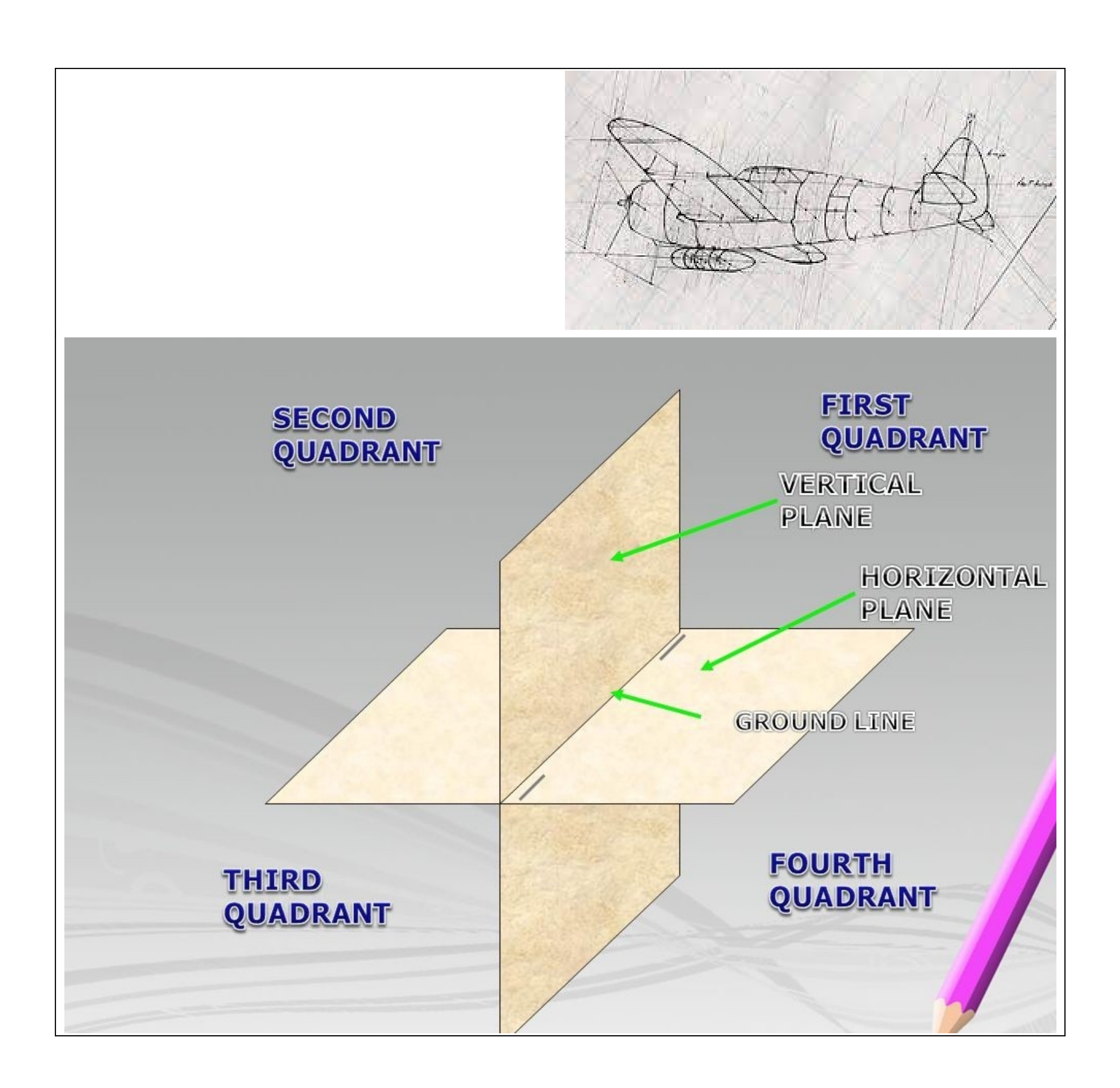




لهندسة الإسقاطية projective Geometry




**Descriptive geometry** الهندسة الوصفية




**قاموس نولستيللينساتز**

قاموس نولستيللينساتز هو القاموس الأساسي الذي تقوم عليه الهندسة الجبرية أو الجبر الهندسي .

إن قاموس الجبر الهندسي يتيح لنا أن ننتقل بين مجالي الجبر و الهندسة بحيث أننا كلما وصلنا إلى طريق مسدود في حل إحدى المعضلات في مجال الهندسة فإننا نحول تلك المعضلة الهندسية إلى معضلة جبرية.

# التكرير

يعني التكرير تنفيذ العملية ذاتها مراراً و تكراراً مع استخدام ناتج آخر عملية تكرير كمدخل لعملية التكرير التالية.

يتم تمثيل عملية التكرير رياضياً بحيث يكون كلٌ من المصدر و الهدف عنصرين في مجموعةٍ واحدة ذلك أن عملية التكرير هي عمليةٌ داخلية تتم ضمن المجموعة ذاتها.

تقوم كثيرٌ من الصناعات على تكرار العملية ذاتها مراراً و تكراراً للوصول إلى المنتج النهائي .

لنفترض بأن لدينا مجموعةً تحوي جميع الأعداد الطبيعية و أن لدينا مخططاً داخلياً ضمن تلك المجموعة يوجه كل رقمٍ إلى نصف قيمته فإن مخطط التكرير بالنسبة للرقم 32 مثلاً سيكون على الصورة التالية:

**32 ←16←8←4←2←1←0**

لاحظ كيف أن ناتج كل عملة تكرير قد أصبح بدوره  مدخلاً لعملية التكرير التالية فالرقم 16 هو ناتج عملية انتصاف الرقم 32 و لكنه يصبح لاحقاً بحد ذاته مدخلاً و بدايةً لعملية انتصافٍ جديدة لينتج العدد 8 الذي يصبح بدوره مدخلاً و بدايةً لعملية انتصافٍ جديدة تنتج العدد 4 الذي يشكل بدوره مدخلاً و بدايةً لعملية انتصافٍ جديدة تنتج العدد 2 الذي يصبح بدوره بدايةً لعملية انتصاف جديدة تنتج العدد واحد و هكذا.

هنا العدد صفر  يمثل نقطةً ثابتة تنجذب نحوها الأرقام الأخرى المجاورة, كما أن الصفر يمثل عنصراً هدفاً تتجه إليه الأسهم.

و إذا كان لدينا مخطط تكريرٍ معاكسٍ لمخطط التكرير السابق , أي إذا كان مخطط التكرير يعتمد على المضاعفة و ليس على الانتصاف :

**←1←2←4←8←16←32←**$\frac{1}{2}$**←**$\frac{1}{4}$**0←**

لاحظ كيف أن الأسهم أثناء عملية تكرير الانتصاف كانت تتجه نحو الصفر :

**32 ←16←8←4←2←1←0**

أما الأسهم في عملية تكرير المضاعفة فإنها تتجه من الصفر نحو الأعداد الأخرى بشكلٍ تصاعدي :

**←1←2←4←8←16←32**$\frac{1}{2}$**←**$\frac{1}{4}$**0←**

لاحظ كيف أن ناتج كل عملية تكرير مضاعفة يصبح مدخلاً و بدايةً لعملية المضاعفة التالية , أي أن كل عنصرِ في عملية التكرير هو مصدرٌ ينطلق منه السهم و هدف يصل إليه السهم في الوقت ذاته.

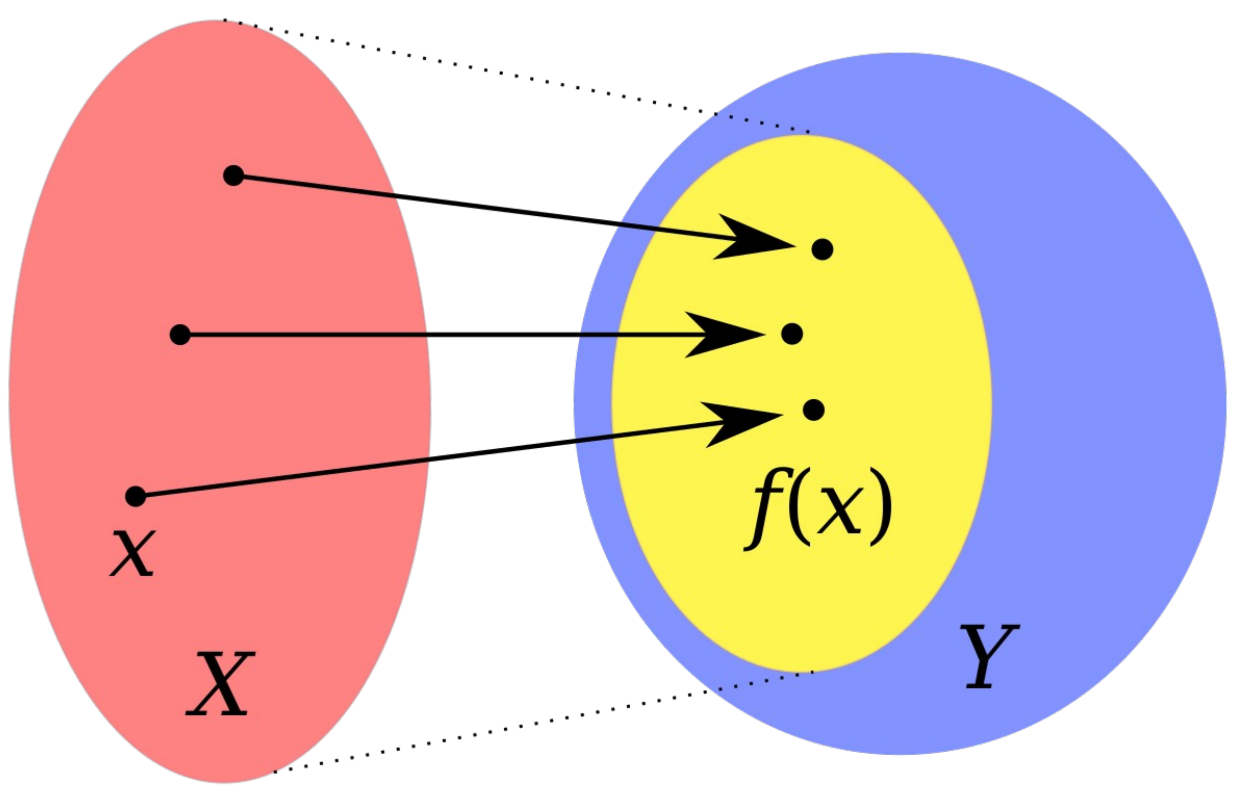
إن عملية التكرير تتمثل في القيام بصورةٍ متكررة بتطبيق مخططٍ كلٌ من مصدره و هدفه يقعان في مجموعةٍ واحدة بحيث يكون ناتج و مخرج كل عملية تكرير هو مدخل عملية التكرير التالية لها.

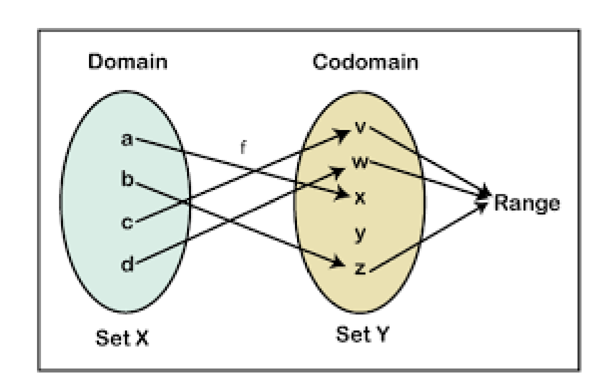
إن الكثير من العمليات الطبيعية و الصناعية هي عمليات تكرير.

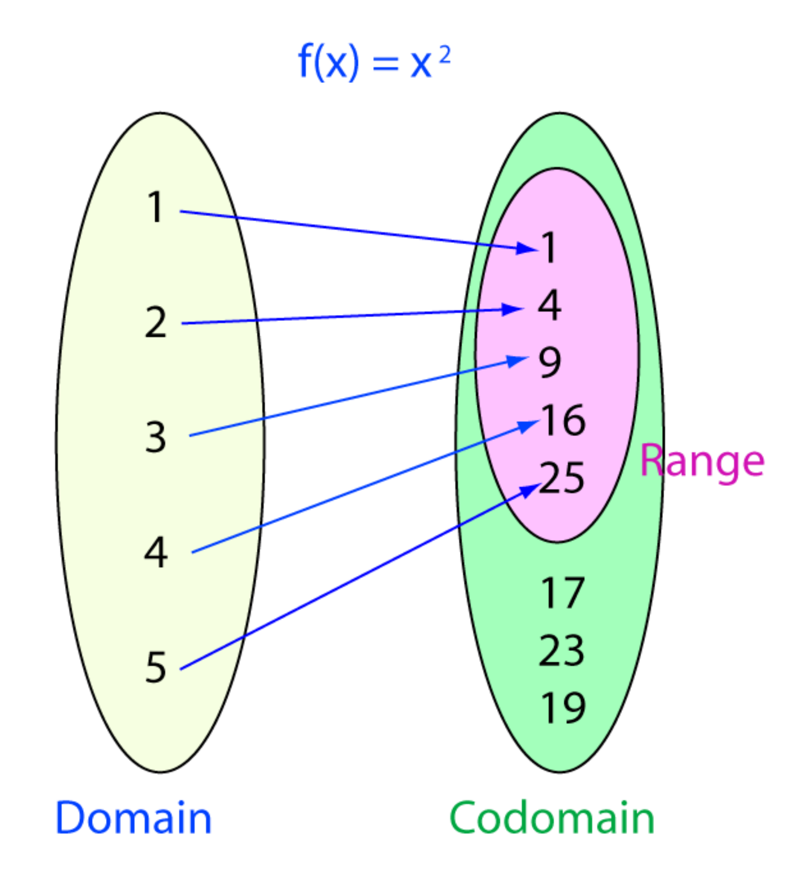
التكرير Iteration

المصدرDomain( الذي تنطلق منه الأسهم)

الهدفcodmain(الذي تصله الأسهم )


x
X
f(x)
Y
f : X → Y


Domain
Codomain
a
b
c
d
f
v
w
x
y
z
Range
Set X
Set Y



f(x) = x²
1
2
3
4
5
1
4
9
16
25
Range
17
23
19
Domain
Codomain

**حساب الاحتمالات**

تصور لو أن هنالك 3 أشخاص يسكنون في بناءٍ سكني و لديهم 3 سيارات أنواعها : كاديلاك-مرسيدس-كيا , و كان هنالك موقفٌ أمام المنزل يتسع لثلاثة سيارات , فما هي الأوضاع أو الاحتمالات التي يمكن أن تصطف بها هذه السيارات الثلاثة بجانب بعضها البعض؟

الاحتمال الأول: كاديلاك-مرسيدس-كيا

الاحتمال الثاني: كاديلاك-كيا-مرسيدس.

الاحتمال الثالث:مرسيدس-كاديلاك-كيا.

الاحتمال الرابع: مرسيدس-كيا-كاديلاك.

الاحتمال الخامس: كيا-مرسيدس-كاديلاك.

الاحتمال السادس: كيا-كاديلاك-مرسيدس.

إنها كما ترون ستة احتمالات.

إننا ندعوا عملية حساب الاحتمالات بعملية إيجاد عوامل العدد و نرمز له بعلامة تعجب ! .

إن حساب الاحتمالات بالنسبة لثلاثة عناصر مثلاً –أي إيجاد عوامل العدد ثلاثة يرمز له بعدد 3 بجانبه شارة تعجب أي 3!

في امتحانات المدارس الدولية فإن صيغة حساب عوامل العدد 3 مثلاً تكون على الصورة 3! أي 3factorial أي طلب حساب عوامل العدد 3.

إن حساب الاحتمالات بالنسبة لثلاثة عناصر أي احتمالات العدد 3! تتم عن طريق ضرب العدد 3 مع جميع الأعداد الأدنى منه ببعضها البعض :

$3! = 3\times2\times1 = 6$

$1\times2=2$

$2\times3=6$

إذاً فإن عدد الاحتمالات الممكنة بالنسبة لثلاثة عناصر هي ستة احتمالات.

كم سيصبح عدد الاحتمالات الممكنة إذا كانت لدينا أربع سيارات بدلاً من ثلاثة؟

كيف نحسب احتمالات العدد 4 أو عوامل العدد أربعة 4! ؟

هنتاك طريقتين : الطريقة الأولى تتمثل في أن نضرب العدد 4 (وهو يمثل 4 عناصر) بعوامل العدد السابق له , أي عوامل العدد ثلاثة !3 التي سبق لنا أن قمنا بحسابها فنقول:

$4!=4\times3!$

الصيغة السابقة تعني بأن عوامل أو احتمالات العدد أربعة !4 أي الاحتمالات الممكنة بالنسبة لأربعة عناصر تساوي العدد 4 ضرب عوامل العدد 3 .

و فد كنا سابقاً قد قمنا بحساب عوامل العدد 3 بأنها : $1\times2\times3=6$ و لذلك فإن :

$4!=4 \times6 =24$

إذاً فإن $4!=24$

أي 24 احتمالاً .

الطريقة الثانية لحساب عوامل أو احتمالات العدد 4 تتمثل في أن نضرب العدد 4 بجميع الأعداد الأدنى منه فنقول:

$4!=4\times3\times2\times1 =24$

أي أن $4!=24$ احتمالاً.

ما هي عوامل العدد سبعة !7 ؟ أي ما هي الاحتمالات الممكنة إذا كانت لدينا 7 عناصر؟

$7!=1\times2\times3\times4\times5\times6\times7=5040$

$7!=5040$

إذا فإننا لحساب عوامل العدد 7 أو الاحتمالات الممكنة بالنسبة لسبعة عناصر فقد قمنا بضرب العدد 7 مع جميع الأعداد الأدنى منه .

أي أنه لو كانت لدينا 7 أشياء فإن هنالك 5040 احتمالاً ممكناً لصف هذه الأشياء السبعة إلى جانب بعضها البعض.

**الثلاثية الفيثاغورثية**

Pythagorean triples - Pythagoras triples

$a^2+b^2=c^2$

ذكر فيثاغورث بأن مجموع الزوايا الثلاثة لأي مثلث هو 180 درجة و هو يساوي مجموع زوايا زاويتين قائمتين :

90+90=180

و تعزى إلى فيثاغورث مقولة أن مربع طول أي وتر مثلثٍ يساوي مجموع مربعي ضلعيه الآخرين

و تر المثلث  هو الضلع المائل كما أنه أطول ضلع في المثلث القائم الزاوية أي المثلث الذي يحتوي على زاوية قياسها 90 درجة.

أما ضلعي المثلث الآخرين و هما الضلعين المجاورين للزاوية القائمة فيكونان أقصر طولاً .

و على سبيل المثال فإنه إذا كان لدينا مثلثٌ  قائم الزاوية و كان طول ضلعيه الآخرين القصيرين 3  و 4 سنتيمتر فإن طول وتره سيكون 5 سنتيمتر.

أولاً نحسب طول وتر ذلك المثلث:

. مربع طول وتر المثلث القائم الزاوية يساوي مربعي طول ضلعيه الآخرين

فإذا كان طول ضلعيه الآخرين 3 و 4 سنتيمتر على التوالي فإن مربعي طول ضلعيه يساوي  $3^2$ و  $4^2$  أي  9  و 16 سنتيمتر.

$3^2 = 3 \times 3 =$ 9

$4^2 = 4\times 4 =$ 16

الآن  نجمع مربعي طولي ضلعي المثلث الآخرين مع بعضهما البعض :

16+9=25

إذاً فإن مربع طول وتر هذا المثلث يساوي 25 .

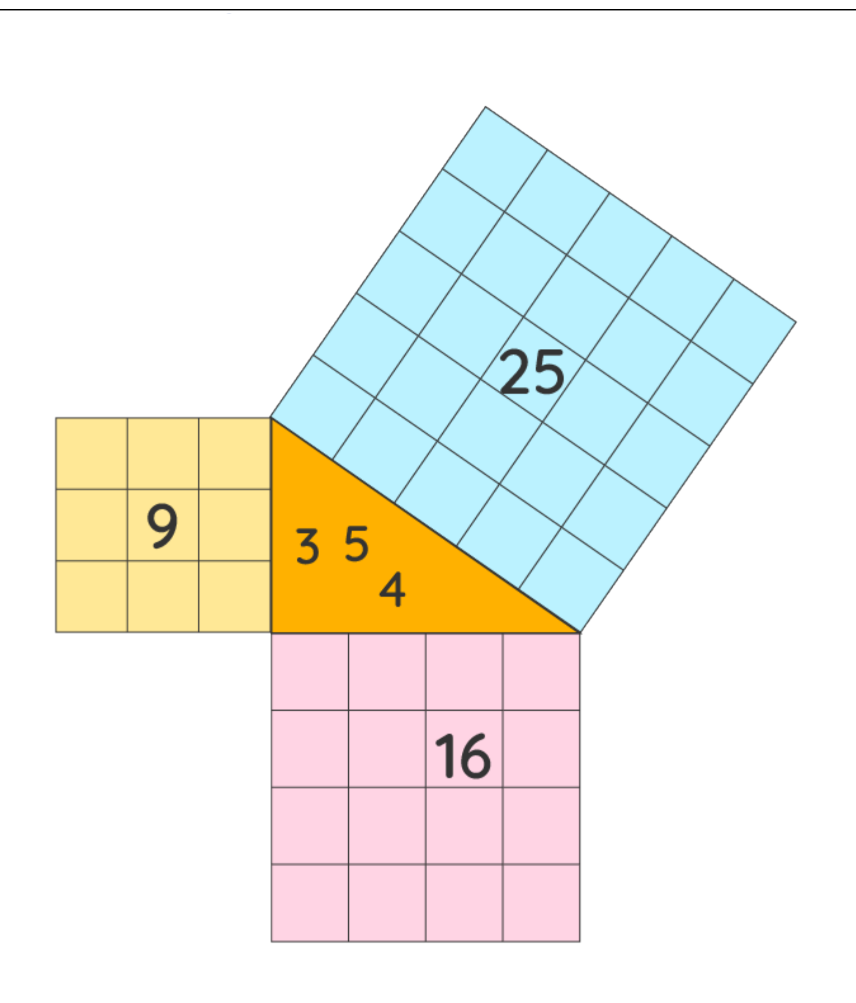
$\sqrt{25} = 5$

نجذر الرقم 25 فنجد بأن الجذر التربيعي للرقم 25 هو 5 ,أي أن طول وتر هذا المثلث هو 5 سنتيمتر.

كما رأينا سابقاً فإننا لحساب طول وتر المثلث القائم فقد قمنا بتربيع طولي ضلعيه القصيرين الآخرين  ثم قمنا بإيجاد الجذر التربيعي للناتج.

لماذا قمنا بتجذير النتيجة ؟

لأن الناتج عن تطبيق صيغة فيثاغورث هو مربع طول الوتر و ليس طول الوتر و حتى نحول مربع طول الوتر إلى طول الوتر  فإننا نجري عمليةً معاكسة لعملية التربيع و العملية المعاكسة لعملية التربيع كما تعلمون هي عملية إيجاد الجذر التربيعي للعدد المربع فإذا كان العدد المربع , أي مربع طول الوتر هو 25 فإن طول الوتر  يساوي الجذر التربيعي للعدد 25 أي العدد 5.




**فائدة :**

و بالمثل فإن العملية المعاكسة لعملية التكعيب أي الرفع للقوة الثالثة هي عملية إيجاد الجذر التكعيبي .

فإذا قمنا بتكعيب العدد 8 مثلاً , أي إذا قمنا برفع العدد 8 للقوة الثالثة $8^3$ فإننا نحصل على الرقم 512 أي أن الرقم 512 هو مكعب العدد 8 فإذا ما قمنا بإجراء عملية معاكسة لعملية التكعيب أي أننا إذا قمنا بإيجاد الجذر التكعيبي للرقم 512 فإننا نحصل على العدد 8 مجدداً .

إن عملية إيجاد الجذر هي العملية المعاكسة لعملية الرفع للقوة.

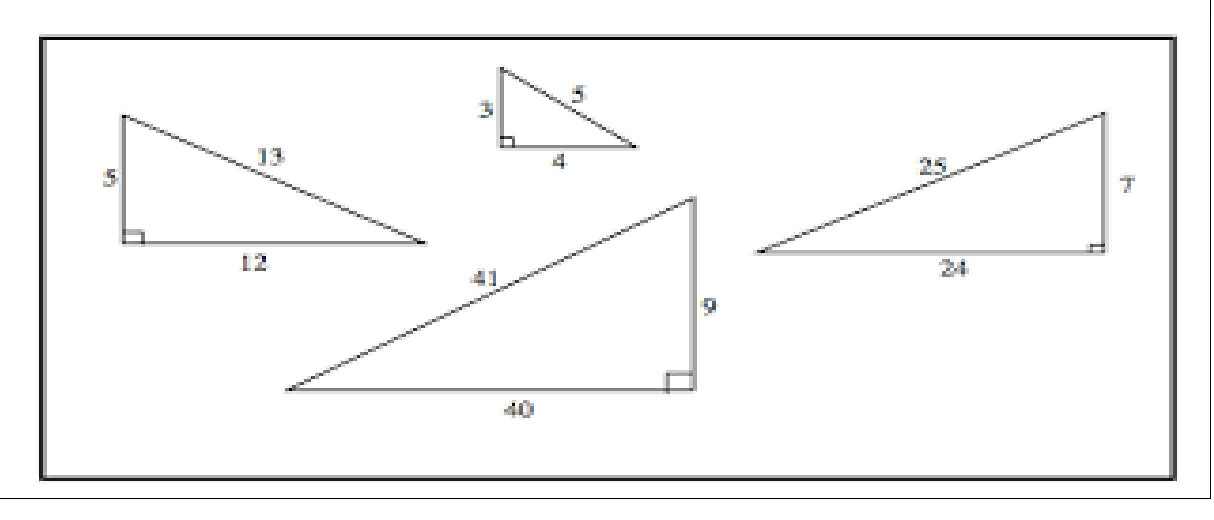
إن عملية إيجاد الجذر التربيعي هي العملية المعاكسة لعملية التربيع أي عملية الرفع للقوة الثاني.

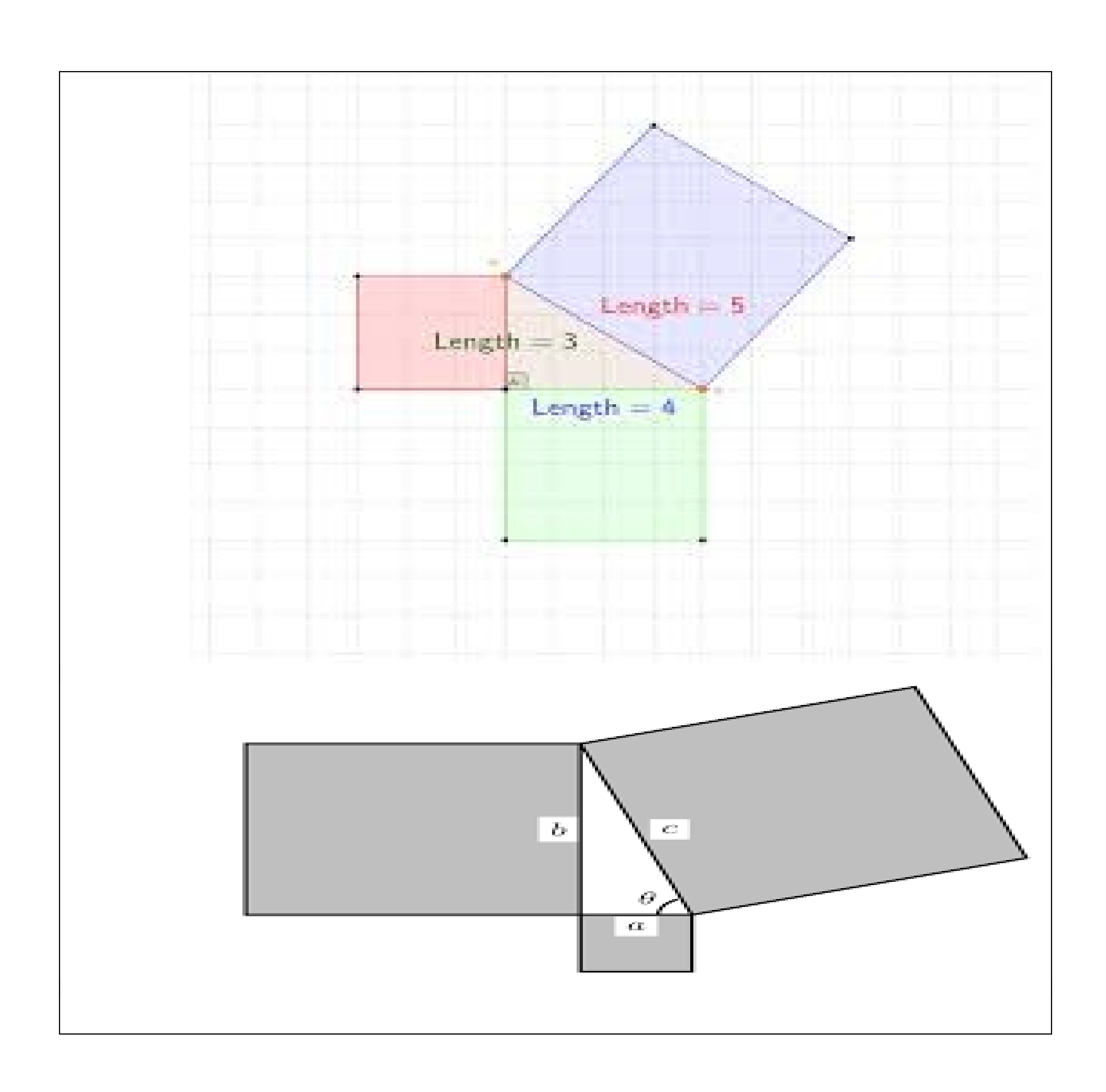
إن عملية إيجاد الجذر التكعيبي هي العملية المعاكسة لعملية التكعيب أي عملية الرفع للقوة الثالثة.

تعرف هذه الصيغة $a^2+b^2=c^2$ باسم الثلاثية الفيثاغورثية :

Pythagorean triples

إن الدلائل التاريخية تؤكد بأن البابليين و الصينيين القدماء كانوا يعلمون هذه النسب بين أضلاع المثلث القائم غير أن هذا التناسب قد نسب إلى فيثاغورث لأنه قد أثبت صحة هذه المقولة و لأنه أثبت بأنها تنطبق على أي مثلثٍ قائم الزاوية .






| |
|---|
| و تر المثلث hypotenuse |
| المثلث القائم الزاوية right-angled triangle |

ما الذي يحدث عندما نقوم بتربيع أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية ؟

أي ما الذي يحدث عندما نرفع أطوال أضلاع المثلث الثلاثة للقوة الثانية؟

أي ما الذي يحدث عندما نضرب طول كل ضلعٍ من أضلاع المثلث بنفسه؟

إننا سوف نحصل على ثلاثة مربعات طول ضلع كلٍ منها يساوي طول ضلع أحد أضلاع المثلث و بالطبع فإن أكبر تلك المربعات سوف يكون المربع الذي يشكل وتر المثلث أحد أضلاعه .

لماذا؟

لأن وتر المثلث القائم هو أطول ضلعٍ من أضلاعه.

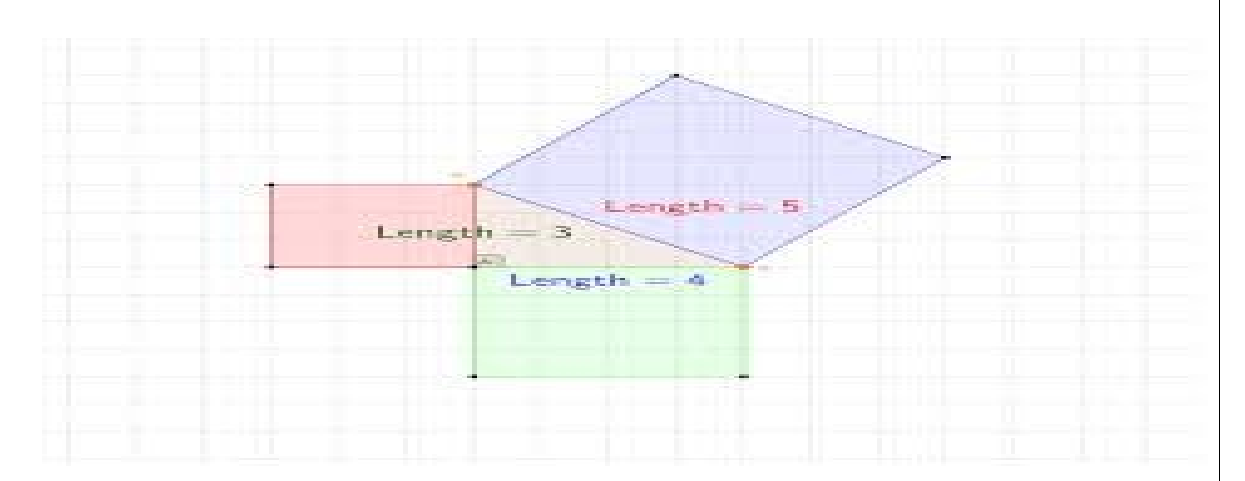
بينما سيكون المربعين الآخرين أقل مساحة و هذا ما ندعوه بثلاثية فيثاغورث Pythagoras triples.

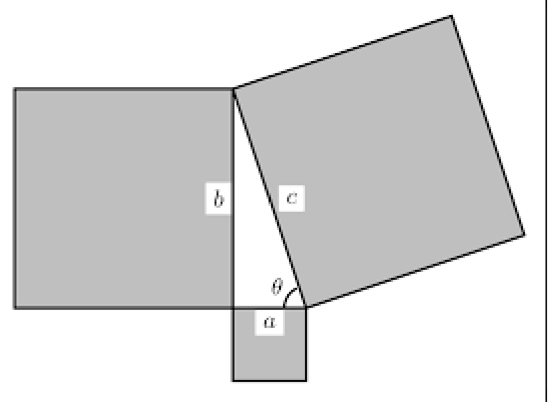
و هذه الفكرة كانت معروفةً قبل أن يولد فيثاغورث بزمنٍ طويلٍ جداً , ولذلك فإنه من المضحك أن نقول بأنه في العام 1800 قبل الميلاد سجل البابليون الأرقام الفيثاغورثية على اللوح الذي يعرف بلوح بليمبتون الطيني ذو الرقم 322 لأننا بذلك ننسب السابق إلى اللاحق .

عندما ننشئ على ضلع كلٍ من أضلاع المثلث القائم مربعاً – أي عندما ننشئ ثلاثة مربعات على أضلاع المثلث القائم الثلاثة فإن مساحة كل مربع نحصل عليه تكون عبارةً عن مربع طول كل ضلعٍ من أضلاع المثلث ذلك أن مساحة المربع تساوي الضلع×الضلع .

فإذا كان طول وتر المثلث القائم الزاوية 5 سنتيمتر فإن المربع الذي ننشئه على وتر ذلك المثلث تكون مساحته $5^2$ أي 5×5 أي 25 سنتيمتر.

إذا أنشأنا مربعاً على ضلع كل ضلعِ من أضلاع مثلثٍ قائم الزاوية فإن مساحة المربع الذي ضلعه وتر المثلث القائم الزاوية سيكون مساوياً لمجموع مساحتي كلا المربعين الآخرين الذين ضلعيهما هما ضلعي المثلثين الآخرين.




لوح بليمتون الطيني  Plimpton 322 clay tablet

ثلاثية فيثاغورث .Pythagoras triples

. مثلث قائم الزاوية  Right-angled triangle

لا يمكن التعبير عن الجذر التربيعي  للعدد 2   على شكل نسبة بين عددين صحيحين , أي أنه لا يمكن كتابته على شكل كسر لأنه لا يوجد عددٌ رشيد إذا ضربناه بنفسه يكون الناتج  العدد 2 , و هذا يعني بأن الجذر التربيعي للعدد 2 هو عددٌ غير رشيد , و كذلك فإن أعداداً مثل  3 و 5 و 7  و غيرها هي أرقامٌ غير تربيعية  non square أي أنه لا جذر تربيعي صحيح لها ذلك أن جذورها التربيعية أرقامٌ غير رشيدة لا يمكن التعبير عنها على شكل كسرٍ أو نسبة بين عددين صحيحين.

3 √= الجذر التربيعي للعدد 3 هو 1.7320508075688772935274463415059

√5 الجذر التربيعي للعدد 5 هو 2.2360679774997896964091736687313

√7 الجذر التربيعي للعدد 7 هو 2.6457513110645905905016157536393

العملية المعاكسة لعملية إيجاد الجذر التربيعي هي عملية الرفع للقوة الثانية.

و ذلك بخلاف أعداد أخرى مثل العدد 4 و 9 و 16 و سواها حيث أن لهذه الأعداد جذور تربيعية رشيدة.

تقول إحدى النظريات بأن كل رقم يمثل مجموع ثلاثة أعداد ثلاثية أو مجموع أربعة أعداد رباعية أو خمسة أعداد خماسية .

مثال :

الرقم 19 هو حاصل جمع ثلاثة أعداد ثلاثية :

19=1+3+15

**الأعداد الكاملة perfect numbers**

الأعداد الكاملة هي الأعداد التي تنتج عن جمع قواسمها فالعدد 6 هو عددٌ كامل لأنه حاصل جمع قواسمه أي الأعداد 1 و 2 و 3 .

6=1+2+3

و بالطبع فإن العدد 6 يقبل القسمة على هذه الأعداد الثلاثة :

6= 1÷ 6

3= 2÷ 6

2= 3÷ 6

العدد 28 عددٌ كامل لأنه كذلك حاصل جمع قواسمه :

28=1+2+4+7+14

28 ÷14= 2

28 ÷7= 4

28 ÷4= 7

28 ÷2 =14

28 ÷ 1 =28

الرقم 496 كذلك رقمٌ كامل .

الرقم 8128 رقمٌ كامل.



**الأرقام غير الرشيدة irrational numbers** هي الأرقام التي لا يمكن التعبير عنها بشكلٍ كسري , أي على شكل كسرٍ مؤلفٍ من عددين صحيحين .

مثال على الأرقام غير الرشيدة الثابت باي π و هو يساوي 3.14159265358979323846264338327950

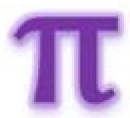
## Irrational number

A number that cannot be written as a fraction

Examples :

$\sqrt{5}$ $\sqrt{10}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{15}$

## Some irrational numbers - first few decimal digits:



=3.14159265358979323846264338327950288419716939...



=2.71828182845904523536028747135266249775724709369 9...



=1.41421356237309504880168872420969807856967187537 69...



=1.73205080756887729352744634150587236694280525381...

## Irrational Numbers

$\sqrt{2} = 1.4142135\ldots$

$\sqrt[3]{5} = 1.7099759\ldots$

$\pi = 3.14159265\ldots$




الثابت باي يمثل النسبة بين محيط الدائرة و بين قطرها و هي نسبةٌ ثابتة في كل دائرة.

أي أن محيط أي دائرة يساوي أكثر بقليلٍ من ثلاثة أمثال طول قطرها.

و ما تعرفه اليوم من بردية موسكو و بردية رايند Rhind هو أن المصريين القدماء هم اول من قاموا بحساب النسبة بين محيط الدائرة و قطرها أي الثابت باي π .

إن قيمة الثابت باي تساوي تقريباً 3.1605 كما حسبها الفراعنة و هي قيمةٌ أعلى ب 0.6من القيمة الحالية.

لقد كان الفراعنة يحسبون مساحة الدائرة من خلال حساب مساحة مربعٍ طول ضلعه يبلغ $\frac{8}{9}$ من طول قطر الدائرة .

أما عند البابليين فقد كان يتم حساب مساحة الدائرة من خلال ضرب مربع محيطها بالنسبة $\frac{1}{12}$

أي أن قيمة الثابت باي عند البابليين تساوي 3 .

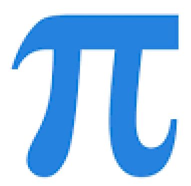
لقد ورد في سفر الملوك 1 في العهد القديم 7:23 Kings 1 :

"و لقد صنع بحيرةً من البرونز  تبلغ عشرة أذرعٍ من الضفة على الضفة .

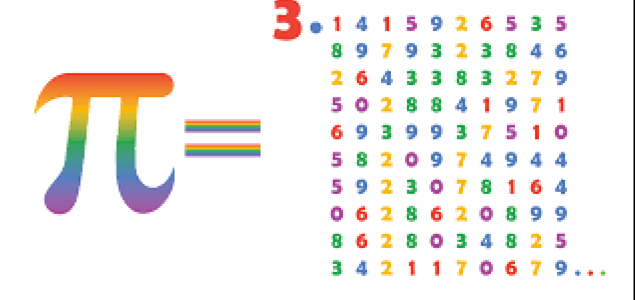
لقد كانت دائريةً تماماً و كان ارتفاعها خمسة أذرع كما كان قياس محيطها ثلاثون ذراعاً ."

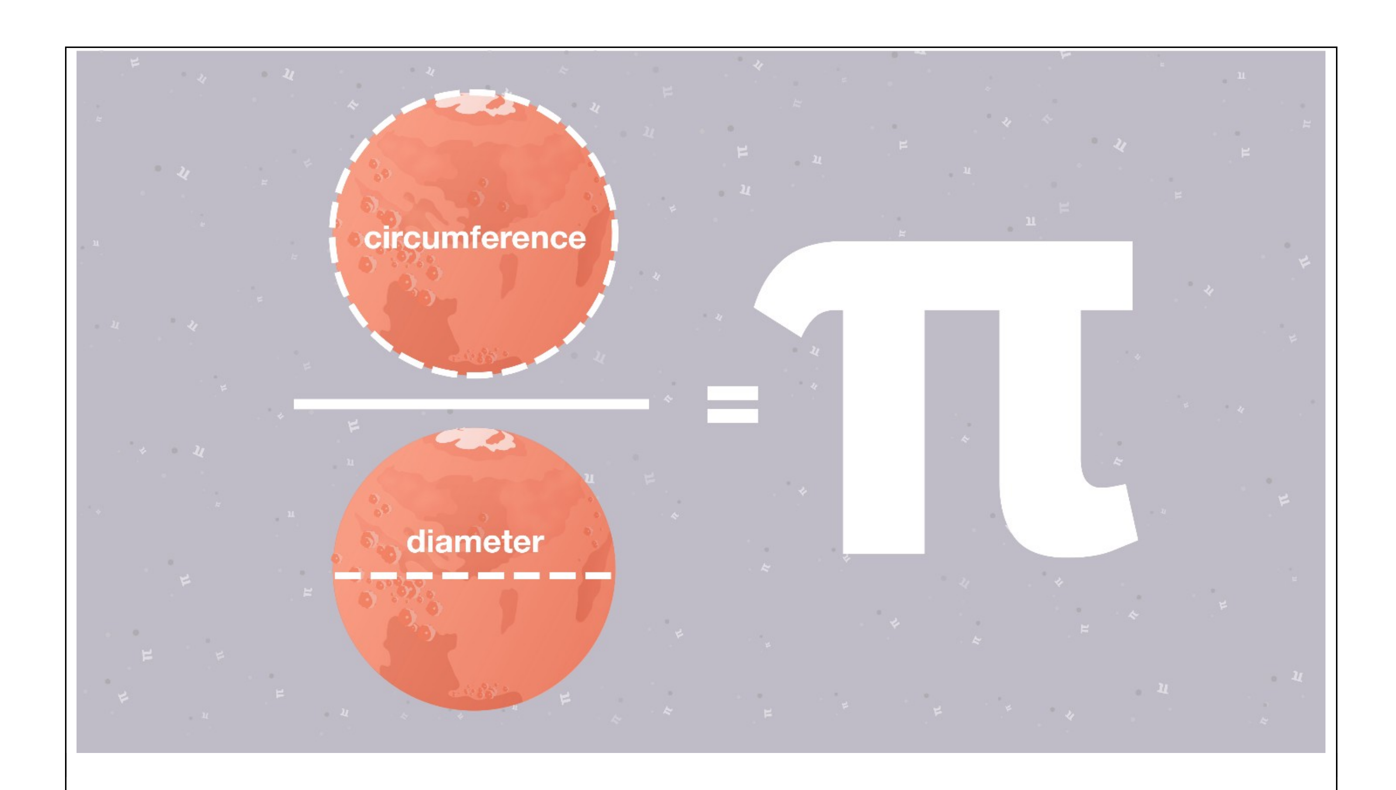
أي أن قطر الدائرة 10 أذرع و محيطها 30 ذراعاً  أي أن قيمة الثابت باي   و فقاً لهذا النص تبلغ $\frac{1}{3}$

و كان عالم الرياضيات البريطاني و ليم جونز هو أول من استخدم الحرف اليوناني باي π  للدلالة على النسبة بين محيط الدائرة و قطرها و ذلك في العام 1706  , أما مفهوم نسبة قطر الدائرة إلى محيطها فقد كان معروفاً قبل ذلك بعصورٍ طويلة كما رأينا سابقاً عند الفراعنة و البابليين و في العهد القديم , و كما رأينا سابقاً فإن الفراعنة قد دونوا ذلك في برديتي موسكو و رايند.



3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534211706798214808651328230664709384460955058 2...






**Archimedes أرخميدس -أرشميدس**

لقد قام أرخميدس بحساب الثابت باي π بناءً على نظرية فيثاغورث التي تقول بأن مربع وتر المثلث في المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع مربعي ضلعيه الآخرين بعد أن قام بتطبيق قياسات المثلث على الدائرة من خلال تقسيم الدائرة إلى مجموعة مثلثات **polygon.**

علماً أن طريقة قياس مساحة الدائرة عن طريق تقسيم الدائرة إلى تجمع مثلثات كانت معروفةً قبل أرخميدس بأكثر من قرنين من الزمن.

و خلال القرن التاسع حسب عالم الرياضيات الخوارزمي قيمة الثابت باي بأنها تساوي $3\frac{1}{7}$ أو أنها الجذر التربيعي للعدد عشرة $\sqrt{10}$ أي

3.1622776601683793319988935444327

أما الكسر المختلط $3\frac{1}{7}$ فإنه يساوي 3.142857142857142857142857 14285714

لحساب قيمة الكسر المختلط $3\frac{1}{7}$ فإننا نضع العدد الصحيح 3 كما هو في ميسرة الفاصلة ثم نقسم البسط على المقام أي أننا نقسم العدد واحد على العدد 7 و نضع ناتج القسمة في ميسرة الفاصلة.

**فائدة**

لتحويل رقمٍ مختلط , أي رقم يتألف من عددٍ صحيح و كسر إلى رقم عشري فإننا نضع العدد الصحيح كما هو في ميسرة الفاصلة العشرية ثم نقسم البسط على المقام أي أننا نقسم عالي الكسر على أدناه ثم نضع النتيجة إلى ميمنة الفاصلة العشرية.

مثال:

$3\frac{1}{7}$

نضع العدد الصحيح 3 إلى ميسرة الفاصلة العشرية .

3.

نقوم بقسمة البسط على المقام أي أننا نقسم عالي الكسر $\frac{1}{7}$ مثلاً على سافله

أي أننا نقوم بقسمة العدد 1 على العدد 7 .

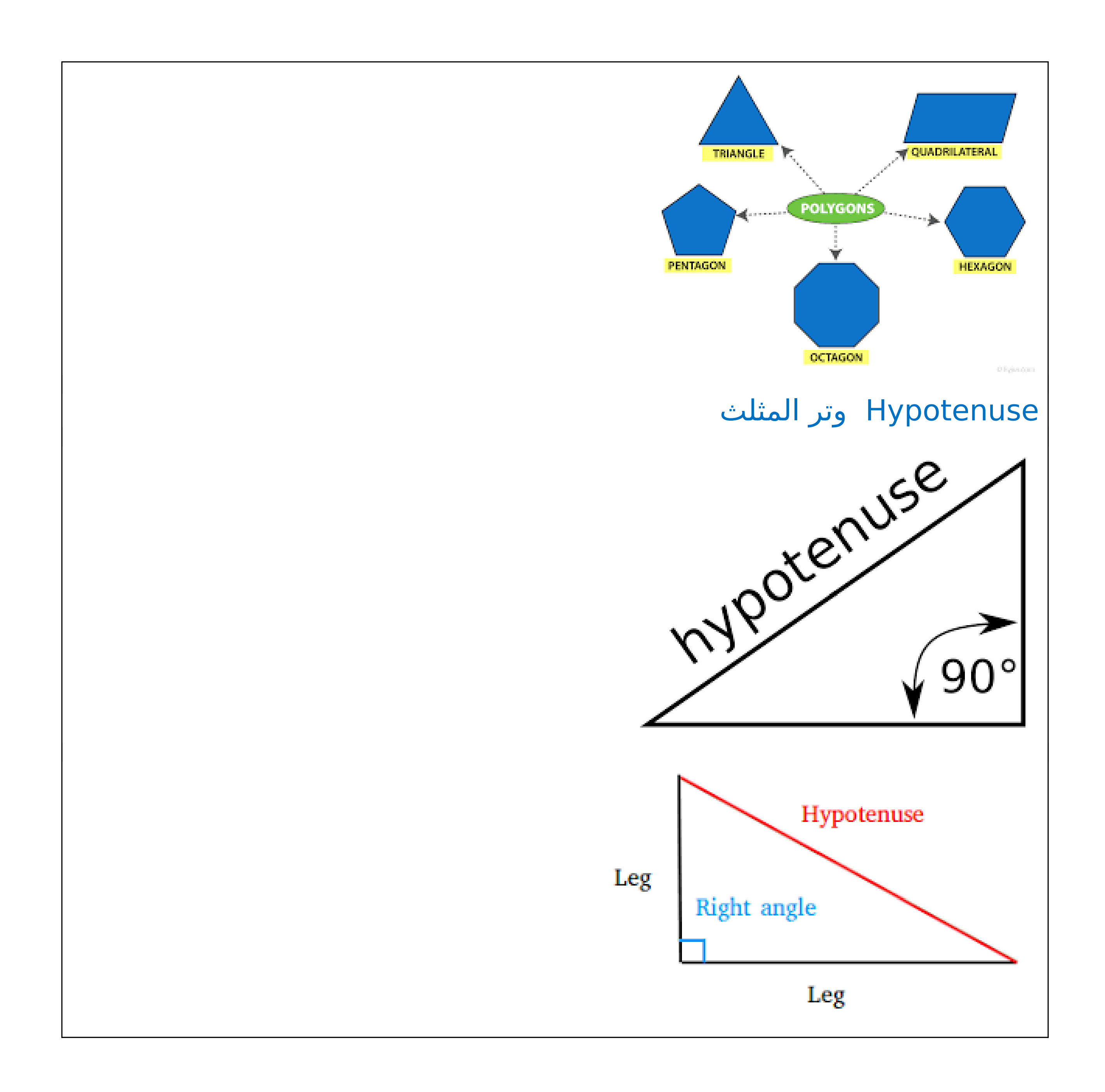
1 ÷ 7 = 0.142857142857142857142857142857142857142857142857

نضع ناتج قسمة البسط على المقام إلى ميمنة الفاصلة العشرية فنخصل على الرقم العشري:

3.142857142857142857142857142857142857142857142857

يستخدم الثابت باي πبكثرة في علوم الفضاء على مبدأ أنه يمكن حساب محيط الدائرة بمجرد معرفة قطرها و ذلك بضرب قطر الدائرة في الثابت باي π و لذلك يستخدم الثابت باي في حساب محيط الكواكب و مداراتها.

**Polygon**




علم المثلثات هو العلم الذي يدرس العلاقة بين أضلاع و زوايا المثلث.

تتألف جميع المثلثات القائمة الزاوية من ضلعين قصيرين يمكن أن يكونا متساويين و يمكن أن لا يكونا كذلك , كما تتألف تلك المثلثات من وترٍ مائل أطول من الضلعين الآخرين .

مثال:

لدينا مثلث يلغ قياس زاويتيه 100 درجة . كم يبلغ قياس زاويته الثالثة؟

180 -100=80

180 ناقص 100 يساو100 هو قياس زاوية المثلث الثالثة.

النسب بين أضلاع المثلث القائم الزاوية تدعى بالنسب المثلثية , فإذا علمنا طول أحد أضلاع مثلثٍ قائم الزاوية و علمنا قياس زواياه يصبح بإمكاننا معرفة أطوال أضلاعه الأخرى.

نجد مسائل النسب المثلثية في بردية رايند Rhind Papyrus المصرية القديمة.

تذكر دائماً :

و تر المثلث القائم الزاوية هو أطول أضلاعه.

و تر المثلث القائم الزاوية هو الضلع الوحيد المائل فيه.

Triagnometric ratios النسب المثلثية .



**صفرناقص عدد موجب يساوي عدد سالب.**

مثال:

9-0=(-9 )

**صفر ناقص عدد سالب يساوي عدد موجب.**

0- (-9)=9

صفر ناقص العدد السلبي ناقص 9 يساوي العدد الموجب 9 .

## طريقة الخوارزمي في حل المعادلات الخطية

يتعامل الجبر مع الأعداد و المقادير المجهولة التي تكون مرتبطةً بمقادير معلومةحيث يتم اكتشاف المجاهيل عن طريق المعاليم.

ابتكر الخوارزمي طرق اختزال المعادلات الرياضية و تبسيطها كما درس المعادلات الخطية و التي دعيت بهذا الاسم لأنه يمكن تمثيلها بخطٍ مستقيم.

تتضمن المعادلات الخطية مجهولاً واحداً فقط مرفوعاً للقوة الأولى.

يمكن أن يرد المجهول ذاته في أكثر من موضعٍ واحد في المعادلة الخطية.

مثال على المعادلات الخطية :

5س-8=2س+1

لدينا في طرف المعادلة الأول 5س-8 عملية طرح .

لحل هذه المعادلة نقوم بعكس العملية الحالية أي عملية الطرح لتتحول إلى عملية جمع , و لكننا بالطبع لن نستفيد شيئاً من طرح أو جمع العدد 8 مع 5س لأننا نجهل ماهية 5س تلك.

وفقاً لطريقة الخوارزمي فإننا نقوم باختزال المعادلة الخطية السابقة بتقليل عدد حدودها ما أمكننا ذلك.

علينا الانتباه إلى أن كل عملية رياضية نجريها على طرف المعادلة الأول 5س-8 يجب أن نجريها كذلك على طرف المعادلة الثاني 2س+1 و إلا فإن التوازن بين طرفي المعادلة سوف يختل.

نبدأ دائماً بعمليتي الجمع و الطرح فنقوم بعكسهما و تطبيقهما على كلا طرفي المعادلة.

في الشطر الأول من المعادلة لدي عملية طرح 5س-8 أقوم بعكسها فتتحول إلى عملية جمع و أقوم بتطبيقها على طرفي المعادلة.

طبعاً لا فائدة من طرح أو جمع العدد 8 أو أي عددٍ آخر مع مجهول .

ماذا أجمع مع ماذا؟

أجمع العدد 8 مع كلا طرفي المعادلة فأقول:

5س-8 (+8) =2س+1 (+8)

لاحظ كيف قمت بجمع العدد 8 مع كلا طرفي المعادلة.

لدي في طرف المعادلة الأول عملية جمع معلقة -8+8 و هي عملية جمع العدد السلبي -8 مع العدد الموجب 8 أقوم بتنفيذ عملية الجمع المعلقة:

-8+8 =صفر

العدد السلبي ناقص8 زائد العدد الموجب8 يساوي صفر.

وبذلك أكون قد اختزلت شطر المعادلة الأول و أكون قد تخلصت من العدد 8 و بقي لدي الحد 5س.

5س-8 +(8) =5س

الآن نأتي إلى طرف المعادلة الثاني 2س+1+8

كما ترون فإن لدينا عملية جمعٍ معلقة قابلة للتنفيذ لأنها بين عددين معلومين و هي 1+8 .

أقوم بتنفيذها 1+8=9

و بذلك فإن المعادلة الأصلية 5س-8=2س+1 تصبح على الصورة التالية :

5س=2س+9

كما ترون فإن لدي في المعادلة السابقة 5س=2س+9 حدين متشابهين و هما 5س و 2س و هما حدين قابلين للطرح و الجمع مع بعضهما البعض لأن المتغير فيهما أي س واحد.

كما أن لدي في المعادلة السابقة عملية جمعٍ معلقة 2س+9 أقوم بعكسها و أحولها إلى عملية طرح.

و لكن ماذا أطرح من ماذا؟

طبعاً لا فائدة من القول 2س+9 أو 2س-9 لأن س مجهولٌ بالنسبة لي ولذلك فلا فائدة من طرح أو جمع أي عددٍ مع قيمةٍ مجهولة مثل س .

هل وصلنا إلى طريقٍ مسدود في حل هذه المعادلة؟

يتوجب علي هنا أن أقوم بأمرين وفقاً لطريقة الخوارزمي في حل المعادلات الخطية :

أولاً أن أقوم باختزال المعادلة عن طريق حذف أكبر عددٍ ممكنٍ من مكوناتها.

ثانياً أن أحافظ على التوازن بين طرفي المعادلة فلا أقوم بعمليةٍ على أحد طرفيها دون أن أجري عمليةً مماثلة على طرفها الثاني .

و بما أن لدي حدٌ قابلٌ للطرح من طرفي المعادلة و هو الحد 2س نظراً إلى أن له شبيهاً في طرف المعادلة الثانية وهو الحد 5س و لذلك فإنني أطرح الحد 2س من طرفي المعادلة فتصبح المعادلة

5س=2س+9 على الصورة التالية:

5س-(2س) =2س+9 –(2س)

قمت لطرح الحد 2س من طرفي المعادلة .

5س-2س هي عملية طرحٍ قابلة للحل لأن المتغير س متماثل :

5س-2س=3س

وبذلك أكون قد اختزلت طرف المعادلة الأول إلى 3س.

الطرف الثاني:

2س+9-(2س)

لدينا عملية طرح قابلة كذلك للتنفيذ بسبب تماثل المتغير س :

2س-2س=صفر

فتصبح المعادلة 5س=2س+9 على الصورة التالية:

3س=9

لدينا عملية ضربٍ معلقة وهي 3س أي 3×س أي أن المعادلة 3س=9 تعني 3 ×س=9

لحل المعادلة أعكس العملية المعلقة أي عملية الضرب فتتحول عملية الضرب إلى عملية قسمة .

و لكن ماذا نقسم على ماذا؟

نقسم طرفي المعادلة على العدد الذي وقعت عليه عملية الضرب أي العدد 3 المرافق للمجهول س :

3س÷3=س

3 ÷3=1 3 تقسيم 3 يساوي واحد.

3س ÷3=1س

1س تعني س

ثم نقسم حد المعادلة الثاني:

9 ÷3=3

إذاً فإن المجهول س=3.

أتأكد من صحة الحل عن طريق إبدال المجهول س بالعدد 3 :

5س-8=2س+1

أي 5×3 -8 =2×3 +1 =

15 -8 =1+6=7

7=7

إذاً فإن الحل صحيح.

كانت تلك طريقة عالم الرياضيات الخوارزمي في حل المعادلات الخطية.

للمزيد عن طرق حل المعادلات يمكنكم الرجوع إلى كتابي (مفتاح الجبر).

Linear equation معادلة خطية.

لقد استخدم الخوارزمي طريقة إكمال المربع في حل المعادلات التربيعية , كما حاول إيجاد حلٍ شاملٍ للمعادلات التكعيبية و هي المعادلات التي يكون مجهولها مرفوعاً للقوة الثالثة $س^3$ .

أما المعادلات التربيعية فهي المعادلات التي يكون مجهولها مرفوعاً للقوة الثانية $س^2$ .

لقد كان الخوارزمي أول من ميز بين الأعداد الرشيدة وهي الأرقام التي يمكن التعبير عنها على شكل كسر و بين الأعداد غير الرشيدة التي هي عبارة عن أعداد عشرية غير منتهية مثل الثابت باي π .

و لقد أكمل عالم الرياضيات المصري أبو كامل شجاع بن أسلم 850-930 ما بدأه الخوارزمي من قبل .

أما عالم الرياضيات عمر الخيام فقد استخدم الحلول الهندسية في حل المعادلات الجبرية و قام بحل المعادلات التكعيبية متبعاً بذلك طريق الخوارزمي في حال المعادلات التربيعية بالطرق الهندسية.

المعادلات التربيعية هي المعادلات التي يكون مجهولها مرفوعاً للقوة الثانية كحدٍ أعلى $س^2$

المعادلات التكعيبية هي المعادلات التي يكون مجهولها مرفوعاً للقوة الثالثة كحدٍ أقصى $س^3$.

إكمال المربع Completing the square

$$a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\qquad+\frac{c}{a}\right)$$

$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2$

$x + \frac{b}{2}$

$x + \frac{b}{2}$

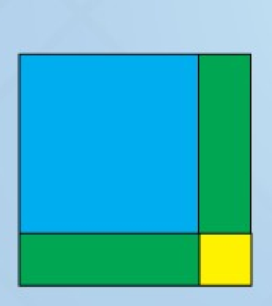
$\frac{b}{2}$

$\frac{b}{2}$

$\left(\frac{b}{2}\right)^2$

# Definition

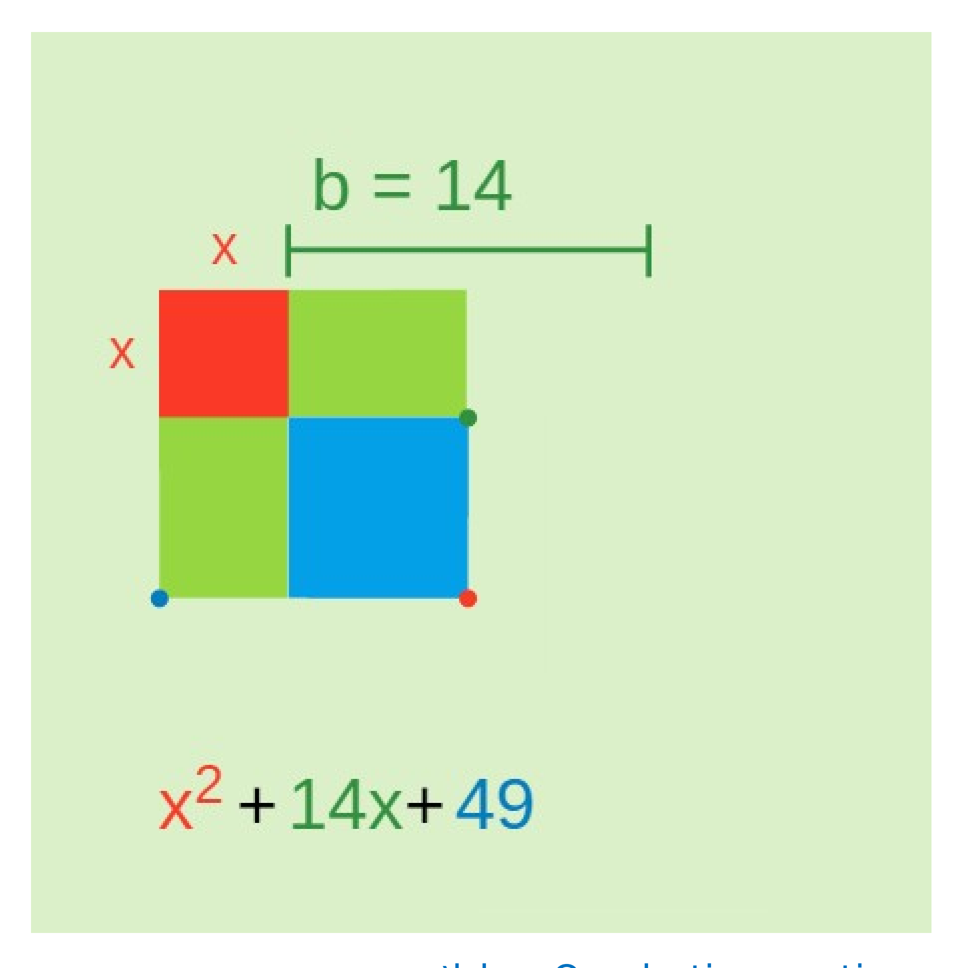
**Completing the Square** — A technique used to write a quadratic equation in standard form as one that has a perfect square term.



$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\downarrow$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$




معادلات تربيعية Quadratic equations

معادلات تكعيبية Cubic equations

أعداد رشيدة Rational numbers

الجبر هندسة مكتوبة –الهندسة حبرٌ مرسوم

صوفي جيرمين

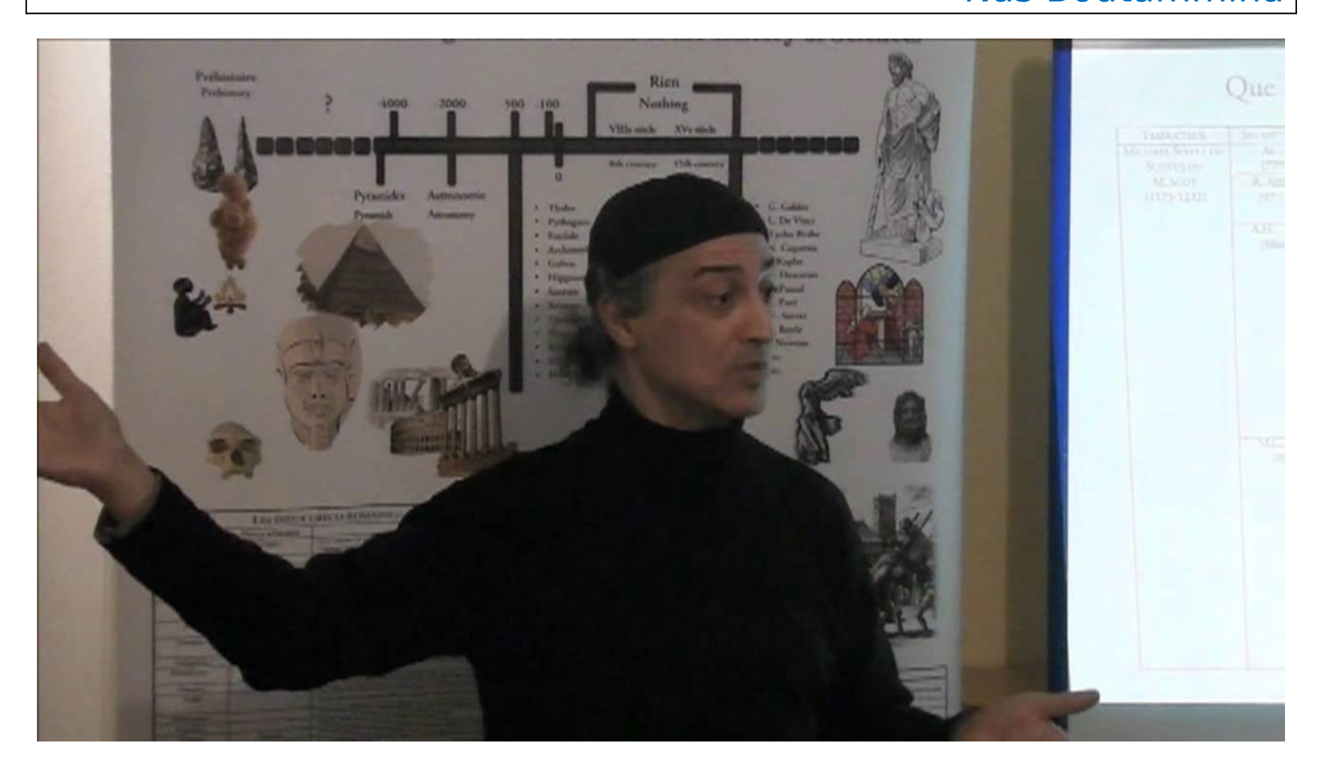
بعد أن اعتنق ملك قرغيزستان الدين الإسلامي طلب حماية المسلمين له من انتقام الصينيين بعد علم الصين بإسلامه و إرسالها جيشاً جراراً و ذلك في عهد الخليفة العباسي أبو العباس الذي أرسل جيشاً على رأسه صالح بن الزيات لنجدة ملك قرغيزستان .

حقق المسلمين نصراً مؤزراً في تلك المعركة و أسروا الكثير من الصينيين الذين باحوا بسر صناعة الورق و الحبر .

لقد طور المسلمين الورق و الحبر فالحبر الصيني كان أساسه الفحم بينما صنع المسلمون حبرهم الخاص من راتنج الصنوبر و كبريتات الحديد و النحاس و هو حبرٌ يتميز بالثبات لآلاف السنين.

وفي العام 755 تم إنشاء مصنعٍ للورق لتأمين حاجة الدولة العباسية من الورق , ولقد شهد ذلك العام أي العام 755 ولادة أول كتابٍ في تاريخ البشرية و هو القرآن المجيد .

Nas Boutammina




يعود الفضل إلى عالم الرياضيات أبو بكر الكُرجي في وضع القواعد التي تتيح إجراء العمليات على متعددات الحدود و قد خلف الكٌرجي في ذلك عالم الرياضيات بن يحيى المغربي –السموأل حيث تابع السموأل أعمال الكُرجي المتعلقة بمتعددات الحدود . و كنا قد رأينا سابقاً كيف أن المعادلات التكعيبية أي المعادلات التي يكون مجهولها مرفوعاً للقوة الثالثة $س^3$ قد شكلت تحدياً كبيراً للرياضيين و كيف أن عالمي رياضياتٍ كبيرين و هما الخوارزمي و عمر الخيام كانا قد أسهما بشكلٍ كبير في تفهم هذا النوع من المعادلات تبعهم في ذلك شرف الدين الطوسي في القرن الثاني عشر.

لقد كان الطوسي يركز في أعماله على التمثيل البياني للمعادلات الرياضية إلى حدٍ كبير.

يعتبر محمد بن موسى الخوارزمي بحق   أبو الجبر  و المعلم الأول للجبر نظراً للطرق التي ابتدعها في حل المعادلات التربيعية علماً أن الطرائق التي ابتدعها ما زالت مستخدمةً حتى يومنا هذا في حل المعضلات الرياضية , كما أنه وضع كتاباً في الجغرافيا ساعد في وضع خريطة دقيقة للعالم.

في الماضي كان الجبر مرتبطاً ارتباطاً عضوياً بالهندسة غير أن  عالم الرياضيات أبو بكر  الكٌرجي كان أول من فض ذلك الارتباط بين الهندسة و  الجبر و لذلك فإن حل المعادلات الرياضية لم يعد معتمداً على الأشكال و البيانات الهندسية.

كما أن أبو بكر الكٌرجي كان قد وضع الكثير من القواعد الجبرية بما فيها  نظرية ثنائية الحد .

عرف  الكٌرجي وحيدات الحدود  مثل  س  و ع  وس$^3$ و بين كيفية ضربها و قسمتها

كما عرف عديدات الحدود مثل  3س و 5ع$^2$ , كما أن  الكرجي كان قد وضع الصيغة :

(س+ع)$^2$ =(س+ع) (س+ع) =(س+ع)× (س+ع)

مثال:

$(4+3)^2 = (4+3)\ (4+3) = (4+3)\times(4+3) = 7\times 7 = 49$

عملية جمع عنصرين محصورة بين قوسين مرفوعة للقوة الثانية تساوي مجموع هذين العنصرين مضروباً بنفسه.

غير أن أكبر إنجازٍ قام له أبو بكر الكٌرجي  تمثل في قض الاتصال ما بين الجبر و و قيامه بتمثيل كل صيغة جبرية على صورةٍ هندسية .

الكٌرجي : هو أبو بكر بن محمد بن الحسين الكٌرجي ولد في العام  980  عاش معظم حياته في بغداد .

وضع الكرجي كتاب  استخراج  المياه الخفية وهو أول كتابٍ معروف في علم الهيدرولوجيا

binomial theorem  نظرية ثنائية الحد

تستخدم المعادلات الجبرية الخطية البسيطة في إيجاد طولٍ مجهول

المعادلات الخطية قد دعيت بهذا الاسم لأنها تستخدم في معرفة طول خطٍ ما أو مستقيم وهي المعادلات التي يكون مجهولها س مرفوعاً للقوة الأولى س .

يعتبر أي عنصرٍ غير مرفوعٍ لأية قوة مرفوعاً للقوة الأولى بشكلٍ افتراضي:

س = $س^1$

ع=$ع^1$

أما المعادلات التربيعية, أي المعادلات التي يكون مجهولها مرفوعاً للقوة الثانية $س^2$ فإنها تستخدم في حساب المساحة المجهولة.

المعادلات التكعيبية ,أي المعادلات التي يكون مجهولها مرفوعاً للقوة الثالثة تستخدم في حساب الأحجام .

المجهول س في المعادلات الخطية يكون مرفوعاً للقوة الأولى و هو يمثل طول خطٍ مجهول الطول.

المجهول $س^2$ المرفوع للقوة الثانية في المعادلات التربيعية يمثل مساحةً مجهولة.

المجهول $س^3$ المرفوع للقوة الثالثة في المعادلات التكعيبية يمثل حجماً مجهولاً .

لقد كان علماء الرياضيات البابليين يمتلكون القدرة على حساب المعادلات التربيعية منذ العام 2000 قبل الميلاد غير أنه لم يتمكن أحد من طيلة ثلاثة آلاف عام من حل المعادلات التكعيبية.

المعادلات التكعيبية هي المعادلات التي يكون مجهولها مرفوعاً للقوة الثالثة $س^3$ و هذا المجهول يمثل حجماً.

لقد كان عالم الرياضيات عمر الخيام أول من تمكن من حل المعادلات التكعيبية في التاريخ .

لقد تمكن عمر الخيام من حل المعادلات التكعيبية عن طريق تجزئة المعادلة التكعيبية إلى معادلتين أكثر بساطة وهما:

معادلة تربيعية تمثل مساحة المربع مجهولها مرفوعٌ للقوة الثانية $س^2$ .

معادلة خطية تمثل طول الخط مجهولها مرفوعُ للقوة الأولى أي س .

كما قام عمر الخيام بحل المعادلات التكعيبية عن طريق رسم أشكالٍ هندسية و تحديد موقع تقاطع تلك الأشكال.

و على سبيل المثال في معادلات إيجاد حجم مكعب حدد عمر الخيام طول الضلع بأنه المجهول المرفوع للقوة الأولى س و مساحة المربع أي أحد أسطح المكعب بأنه المجهول المرفوع للقوة الثانية س$^2$ و حجم المكعب بأنه المجهول المرفوع للقوة الثالثة أي س$^3$ .

ولد عمر الخيام في العام 1048 و قد عرف بأنه أول من قام بحل المعادلات التكعيبية , كما أنه وضع تقويماً فلكياً شديد الدقة ظل معتمداً حتى العام 1900 .

كان عمر الخيام من أوائل الرياضيين الذين اكتشفوا بأنه يمكن أن يكون للمعادلة التكعيبية أكثر من حلٍ واحد.

اشتهر عمر الخيام برباعياته التي عرفت برباعيات الخيام التي ترجمها إلى الإنكليزية إيدوارد فينزجيرالد في العام 1859 .

في العام 1074 طلب جلال الدين ملك شاه من عمر الخيام أن يضع تقويماً شمسياً و قد شيد في مدينة أصفهان مرصدٌ فلكي لهذه الغاية حيث اختار الخيام ثمانية فلكيين لمساعدته.

تمكن الخيام و فريقه من حساب عدد أيام السنة بدقةٍ متناهية 365,24 يوماً .

**تتابع فيبوناكسي –متوالية فيبوناكسي**

يمثل كل عددٍ من أعداد فيبوناكسي مجموع العددين السابقين له .

يكتب أول عددٍ من أعداد فيبوناكسي على الصورة $f_1$ و يكتب العدد الثاني على الصورة $f_2$ و هكذا .

معادلة فيبوناكسي هي على الصورة التالية:

$$Fn=f_{(n-1)}+f_{(n-2)}$$

و بكل بساطة إذا طلب منا مثلاً أن نجد عدد فيبوناكسي التاسع مثلاً فإننا نجمع العددين السابقين للعدد 9 مع بعضهما البعض أي العددين السابع و الثامن :

$$F_9=f_8+f_7$$

معنى صيغة فيبوناكسي :

$Fn=f_{(n-1)}+f_{(n-2)}$

إن عدد فيبوناكسي Fn المطلوب يساوي مجموع كلٍ من العدد الذي يسبق العدد المطلوب بمرتبةٍ واحدة n-1 مع العدد الذي يسبق العدد المطلوب بمرتبتين n-2

عندما تتم قسمة أي عددٍ في تتابعٍ ما فإننا دائماً نحصل على نسبة .

إن النسبة بين أي عددين متتابعين من أعداد فيبوناكسي تكون قريبةً من النسبة 1.618 .

.1,618

إن النسبة 1.618 هي نسبةٌ قريبة من النسبة الذهبية و التي تساوي واحد زائد الجذر التربيعي للعدد5 زائد 2 .

5+2√+1

كما هي حال متوالية فيبوناكسي فإن النسبة الذهبية 1.618 هي نسبةٌ شائعة في الطبيعة – على سبيل المثال نسبة تكاثر الكائنات الحية.

لحساب النسبة بين قيمتين متتاليتين في متوالية فيبوناكسي فإننا نقسم القيمة الأولى على القيمة السابقة لها ضمن تلك المتوالية هكذا بكل بساطة.

فإذا طلب منا أن نحسب النسبة بين القيمتين المتعاقبتين في متوالية فيبوناكسي 34 و 21 فإننا نقسم القيمة الأولى 34 على القيمة السابقة لها 21 في المتوالية في المتوالية :

34÷21 = 1.619047619047619047619047619047619

لاحظ بأننا حصلنا على قيمة قريبة جداً من النيبة الذهبية 1.618 .

و إذا كانت لدينا القيمتين المتعاقبتين 21 و 13 في متوالية فيبوناكسي و طلب منا إيجاد النسبة بينهما فإننا نقسم القيمة 21 على القيمة السابقة لها أي 13 :

21÷13 = 1.6153846153846153846153846153846

وهي نسبةٌ قريبة من النسبة الذهبية 1.618 .

يمكن لنا ملاحظة النسبة الذهبية في الطبيعة فيما يدعى باللولب الذهبي الذي يتسع بمعدل 1.618 في كل ربع دورة تمر بها و هذا اللولب الذهبي شائع في

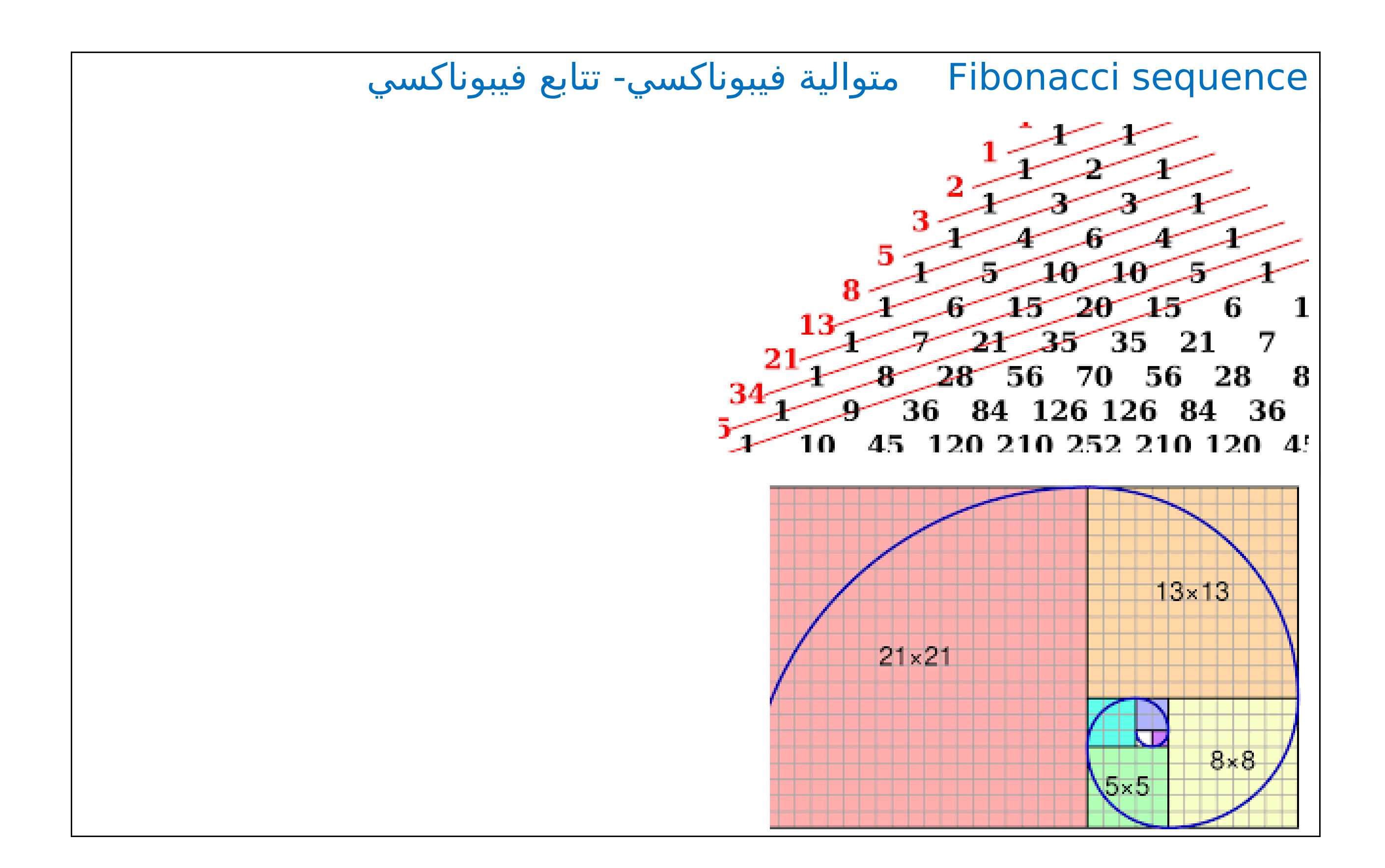
كيفية توضع الحراشف و البذور في أكواز الصنوبر و توضع البذور في نبات دوار الشمس و نباتات العائلة النجمية

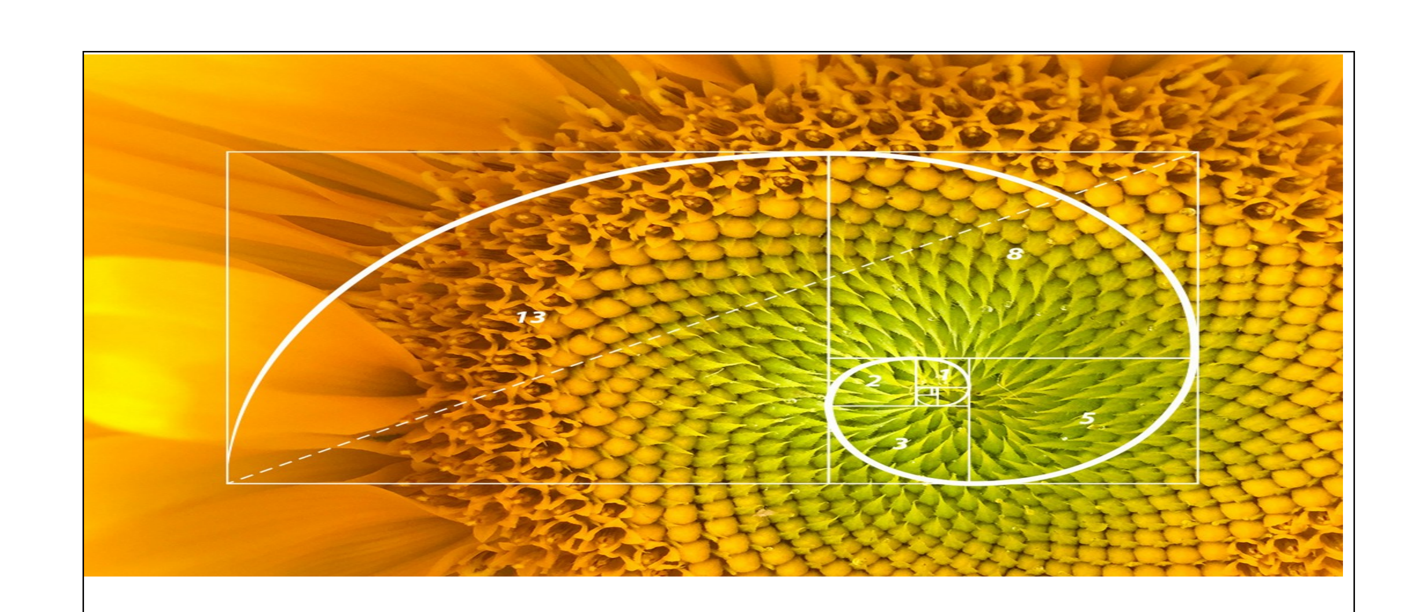
.Asteraceae

**$Fn=f_{(n-1)}+f_{(n-2)}$**

**إن عدد فيبوناكسي Fn المطلوب يساوي مجموع كلٍ من العدد الذي يسبق العدد المطلوب بمرتبةٍ واحدة n-1 مع العدد الذي يسبق العدد المطلوب بمرتبتين n-2**

Fibonacci sequence متوالية فيبوناكسي- تتابع فيبوناكسي



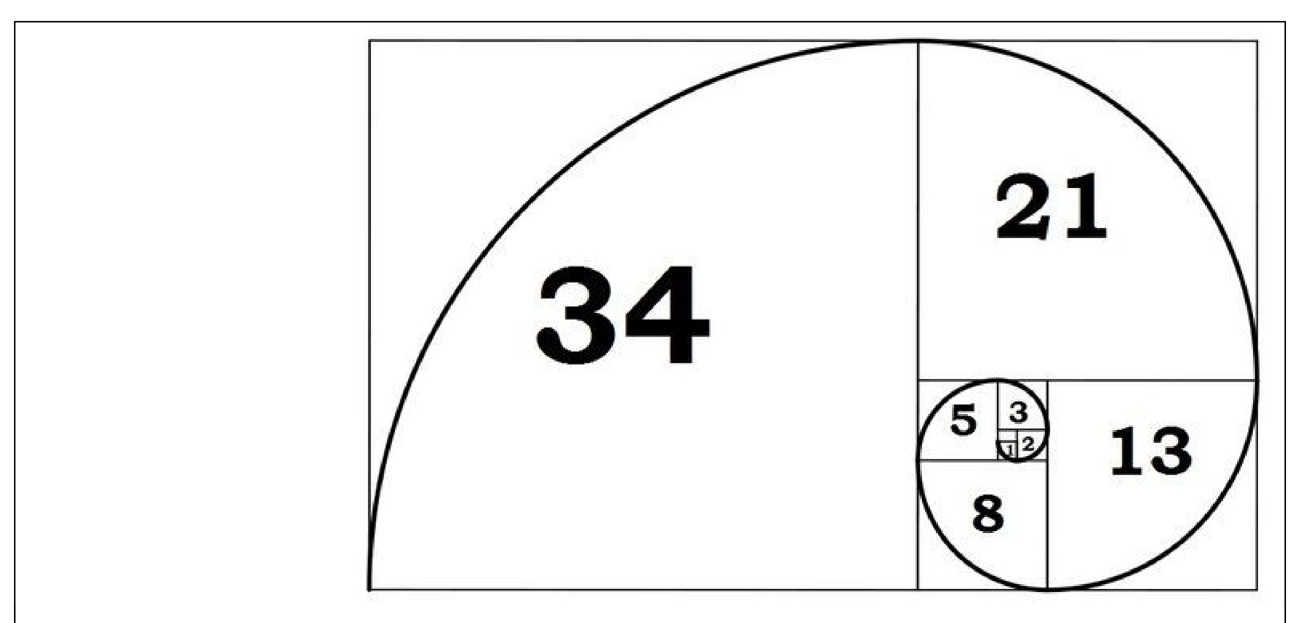


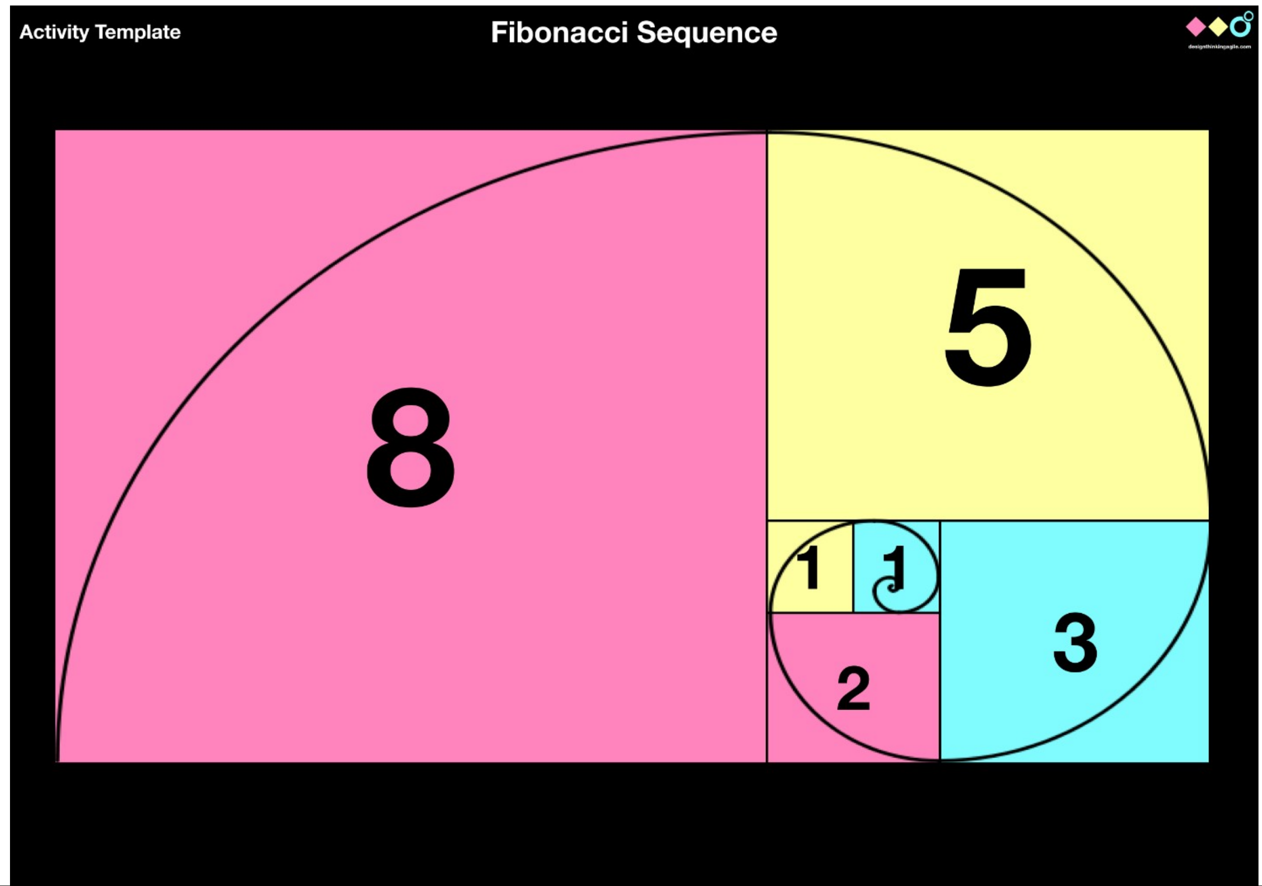

# The Fibonacci Sequence

**1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377…**

**1+1=2**
**1+2=3**
**2+3=5**
**3+5=8**
**5+8=13**
**8+13=21**

**13+21=34**
**21+34=55**
**34+55=89**
**55+89=144**
**89+144=233**
**144+233=377**


34
21
13
8
5
3
2
1


Activity Template
Fibonacci Sequence
8
5
3
2
1
1

# Fibonacci Sequence

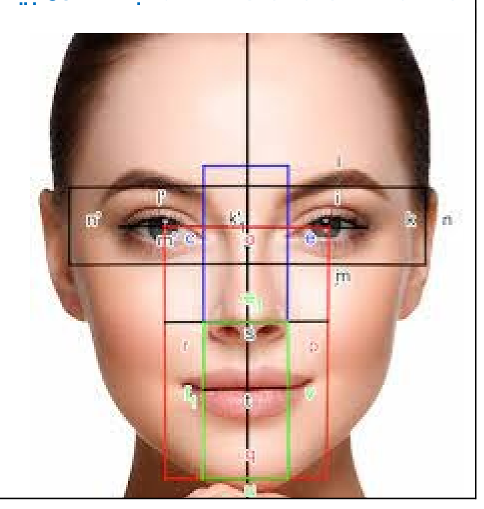
0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987 ...

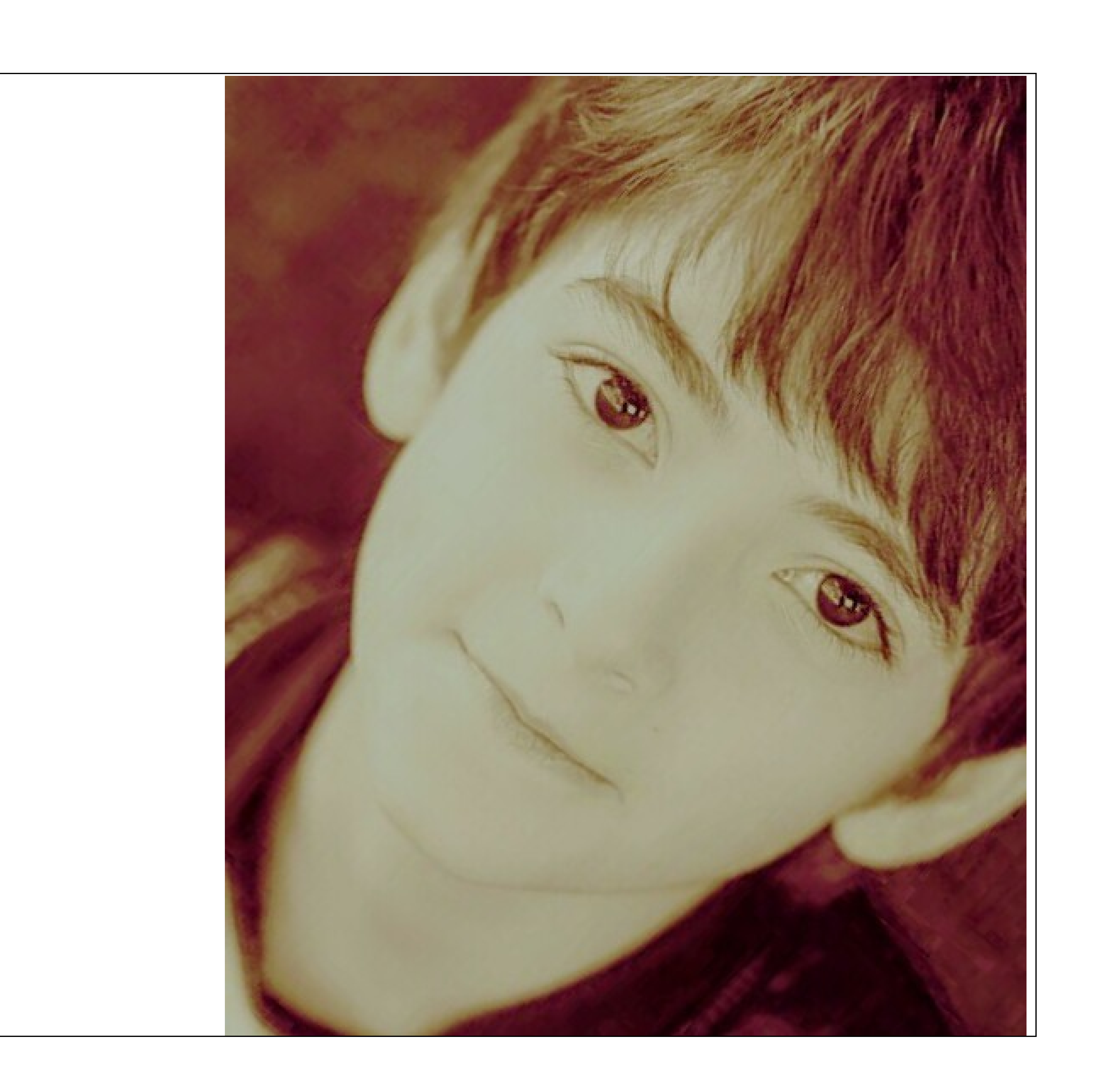
Each number is the sum of the previous two numbers.

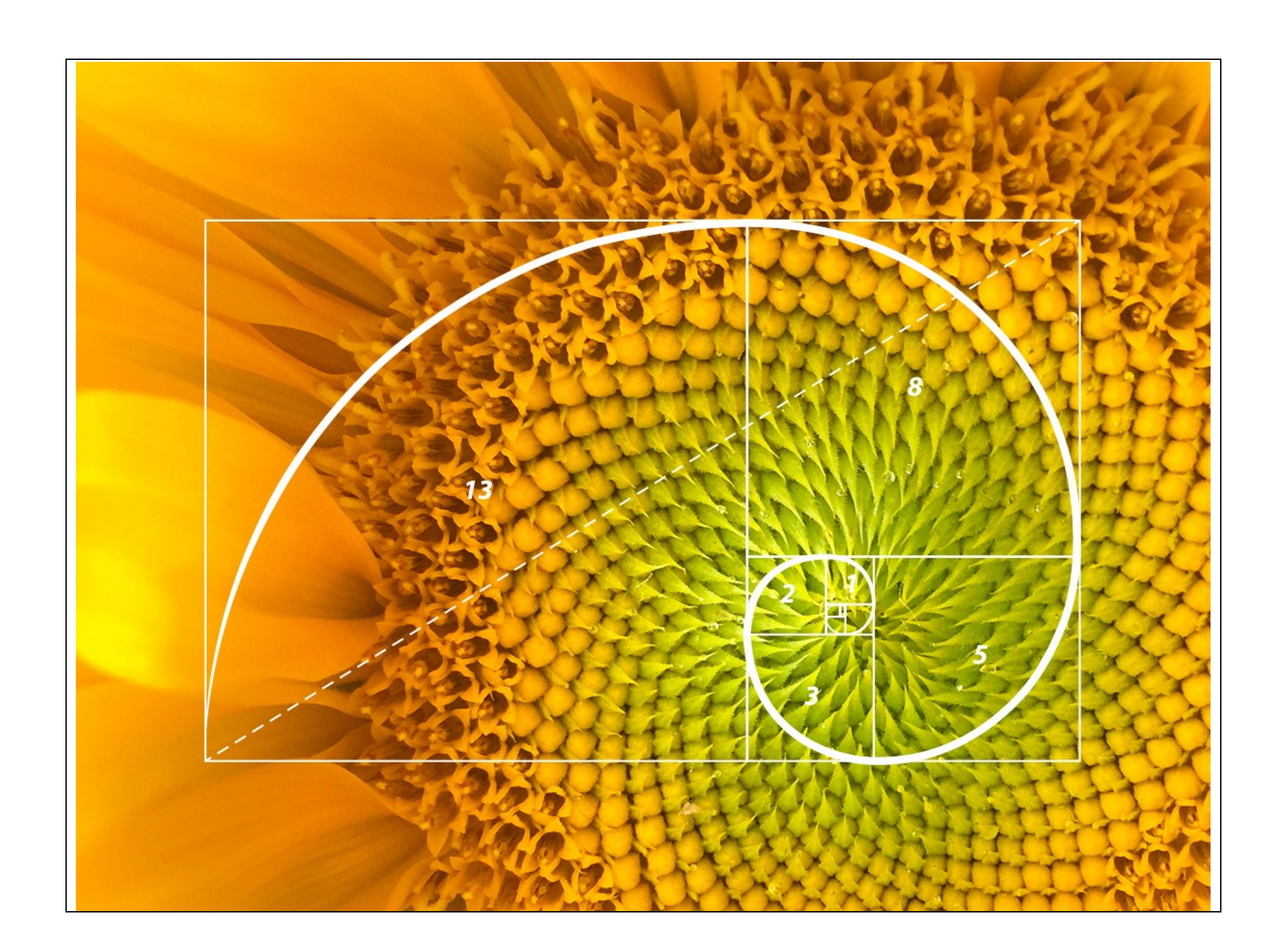
Fibonacci equation معادلة فيبوناكسي

العدد السابع في متوالية فيبوناسي Seventh Fibonacci number

النسبة الذهبية Golden ratio






13
8
2
1
5
3

## PLANTS

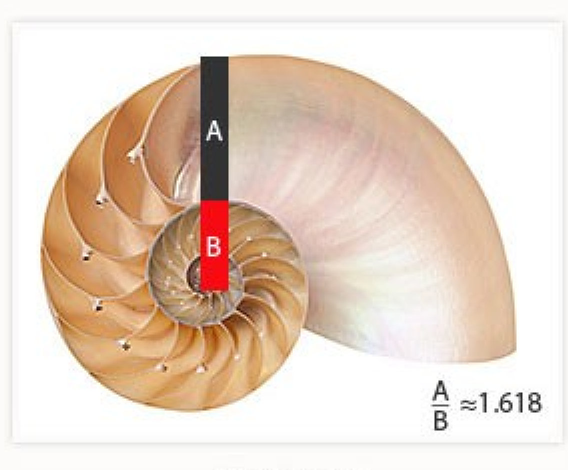


Sunflower

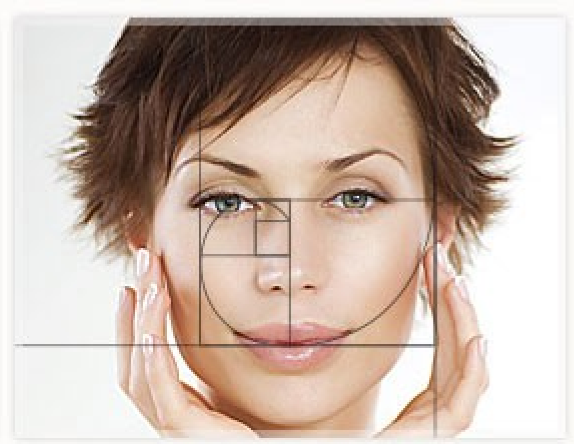


Spiral Aloe

## ANIMALS

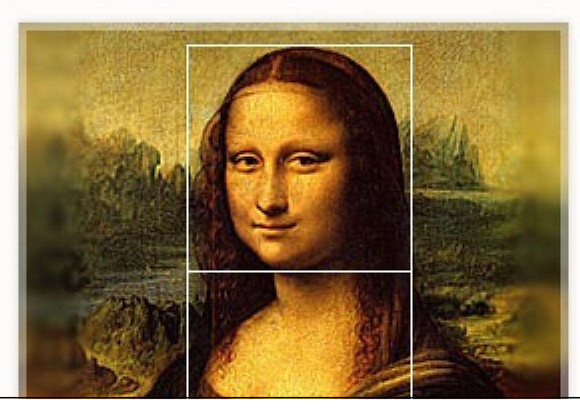



Nautilus Shell

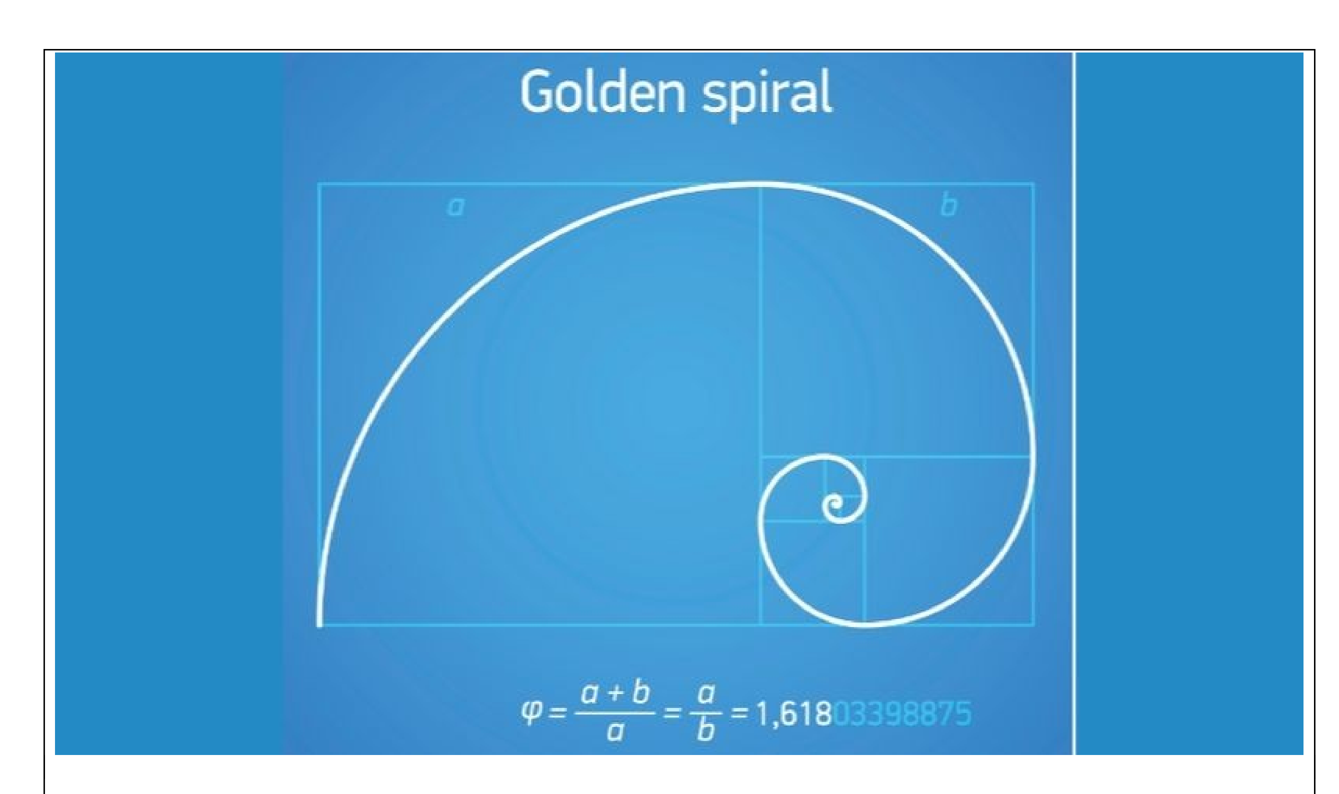


Human Face

## ART

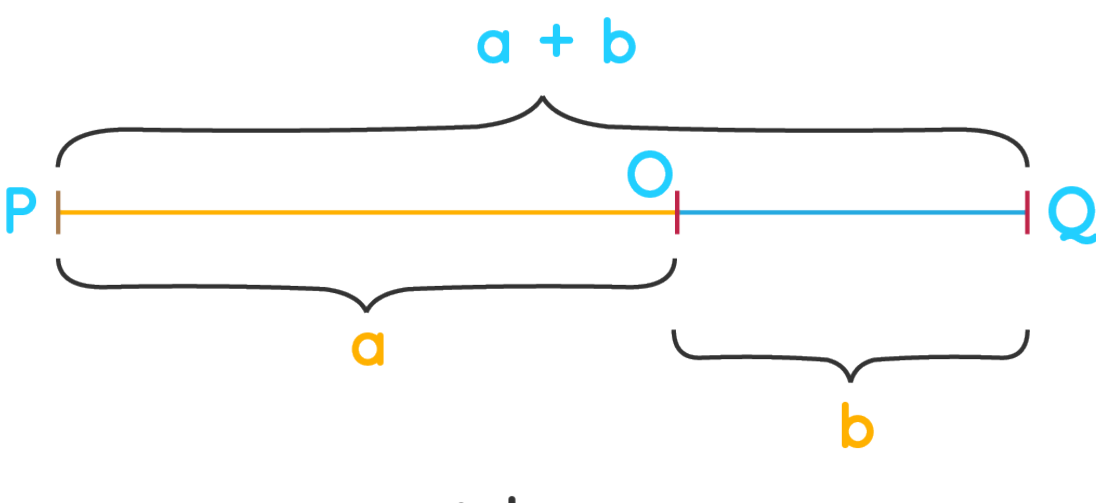







Golden Ratio




$$\frac{a}{b} = \frac{a + b}{a} = 1.618.... = \phi$$

THE GOLDEN RATIO

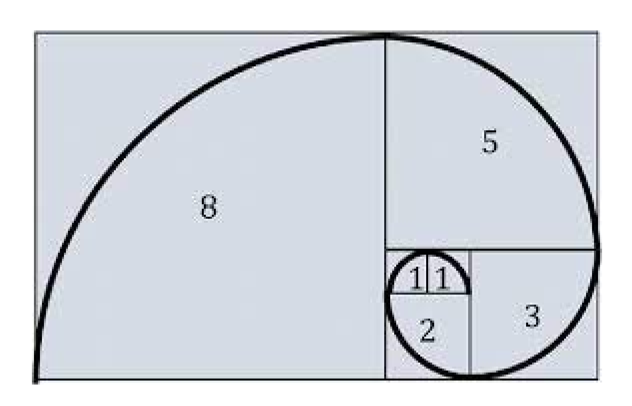
A

B

A + B

$$\frac{A}{B} = \frac{A+B}{A} = 1.618 = \Phi$$

اللولب الذهبي  Golden spiral



**كود فيبوناكسي**

كود فيبوناكسي كودٌ عالمي يستخدم في تشفير الأعداد الصحيحة الموجبة و تحويلها إلى أكواد ثانوية .

جميع أكواد فيبوناكسي إما أن تنتهي بالرقم 11 إحدى عشر أو أن يرد فيها الرقم 11 قبل العدد النهائي:

1 112 0113 00114 10115 000116 100117 010118 0000119 10001110 01001111 00101112 101011

إن كود فيبوناكسي يرتبط ارتباطاً وثيقاً بنظام فيبوناكسي العددي.

**Fibonacci Numbers**

$F_0 = 0$ $F_1 = 1$
$F_2 = 1$ $F_3 = 2$
$F_4 = 3$ $F_5 = 5$
$F_6 = 8$ $F_7 = 13$
$F_8 = 21$ $F_9 = 34$
$F_{10} = 55$ $F_{11} = 89$
...

| Message | Representation | Codeword |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 11 |
| 2 | 2 | 011 |
| 3 | 3 | 0011 |
| 4 | $1+3$ | 1011 |
| 5 | 5 | 00011 |
| 6 | $1+5$ | 10011 |
| 7 | $2+5$ | 01011 |
| 8 | 8 | 000011 |
| 9 | $1+8$ | 100011 |
| 10 | $2+8$ | 010011 |
| 11 | $3+8$ | 001011 |
| 12 | $1+3+8$ | 101011 |

Table 1: Fibonacci code for $n = 1, 2, \ldots, 12$

**النسبة الذهبية**

النسبة الذهبية : رقمٌ غير رشيد يساوي تقريباً 1.61803... ,. .

توصف الأشكال التي تتناسب أبعادها مع النسبة الذهبية بأنها أشكالٌ متناسبة متناسقة و جميلة ذلك ان هذه النسبة الذهبية تمثل التوازن الطبيعي ما بين التناظر و اللاتناظر .

تعرف النسبة الذهبية بتسمياتٍ أخرى مثل الرقم الذهبي و النسبة الإلهية و غيرها.

Fibonacci coding كود فيبوناكسي
Golden ratio النسبة الذهبية Goldener Schnitt
irrational numbe عدد غير رشيد
golden number العدد الذهبي
golden proportion النسبة الذهبية
divine proportion النسبة الإلهية

**المتوالية الهندسية**

إن أول ذكرٍ مسجل في التاريخ لمسألة حبات القمح على رقعة الشطرنج قد أورده المؤرخ ابن خلكان , وفي هذه الرواية فإن الملك أراد أن يكافئ مخترع الشطرنج على اختراعه و طلب منه أن يختار مكافئته بنفسه فأجاب مخترع الشطرنج بأنه يريد حبة قمح في المربع الأول و حبتي قمح اثنتين في المربع الثاني و أربع حبات قمح في المربع الثالث وصولاً إلى المربع الأخير أي المربع 64 .

في المربع الثامن ستكون هنالك 128 حبة قمح و في المربع رقم 24 سنكون هنالك أكثر من 8 ملايين حبة قمح و في المربع 32 سيكون هنالك أكثر من بليوني حبة قمح و في المربع 33 ستكون هنالك 4 بلايين حبة قمح أما المربع الأخير فإنه سيحتاج إلى 9.2 مليون ترليون حبة قمح .

أما مجموع حبات القمح على رقعة الشطرنج التي يتوجب أن يقدمها الملك لمخترع الشطرنج فهي :

18446744073709551615

أي $2^{64}-1$

**نرفع العدد 2 للقوة 64 ثم نطرح العدد واحد من النتيجة.**

**ندخل العدد 2 إلى الآلة الحاسبة**

**نضغط زر الرفع للقوة $X^Y$**

**ندخل الرقم 46**

**نضغط زر المساواة = حتى نحصل على النتيجة.**

**نطرح العدد واحد من النتيجة.**

إن هذه الرواية هي بمثابة مثال عن المتواليات الهندسية .

في المتواليات الهندسية فإننا نضرب كل قيمة بالعدد 2 حتى نحصل على القيمة التالية لها:

2=2×1

4=2 ×2

8= 2× 4

16= 2 × 8

و بالطبع فإن العدد 4 يساوي $2^2$ و العدد 8 يساوي $2^3$ أي 2 مضروبة بنفسها ثلاث مرات و الرقم 16 يساوي $2^4$ أي 2 مضروبة بنفسها أربع مرات و هكذا.

أما آخر مربع على رقعة الشطرنج في مثالنا السابق فتمثله القيمة $2^{63}$ أي العدد 2 مضروباً بنفسه 64 مرة و هذه القيمة تساوي 9223372036854775808.

بالطبع فإن عدد مربعات رقعة الشطرنج هو 64 مربع غير أن المربع الأول يشغله العدد واحد.

وفقاً لطريقة المتوالية الهندسية فإن أول خانة في رقعة الشطرنج يشغلها العدد واحد أما الخانة الأخيرة الرابعة و الستين فيشغلها العدد 9.2 مليون ترليون , و كل عددٍ في أي خانة يمثل العدد السابق له في الخانة السابقة ضرب العدد 2 , أي أن كل عددٍ في كل خانة ضعف العدد السابق له و على سبيل المثال فالخانة السادسة عشرة يشغلها الرقم 32768 بينما يشغل الخانة السابعة عشرة الرقم 65536 :

56536 = 2 × 32768

نصل إلى أول مليون في الخانة رقم 21 و نصل إلى أول بليون في الخانة رقم 31 و نصل إلى أول تريليون في الخانة رقم 41 و و نصل إلى ألف تريليون في الخانة رقم 51 و في الخانة رقم 61 نصل إلى مليون تريليون و هكذا...

و في الطبيعة لدينا أمثلةٌ كثيرة على المتواليات الهندسية مثل عملية الانقسام المنصف للخلية و عملية انقسام البكتيريا حيث تنقسم كل خلية بكتيرية إلى خليتين اثنتين ثم تنقسم كلٌ منهما بدورها إلى خليتين اثنتين و هكذا إلى ما لا نهاية.

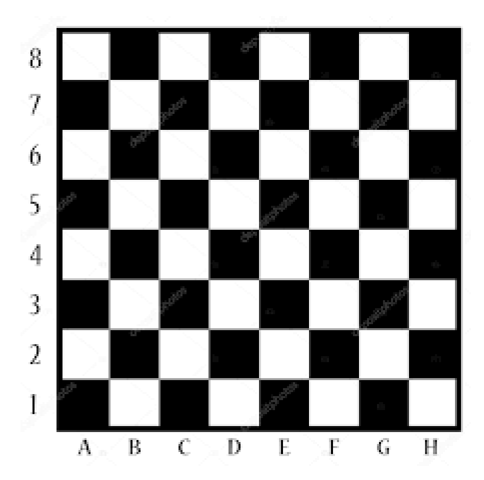
و كذلك فإن نمو الكائنات الحية يتم بالطريقة ذاتها حيث يكون لدينا في البداية لاقحة تنقسم بدورها إلى خليتين ثم تنقسم كل خلية إلى اثنتين و هكذا فإن عملية نمو الكائنات الحية من بشر و حيوان و نبات و حشرات إنما تتم بالطريقة ذاتها .

و من الناحية الرياضية البحتة فإن طريقة النمو تلك تدعى بعملية النمو الأسي : واحد ثم 2 مرفوعة للقوة الثانية أي 4 ثم 2 مرفوعة للقوة الثالثة أي 8 ثم 2 مرفوعةً للقوة الرابعة أي 16 و هكذا إلى ما لا نهاية.

Exponential growth عملية النمو الأسي

Geometric series السلسلة الهندسية –المتسلسلة الهندسية.

Chessboard رقعة الشطرنج




**يمكن لنا أن ننظر إلى مفهوم القوة على أنه عدد المرات التي يتوجب علينا فيها أن نضرب العدد واحد بعددٍ معين** و على سبيل المثال فإن القيمة $3^2$ أي 3 مرفوعةً للقوة الثانية تعني بأنه يتوجب علينا أن نضرب العدد واحد بالعدد 3 مرتين أي :

$1 \times 3 \times 3 = 9$

واحد ضرب 3 ضرب 3 تساوي 9

و القيمة $8^1$ أي 8  تعني بأن علينا أن نضرب العدد واحد بالعدد 8 مرةً واحدة :

1 ×8 =8

و القيمة $6^2$ تعني بأنه يتوجب علينا أن نضرب العدد واحد بالعدد 6 مرتين أي :

1 ×6 ×6 =36

القيمة 6 مرفوعةً للقوة الثانية تساوي واحد ضرب 6 ضرب 6 .

نجد ظاهرة النمو الأسي في الكثير من الظواهر الطبيعية مثل ظاهرة تلاشي و تحول النظائر المشعة إلى أشكال ذرية أخرى وفق معدلٍ أسي  وهي الظاهرة التي ينتج عنها نصف العمر.

للمزيد يمكنكم مراجعة كتابي التعليم النوعي-الكيمياء.

يمكن التعبير عن العدد واحد على شكل قوة و ذلك على صورة 2 مرفوعة للقوة صفر أي $2^0$ و هذه القيمة تعني 1×2 صفر مرة.

$2^0$ =1

2 مرفوعة للقوة صفر تساوي واحد.

علماً أن كل عدد نرفعه للقوة صفر فإن الناتج يكون العدد واحد :

$500^0$ =1

500 مرفوعة للقوة صفر تساوي واحد.

$1000000^0$  مليون مرفوعة للقوة صفر يساوي واحد.

**تمثلت أول الأحداث الرياضية الهامة في عصر النهضة الأوروبية في تبني و اعتماد أوروبا لمنظومة الأعداد  العربية-الهندية كنظام عدٍ رسمي في أوروبا.**

من الأرقام الجميلة

1.444444444444444444444444444444=9÷ 13

**النسبة الذهبية**

يمكن إيجاد النسبة الذهبية بقسمة طول خطٍ مستقيم إلى جزئين بشرط أن تكون نسبة الطول الأكبر أ إلى الطول الأصغر ب هي ذاتها نسبة كامل الخط المستقيم أي ( أ+ب) مقسومةً على الطول الأكبر أ .

أي أن :

(أ+ب)÷ أ = أ ÷ب

نسبة مجموع الطول الأكبر أ زائد الطول الأصغر ب تساوي نسبة الطول الأكبر أ إلى الطول الأصغر ب .

إن قيمة هذه النسبة هي ثابتٌ رياضي يشار إليه بالرمز فاي ø و هو عبارة عن رقمٍ غير رشيد , أي أنه رقمٌ لا يمكن تمثيله على صورة كسر .

تبلغ القيمة التقريبية للثابت فاي ( ثابت النسبة الذهبية) 1.618 و هو يمثل أحد العجائب الرياضية , وهذه النسبة الذهبية تلاحظ في الطبيعة كما تلاحظ في الأعمال الفنية و المعمارية الرفيعة .

إذا قسمنا العدد الأكبر على العدد الأصغر فإننا نحصل على نسبةٍ مماثلة لقسمة مجموع هذين العددين على العدد الأكبر.

العدد الأكبر تقسيم العدد الأصغر يساوي مجموع العددين الأكبر و الأصغر تقسيم العدد الأكبر.

**تنطبق هذه القاعدة على أي عددين متتاليين في متوالية فيبوناكسي .**

مثال:

ليكن لدينا الرقمين المتوالين في متوالية فيبوناكسي و هما 55 و 89 .

نسبة الرقم الأكبر إلى الرقم الأصغر , أي ناتج قسمة العدد الأكبر على العدد الأصغر تساوي :

1.618181818181818181818181818181818= 55 ÷ 89

1.618

نسبة مجموع العددين الأكبر و الأصغر إلى العدد الأكبر –أي حاصل قسمة مجموع العددين الأكبر و الأصغر على العدد الأكبر .

نجمع العدد الأكبر مع العدد الأصغر:

144=89+55

نقسم مجموع العددين الأكبر و الأصغر على العدد الأكبر:

144 ÷89 = 1.6179775280898876404494382022472

1.6179  أي أنها تساوي تقريباً 1.618

79 ←8 تقريباً

أي أننا حصلنا على نسبة قريبة جداً من النسبة الذهبية.

يرى البعض بأن هذه النسبة السحرية موجودة في أبنية الفراعنة و على سبيل المثال فإن النسبة بين قاعدة هرم الجيزة  و ارتفاعه تبلغ  1.5717 .

بالطبع فإن هرم الجيزة قد بني تقريباً في العام 1500 قبل الميلاد.

**العلاقة بيت النسبة الذهبية  فاي ø و متوالية فيبوناكسي**

العلاقة بيت النسبة الذهبية  فاي ø و متوالية فيبوناكسي

كما تعلمون فإن كل قيمة في متوالية فيبوناكسي يتم الحصول عليها عن طريق جمع القيمتين السابقتين لها مع بعضهما البعض :

1,2,3,5,8,13,21,34,55,89

و هكذا ....

القيمة 2 في متوالية فيبوناكسي  تساوي مجموع  القيمتين 1+1 السابقتين لها.

القيمة 3 في متوالية فيبوناكسي تساوي مجموع  القيمتين 1+2 السابقتين لها.

القيمة 5 في متوالية فيبوناكسي تساوي مجموع  القيمتين 3+2 السابقتين لها.

القيمة 8 في متوالية فيبوناكسي تساوي مجموع  القيمتين 3+5  السابقتين لها.

القيمة 13 في متوالية فيبوناكسي تساوي مجموع القيمتين 5+8 السابقتين لها.

القيمة 21 في متوالية فيبوناكسي تساوي مجموع القيمتين 8+13 السابقتين لها.

القيمة 34 في متوالية فيبوناكسي تساوي مجموع القيمتين 13 +21 السابقتين لها.

القيمة 55 في متوالية فيبوناكسي تساوي مجموع القيمتين 21+34 السابقتين لها.

القيمة 89 في متوالية فيبوناكسي تساوي مجموع القيمتين 55 +34 السابقتين لها.

و في العام 1916 وجد الرياضي الألماني جوهان كليبر بأنه يمكن إيجاد النسبة الذهبية في متوالية فيبوناكسي عن طريق قسمة أي قيمة في تلك المتوالية على القيمة السابقة لها:

89 ÷ 55=1.6181818181818181818181818181818

1.618

55÷34 =1.6176470588235294117647058823529

أي 1.617 و هي قيمةٌ قريبةٌ جداً من النسبة الذهبية.

34 ÷ 21 =1.6190476190476190476190476190476

أي 1.619 و هي قيمةٌ قريبةٌ جداً من النسبة الذهبية.

21÷ 13= 1.6153846153846153846153846153846

أي 1.615 و هي قيمةٌ قريبةٌ جداً من النسبة الذهبية.

إننا نصادف متوالية فيبوناكسي كثيراً في الطبيعة من حولنا و على سبيل المثال فإن الكثير من أصناف الأزهار تمتلك عدداً من التويجات(البتلات) يوافق قيم متوالية فيبوناكسي ,و كذلك فإن حراشف أكواز الصنوبر إذا نظرنا إليها من الأسفل فإننا سوف نجد بأن ثمانية منها تتوضع بشكلٍ يوافق اتجاه عقارب الساعة بينما تتوضع 13 منها بشكلٍ معاكسٍ لاتجاه دوران عقارب الساعة :

13 ÷8= 1.625

و من المعتقد بأن ليوناردو دافينشي استخدم النسب و المستطيلات الذهبية في لوحة العشاء الأخير(المائدة).

و يمكن  ملاحظة النسبة الذهبية في لوحة سيلفادور دالي السر المقدس للعشاء الأخير 1955 .

ذلك أن هذه اللوحة تتخذ شكل مستطيلٍ ذهبي , أي أن هنالك تناسباً ذهبياً ما بين طوله و عرضه.

و في العام 1800 رأى عالم النفس الألماني   أدولف زيسينغ   بأنه يمكن إيجاد النسبة الذهبية في جسد الإنسان عن طريق قسمة طول قامة الشخص على طوله من قدميه إلى  سرته .

و في عصرنا الحديث فإننا نجد تلك النسبة الذهبية في شاشات التلفزيون و الكمبيوتر  16:9 :

16 ÷ 9= 1.7777777777777777777777777777778

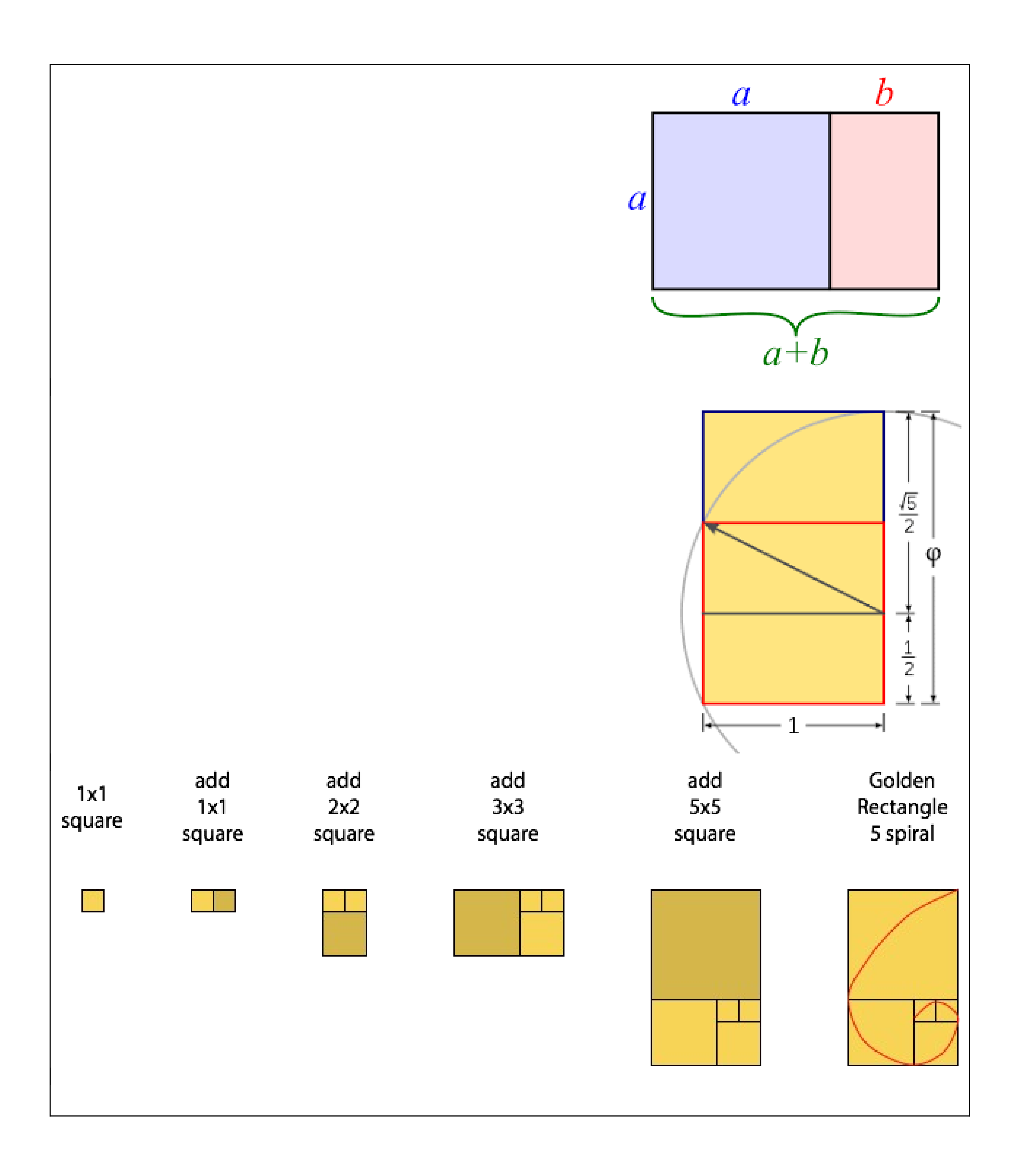
أي 1.777 و هي نسبةٌ قريبة من النسبة الذهبية.

كما نجد النسبة الذهبية في تصميم بطاقات الاعتماد و البطاقات الذكية حيث يمثل تصميم تلك البطاقات نسبةً ذهبية تامة بينما نجد بأن النسبة الذهبية في الشاشات تكون قريبةً جداً من النسبة الذهبية  فاي ø .

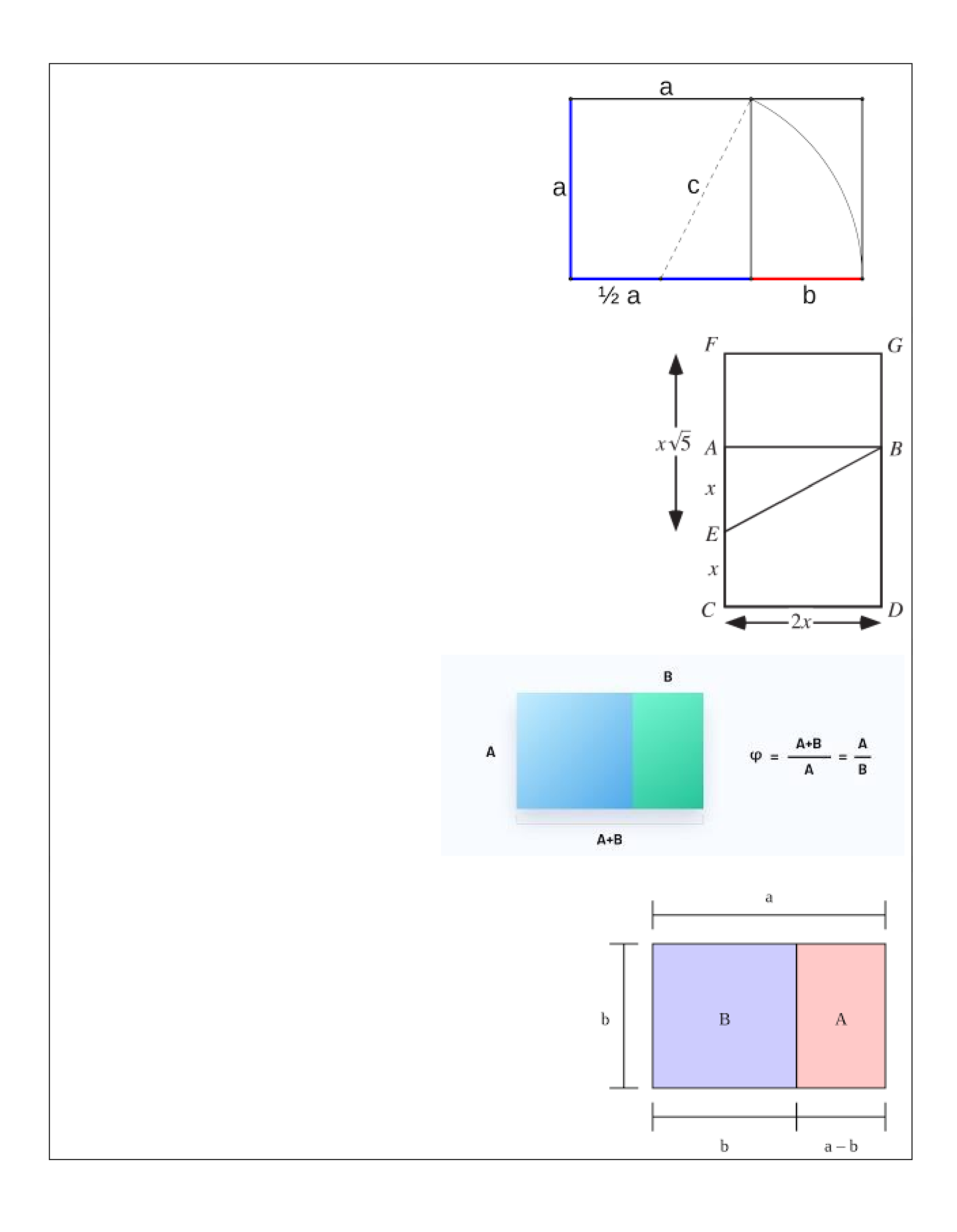
و تشير الدراسات إلى أن الأشخاص ذوي الوجوه التي تكون متناسبة مع النسبة الذهبية ( أي نسبة ارتفاع الجبهة إلى عرضها)  بأنهم الأكثر جاذبية , بينما يصر العديد من جراحو التجميل العالميين على ضرورة تحوير الوجه بحيث يصبح متناسباً مع النسبة الذهبية و أن ذلك التناسب هو سر الجاذبية التي يتمتع بها بعض الأشخاص.

Golden spiral=logarithmic spiral    اللولب الذهبي –اللولب اللوغاريتمي

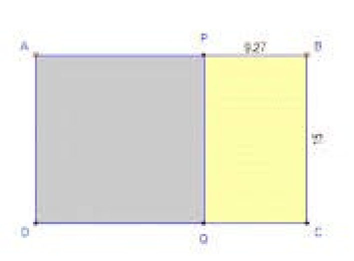
Golden rectangle المستطيل الذهبي



a
b
a
a+b
√5
2
φ
1
2
1
1x1
square
add
1x1
square
add
2x2
square
add
3x3
square
add
5x5
square
Golden
Rectangle
5 spiral



a
a
c
½ a
b
F
G
$x\sqrt{5}$
A
B
x
E
x
C
D
2x
B
A
φ = (A+B)/A = A/B
A+B
a
b
B
A
b
a – b




العشاء الأخير  The Last Supper



اللولب الذهبي Golden spiral

Salvador Dali’s sacrament of the Last Supper(1955)

لوحة السر المقدس في العشاء الأخير لسلفادور دالي.



**برج هانوي**

نسخة إدوارد لوكاس من برج هانوي عبارة عن لعبة رياضية تتألف من ثلاثة أعمدة يحتوي أحدها على ثلاثة أقراص مرتبة حسب حجمها من الأكبر نحو الأصغر بحيث يكون أكبر قرصٍ فيها موجودٌ في الأسفل.

يتوجب على اللاعب نقل الأقراص الثلاثة بالترتيب ذاته إلى العمودين الآخرين بالترتيب على أن يقوم اللاعب بتحريك قرصٍ واحدٍ فقط في كل مرة .

يمكن للاعب أن ينقل القرص إما إلى عمودٍ فارغ أو أن يضعه فوق قرصٍ أكبر منه.

المطلوب نقل الأقراص بالترتيب ذاته إلى عمودٍ آخر بأقل عددٍ ممكن من الحركات.

يمكن نقل الأقراص إلى عمودٍ آخر بالترتيب ذاته بسبع حركاتٍ فقط و ذلك و فق الصيغة التالية:

**$2^n-1$**

حيث n =عدد الأقراص.

n =3

**أي أننا نجعل من عدد الأقراص قوةً نرفع إليها العدد 2 ثم نطرح العدد 1 من الناتج.**

فإذا كانت لدينا ثلاثة أقراص فإن أقل عددٍ من الحركات التي يتطلبها نقل تلك الأقراص بالترتيب ذاته إلى عمودٍ آخر يساوي:

$2^n-1=2^3-1=2\times2\times2=8$

7=8-1

أي أن نقل الأقراص الثلاثة بالترتيب ذاته إلى عمودٍ آخر يتطلب منا القيام بسبعة حركاتٍ صحيحة على أقل تقدير.

تقول الأسطورة بأنه إذا تمكن أي كاهن في أي معبد سواءً في الهند أو فيتنام من تحريك 64 قرص من أحد الأعمدة إلى العمود الآخر وفق القواعد فإن العالم سوف ينتهي.

علماً أن الكهنة هنالك يقومون بالتناوب على تحريك الأقراص فإذا استغرق نقل القرص ثانيةً واحدة في نسخة برج هانوي الأصلية ذات الأربعة و ستين قرصاً فإن نقل الأقراص سوف يستغرق 585 بليون سنة.

كيف نطبق الصيغة السابقة على نسخة برج هانوي الأصلية الموجودة في معابد الهند و فيتنام و التي تحوي 64 قرصاً؟

$2^n-1$

حيث n =عدد الأقراص.

n =64

n=6 لأن هنالك 64 قرص.

$2^n-1$

$2^{64}-1$

2 مرفوعة للقوة 64 ناقص واحد .

$2^{64}$ =18,446,744,073,709,551,616

18,446,744,073,709,551,616-1 = 18,446,744,073,709,551,605

18,446,744,073,709,551,616 ناقص واحد يساوي
18,446,744,073,709,551,605 حركة يتطلبها نقل الأقراص الأربعة و الستين إلى عمودٍ آخر.

فإذا كان نقل لقرص يستغرق ثانيةً واحدة فإن هذا يعني بأننا نحتاج إلى

18,446,744,073,709,551,605 ثانية .

الدقيقة تحوي 60 ثانية .

الساعة تحوي 3,600 ثانية أي 60 × 60

اليوم الواحد يحوي 24 × 3600 =86,400

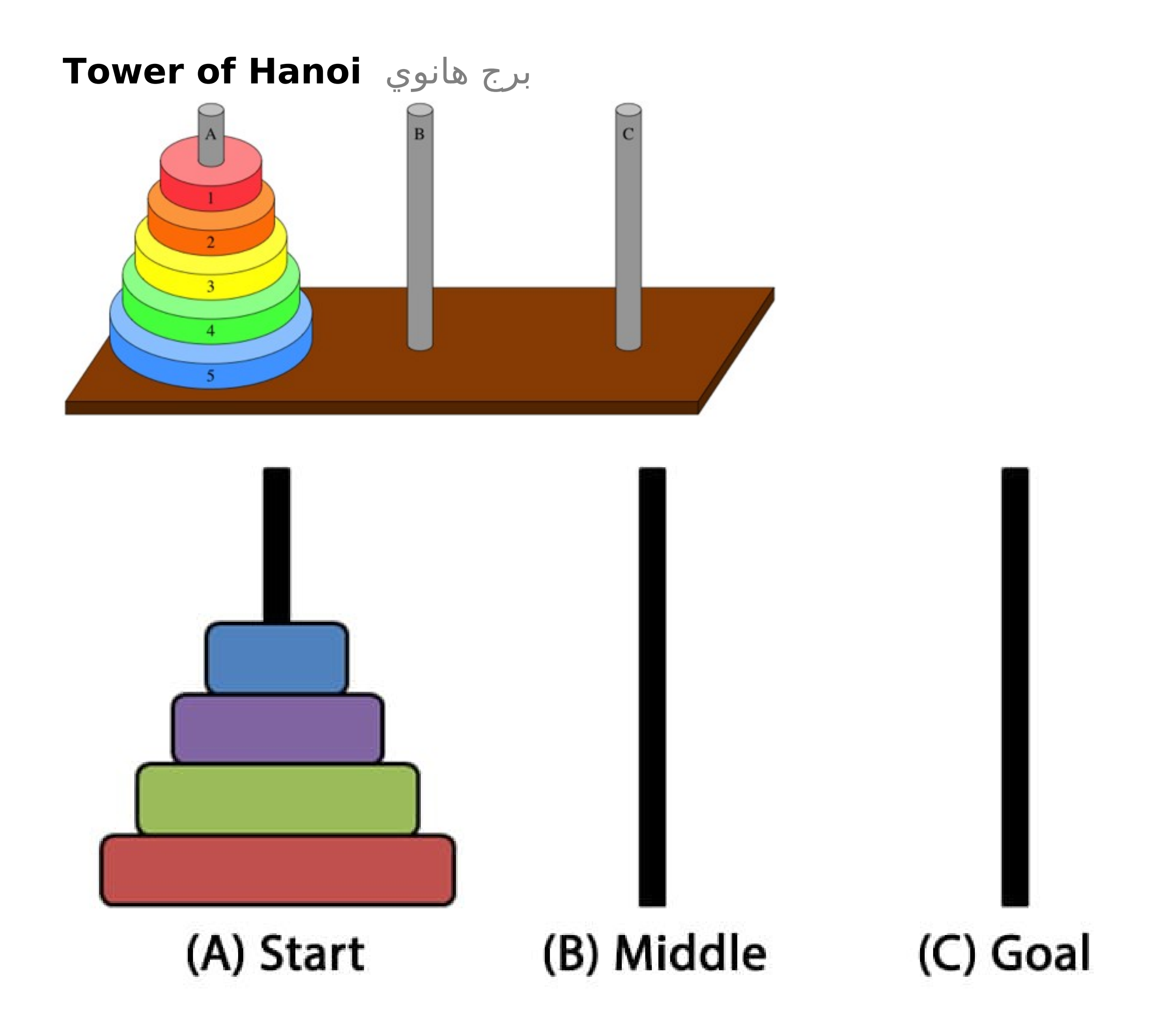
السنة تحوي 365 × 86,400= 31,536,000 ثانية.

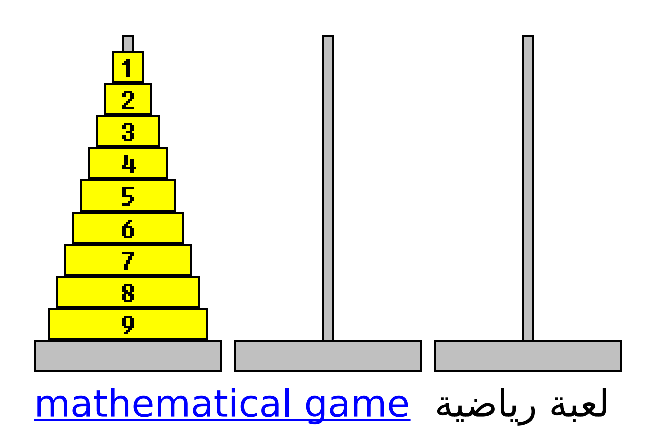
الآن نصل إلى اللحظة الحاسمة فلو أننا قسمنا عدد الثواني التي يتطلبها نقل 64 قرص أي

18,446,744,073,709,551,605 ثانية  على عدد الثواني في السنة الواحدة أي 31,536,000 ثانية فإننا نحصل على عدد الأعوام التي يتطلبها نقل 64 قرص من أقراص المعبد .

18,446,744,073,709,551,605 ÷31,536,000 =584,942,417,355 سنة .

أي أن نقل الأقراص سوف يستغرق 585 بليون سنة تقريباً.






mathematical game لعبة رياضية

**الرقم (Ta(n**

الرقم (Ta(n هو أقل رقمٍ يمكن التعبير عنه على صورة مجموع عددين صحيحين مكعبين موجبين.

في العام 1700 توصل الرياضي السويسري ليونارد ويلار إلى أن الرقم 635,318,657 هو أقل رقمٍ يمكن التعبير عنه على شكل مجموع قوتين –أي أقل رقم يمكن التعبير عنه على شكل مجموع عددين مرفوعين للقوة الثالثة.

و لاحقاً تبين بأن الرقم 1729 هو أقل رقمٍ يكن أن يكون حاصل جمع عددين مكعبين بطريقتين مختلفتين .

الطريقتين المختلفتين هما:

$1,729=10^3+9^3$

$1000=10\times10\times10=10^3$

$729=9\times9\times9=9^3$

$1729=1000+729$

الطريقة الثانية:

$1,729=1^3+12^3$

$1=1\times1\times1=1^3$

$1728=12\times12\times12=12^3$

1729=728+1`

**التشفير**

**شيفرة قيصر**

دعيت هذه الشيفرة بهذا الاسم لأن الامبراطور الروماني يوليوس قيصر كان يستخدمها في القرن الأول قبل الميلاد .

تعتبر شيفرة قيصر مثالٌ على التشفير المتناظر حيث أنه يمكن في طريقة التشفير هذه استخدام كلاً من الشيفرة و المفتاح بشكلٍ معاكس لفك تشفير الرسالة المشفرة.

**طريقة التشفير في شيفرة قيصر**

كما تعلمون فإن حرف الأبجدية تكون مرتبةً ترتيباً ثابتاً معروفاً في اللغات المختلفة و بالتالي فإن بإمكاننا أن نسند كل حرفٍ من أحرف الأبجدية إلى العدد المقابل له كما نفعل في ما يدعى بحساب الجمل ( جوم مال) .

**ا=1 , ب=2 ,ت=3,ث=4,ج=5,ح=6,خ=7,د=8,ذ=9,ر=10,ز=11,س=12,ش=13,ص=14,ض=15,ط=16 ,ظ=17.ع=18,غ=19,ف=20,ق=21 ,ك=22, ل=23,م=24,ن=25,ه=26,و=27,ي=28 .**

الآن لنختر كلمةً ما و لتكن كلمة ( شمس) .

الآن ستقوم بتحديد مفتاح لتشفير هذه الكلمة و ليكن مثلاً +2.

ماذا يعني أن يكون مفتاح تشفير كلمة ما أو نص +2؟

إن ذلك يعني بأننا سنستبدل كل حرف في الكلمة أو في النص الذي نريد تشفيره بالحرف الذي يليه بخانتين.

شمس

ش=13 , م=24 , س=12

2+13=15 =ض

2+24=26 =ه

س=14=12+2

أي أن كلمة شمس بعد تشفيرها بمفتاح +2 تصبح (ضهس)

الآن إذا قمنا بتشفير أو بالأصح بفك تشفير كلمة ضهس بمفتاح -2 (ناقص 2) إي إذا قمنا باستبدال كل حرف من كلمة ضهس بالحرف الذي يسبقه بخانتين فما الذي سيحدث؟

إننا سنحصل مجدداً على كلمة شمس.

و هذا ما نعنيه بقولنا بأننا في طرق التشفير التماثلية فإننا نستخدم الشيفرة و المفتاح بشكلٍ معاكس.

عند التشفير أو فك التشفير باستخدام شيفرة قيصر فإننا نعتبر بأن الحرف الحالي قيمته صفر و نقوم بالعد صعوداً ( مفتاح موجب+) أو هبوطاً ( مفتاح سلبي) على هذا الأساس.

تدعى شيفرة قيصر كذلك باسم شيفرة الإزاحة و هي تعتبر إحدى أبسط طرق التشفير و أكثرها شيوعاً

كما أنها تعتبر من وسائل التشفير الإبدالية حيث يتم فيها إبدال كل حرف بحرفٍ آخر من الأبجدية يسبقه أو يتقدم عليه ببضعة خانات .

فإذا كان مفتاح التشفير يساوي +3 إي إذا كانت قيمة الإزاحة موجبة و تساوي 3 فإن الحرف الإنكليزي A سيتم استبداله بالحرف D كما سيتم استبدال الحرف B بالحرف E .

A-B-C-D-E

حيث :

A=0

B=1

C=2

D=3

E=4

فإذا كان مفتاح التشفير +1 فإن A تصبح B .

و إذا كان مفتاح التشفير +2 فإن A تصبح C.

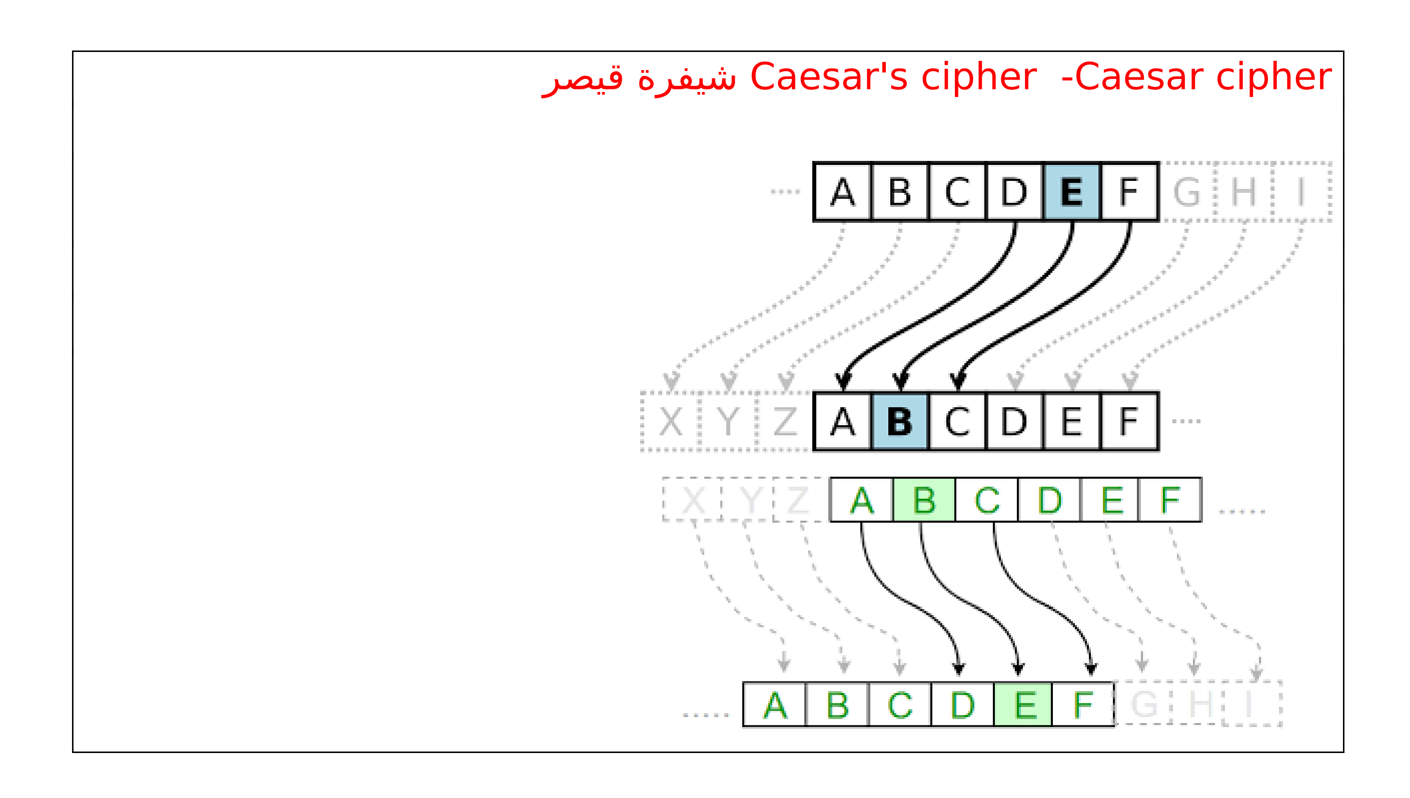
و إذا كان مفتاح التشفير +3 فإن A تصبح D.

إذا كان مفتاح تشفير D هو -1 ناقص واحد فإن D تصبح C .

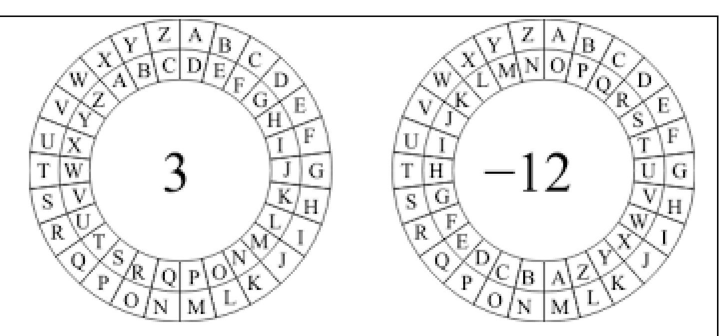
إذا كان مفتاح تشفير D هو -2 ناقص 2 فإنها تصبح B.

و إذا كان مفتاح تشفير D هو -3 ناقص 2 فإنها تصبح A.

دعيت هذه الطريقة من طرق التشفير باسم شيفرة قيصر لأن الامبراطور الروماني يوليوس قيصر كان يستخدمها في التواصل مع قواد جيوشه.




شيفرة قيصر Caesar's cipher -Caesar cipher



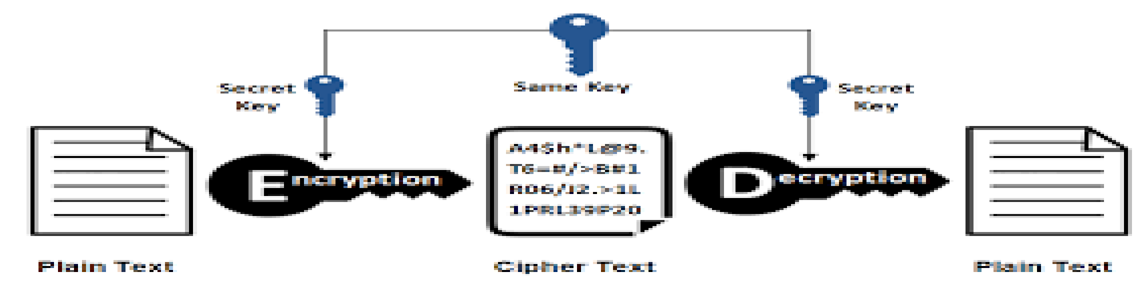

سيفرة استبدالية substitution cipher

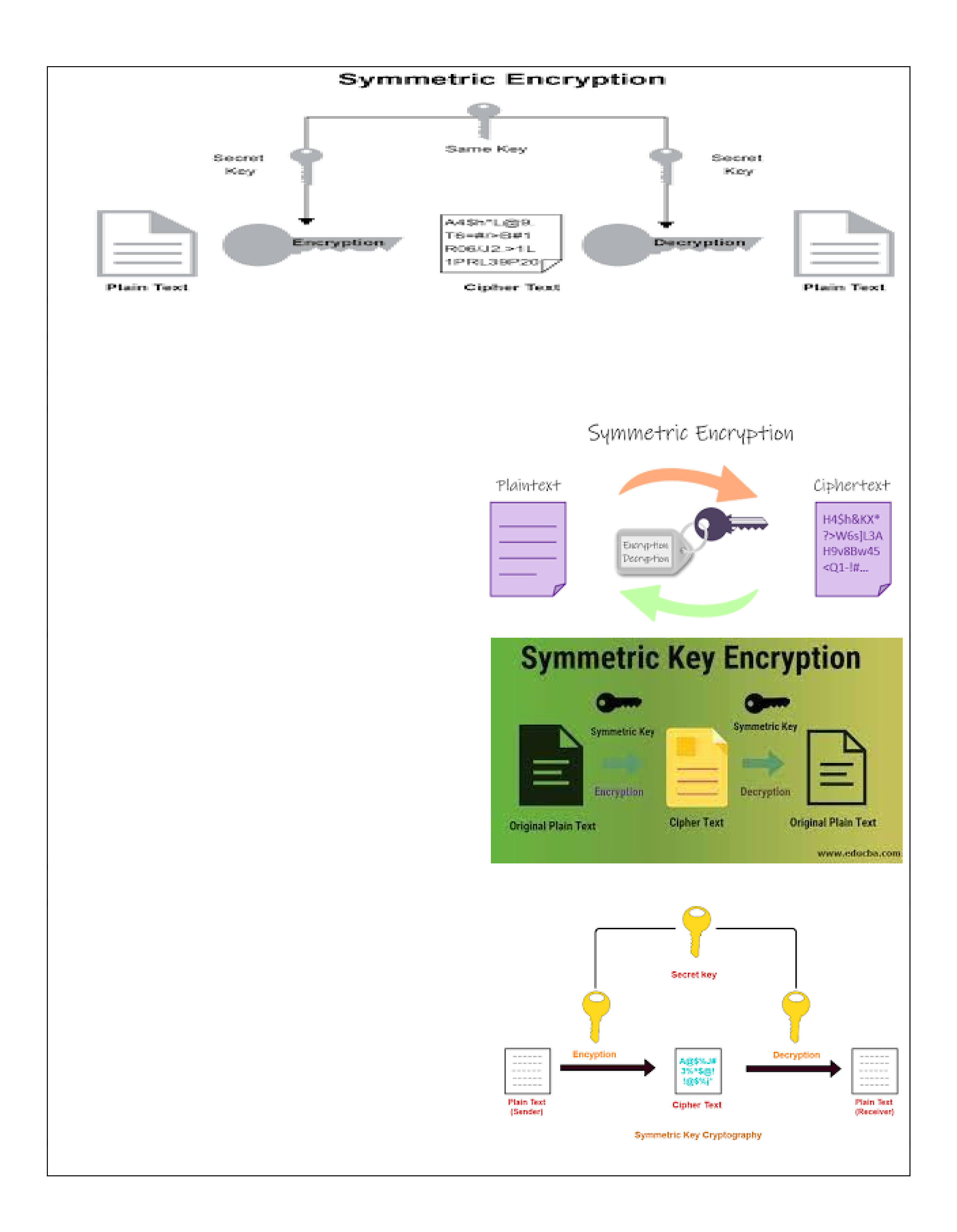


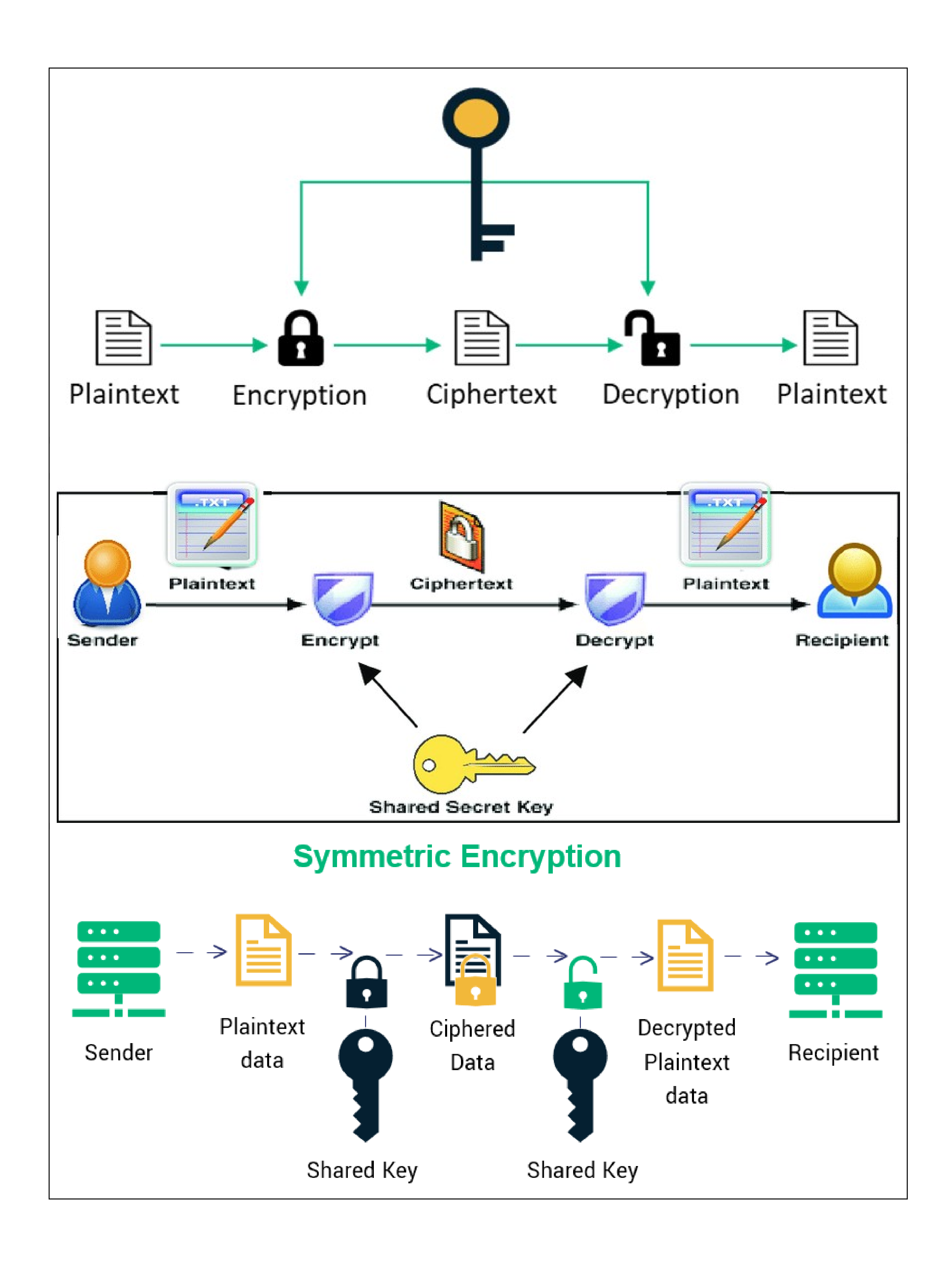

**Plaintext:**
upon this basis i am going to show you how a bunxh of bright young folks did find a xhampion a man with boys and girls of his own.
**Key**:
G A B S L Y T E X U C F H I J K Z M N O P Q R D V W
**Cryptogram:**
pkji oexn agnxn x gh tjxit oj nejr vjp ejr g apide jy amx teo vjpit yjfcn sxs yxis g deghkxji g hgi rxoe ajvn gis txmfn jy exn jri.

نص صريح plaintext

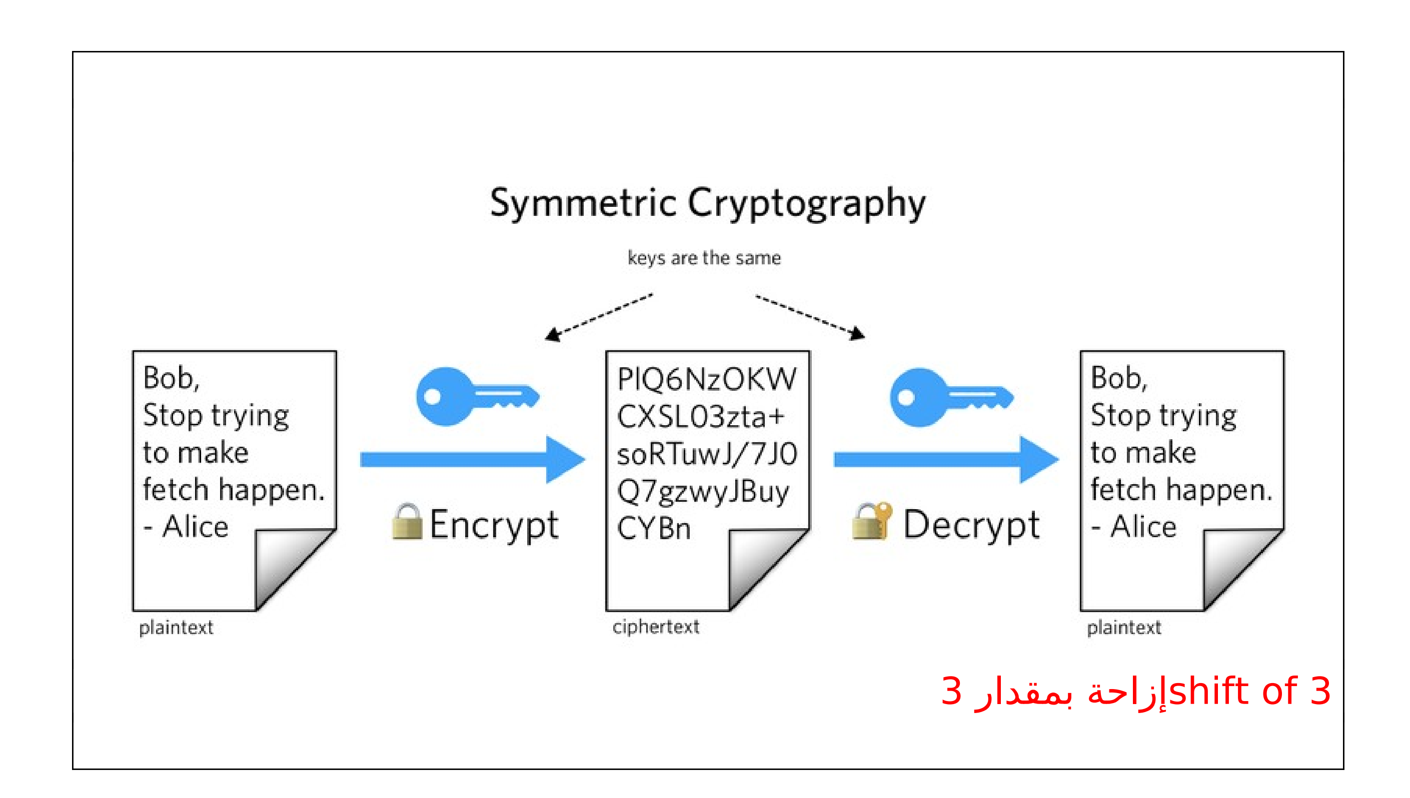
لوغاريتم المفتاح المتناظرSymmetric key algorithm




Symmetric Encryption
Same Key
Secret Key
Secret Key
Encryption
Decryption
Plain Text
Cipher Text
Plain Text
Symmetric Encryption
Plaintext
Ciphertext
H4$h&KX*
?>W6s]L3A
H9v8Bw45
<Q1-!#...
Encryption
Decryption
Symmetric Key Encryption
Symmetric Key
Symmetric Key
Encryption
Decryption
Original Plain Text
Cipher Text
Original Plain Text
www.educba.com
Secret key
Encyption
Decryption
Plain Text (Sender)
Cipher Text
Plain Text (Receiver)
Symmetric Key Cryptography



Plaintext
Encryption
Ciphertext
Decryption
Plaintext
.TXT
Plaintext
Ciphertext
.TXT
Plaintext
Sender
Encrypt
Decrypt
Recipient
Shared Secret Key
Symmetric Encryption
Sender
Plaintext data
Ciphered Data
Decrypted Plaintext data
Recipient
Shared Key
Shared Key




**طرق فك التشفير**

خلال القرن التاسع طور عالم الرياضيات المسلم الكندي طريقةً لفك تشفير النصوص عرفت بطريقة تحليل التردد و تعتمد هذه الطريقة على مدى تردد كل حرفٍ من أحرف الأبجدية في لغةٍ معينة و على سبيل المثال فإن أكثر الأحرف وروداً و تردداً في اللغة الإنكليزية هو الحرف E , و لذلك عند فك تشفير نص إنكليزي مشفر يتم استبدال أكثر الأحرف أو الرموز وروداً في ذلك النص بالحرف E و من ثم يتم استبدال ثاني أكثر الأحرف وروداً و تردداً في النص الإنكليزي المشفر بثاني أكثر الأحرف وروداً و تردداً في اللغة الإنكليزية و هو الحرف T , و من ثم فإننا نقوم باستبدال ثالث أكثر الأحرف وروداً في النص الإنكليزي المشفر بثالث أكثر الحرف وروداً في اللغة الإنكليزية و هو الحرف A و نقوم بتبديل كل حرف و

فقاً لمدى وروده و تردده في النص بالحرف الذي يماثله من حيث تكرار تردده في اللغة إلى أن نتمكن من فك تشفير النص بأكمله.

للتغلب على طريقة فك تشفير النصوص هذه يتوجب استخدام كود لتغيير النص الصريح غير المشفر قبل القيام بتشفيره بحيث أنه حتى لو تمكن أحدهم من فك تشفير النص فإنه لن يفهم منه شيئاً و ذلك باستخدام لغة رمزية كأن يشار مثلاً للجيش بكلمة نمل و أن يشار للطائرة بكلمة دبور و الدبابة بكلمة فيل و هكذا.

و بعد ذلك يتم تشفير النص ليصبح نصاً مشفراً و بذلك فإننا نكون قد أمنا النص باستخدام وسيلتي أمان.

**لوغاريتم المفتاح المتناظر**

تدعى طريقة التشفير هذه بطريقة المفتاح المنفرد أو المفتاح الخاص.

الشيفرة الإبدالية أو الشيفرة الإحلالية و هي إحدى طرق التشفير التي تقوم على استبدال أي عنصرٍ من عناصر النص الصريح غير المشفر) بنص مشفر وفق نظامٍ ثابت حيث يمكن في هذه الطريقة استبدال الحرف الواحد بحرفٍ آخر أو بحرفين اثنين أو بثلاثة أحرف أو بمزيجٍ من الأحرف.

يتم فك تشفير النص المشفر بهذه الطريقة باستخدام طريقة الاستبدال المعاكس و على سبيل المثال إذا كان مفتاح التشفير هو +5 فإن مفتاح فك التشفير سيكون -5 .

Substitution cipher شيفرة استبدالية
inverse substitution. استبدال معاكس
نص مشفر ciphertext

**القوة الغاشمة**

البحث عن كلمة السر باستخدام القوة العمياء الغاشمة :

تعتمد هذه الطريقة من طرق فك التشفير على القيام بشكلٍ منهجي بتجربة جميع الحلول الممكنة للمشكلة إلى أن يتم التوصل لحلٍ لها أو أن يتم استفاد جميع الحلول الممكنة.

فإذا كنا نحاول إيجاد كلمة سرٍ معينة فإن الحاسب يقوم بتجربة جميع الكلمات و العبارات التي تحتوي العدد ذاته من الأحرف بغية الوصول إلى الحل الصحيح.

إن طريقة البحث باستخدام القوة الغاشمة تشير إلى أي طريقة من طرق الحل تعتمد على تجربة جميع الحلول الممكنة للعثور على أفضل حل.

غالباً ما تخفق طريقة القوة الغاشمة في اكتشاف كلمة السر إذا تم وضع كلمة السر بلغة غير اللغة الإنكليزية و أحرفٍ غير الأحرف الإنكليزية مالم يكن البرنامج الذي يحاول كسر كلمة السر مجهزاً لتجربة لغاتٍ أخرى غير أن عدد المحاولات و الزمن اللازمين لاكتشاف كلمة السر يزدادان كلما ازداد عدد الاحتمالات الممكنة فإذا كان إيجاد كلمة سر بأحرف إنكليزية يحتاج مثلاً إلى ثلاثة أعوام من العمل المتواصل فإن إضافة اللغة العربية لقائمة الاحتمالات يمكن أن تضاعف المدة اللازمة لاكتشاف كلمة السر.

**تحليل التردد**

في اللغة الإنكليزية فإن الحرف E هو الحرف الأكثر وروداً و تردداً في الكلمات الإنكليزية بينما الحرف X هو أقل الحروف وروداً , كما أن الأحرف ST و NG و TH و QU غالباً ما ترد مع بعضها البعض بهذا الترتيب في اللغة الإنكليزية , بينما من النادر أن ترد الأحرف NZ و QJ مع بعضا البعض بهذا الترتيب.

إن أكثر 12 حرف وروداً في اللغة الإنكليزية هي الأحرف الموجودة في العبارة :

**ETAOIN SHRDLU مرتبة حسب ترتيب أحرفها .**

Brute-force search القوة الغاشمة
Frequency analysis تحليل التردد
Symmetric key algorithm لوغاريتم المفتاح المتناظر

إن لوغاريتم آر سي إي و سواها من تقنيات التشفير المفتاحية تتطلب توفر تشكيلة واسعة من الأعداد الأولية لاستخدامها كعددين أوليين p وq حاصل ضربهما ينتج العدد n .

و إذا اعتمد نظام التشفير هذا على عددٍ محدود من الأعداد الأولية فسيتم اكتشافها بسهولةٍ نسبية و لذلك يتوجب توفر مصدرٍ لا نهائي من الأعداد الأولية الجديدة و ذلك عن طريق توليد أرقام عشوائية و من ثم التأكد من أولية تلك الأرقام أي التأكد من أنها فعلياً أعدادٌ أولية و ذلك باستخدام صيغة بيير دي فيرمات :

إذا كان العدد p عدداً أولياً فإننا إذا رفعنا عدداً آخر n إلى قوة العدد p و إذا طرحنا n

من الناتج فإن الناتج النهائي يجب أن يكون من مضاعفات العدد الأولي p

مثال :

هل العدد 3 عددٌ أولي ؟

$P = 3 \quad n = 2$

$N^{P} = 2^{3} = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$8 - 2 = 6$

الناتج 6 هو من مضاعفات العدد 3 أي أن العدد 3 هو عددٌ أولي.

مثال 2 :

إذا كان العدد p عدداً أولياً فإننا إذا رفعنا عدداً آخر n إلى قوة العدد p و إذا طرحنا n

من الناتج فإن الناتج النهائي يجب أن يكون من مضاعفات العدد الأولي p

مثال :

هل العدد 7 عددٌ أولي ؟

$P = 7 \quad n = 4$

$N^P = 4^7 = 16,384$

16,380 = 4 – 16,384

2,340 =7÷16,380

كانت القسمة بلا باقي أي أن الرقم 2,340 هو من مضاعفات العدد 7 أي أن العدد 7 هو عددٌ أولي.

العدد الأول P هو العدد الذي نريد معرفة ما إذا كان عدداً أولياً أم لا.

العدد الثاني n يكون عدداً من اختيارنا .

مثال 3 :

إذا كان العدد p عدداً أولياً فإننا إذا رفعنا عدداً آخر n إلى قوة العدد p و إذا طرحنا n

من الناتج فإن الناتج النهائي يجب أن يكون من مضاعفات العدد الأولي p

مثال3 :

هل العدد 11 عددٌ أولي ؟

P =11     n = 6

$N^P = 6^{11} = 362,797,056$

362,797,056 ناقص 6 = 362,797,050

362,797,050 ÷11= 32,981,550

كانت القسمة بلا باقي أي أن الرقم 32,981,550 هو من مضاعفات العدد 11 أي أن العدد 11 هو عددٌ أولي.

إذا كان العدد p عدداً أولياً فإننا إذا رفعنا عدداً آخر n إلى قوة العدد p و إذا طرحنا n

من الناتج فإن الناتج النهائي يجب أن يكون من مضاعفات العدد الأولي p

مثال3 :

هل العدد 4 عددٌ أولي ؟

P =4 n = 2

$N^P = 2^4 = 16$

16 ناقص 2 = 14

14 ÷4= 3.5

كان ناتج القسمة كسر 3.5 أي ان العدد 4 ليس عدداً أولياً .

بالطبع فإن العدد 4 يقبل القسمة على نفسه و على العدد واحد و على العدد 2 بينما العدد الاولي لا يقبل القسمة إلا على نفسه و على العدد واحد.

**تصيد الأخطاء القاتلة**

يمكن ان يكشف تصرفٌ اعتيادي الشيفرة بأسرها مهما كانت معقدة –تصور مثلاً لو أن الحلفاء خلال الحرب العالمية الثانية كانوا يجدون في بداية كل رسالة نازية مشفرة عبارةً ما تبدو بأنها تتكرر بصورٍ مختلفة و فقاً للنمط المتبع في التشفير.

برايك ماذا يمكن أن تكون تلك العبارة؟

إنك لن تحتاج إلى الكثير من العناء حتى تكتشف أن تلك العبارة هي عبارة ( هايل هتلر) أي ( يحيا هتلر) و بناءً على مقارنة عبارة ( هايل هتلر) بالنص المشفر عنها يمكن اكتشاف الشيفرة بأكملها , و بالمثل فإن شيفرة جماعة دينية ما تبدأ أو تنتهي دائماً بعبارةٍ ما مشفرة تمنح خبراء فك التشفير فرصةً كبيرة لاكتشاف تلك العبارة و فك الشيفرة بأكملها بناءً على مقارنة العبارة الأصلية بالنص المشفر عنها.

لذلك ربما يكون من الحكمة عند إرسال رسائل مشفرة التخلي عن العبارات و الجمل المعتادة و خصوصاً في بداية الرسالة المشفرة و نهايتها مثل عبارة ( هايل هتلر) أو كتابتها بشكلٍ غير مشفر و بلغةٍ اعتيادية.

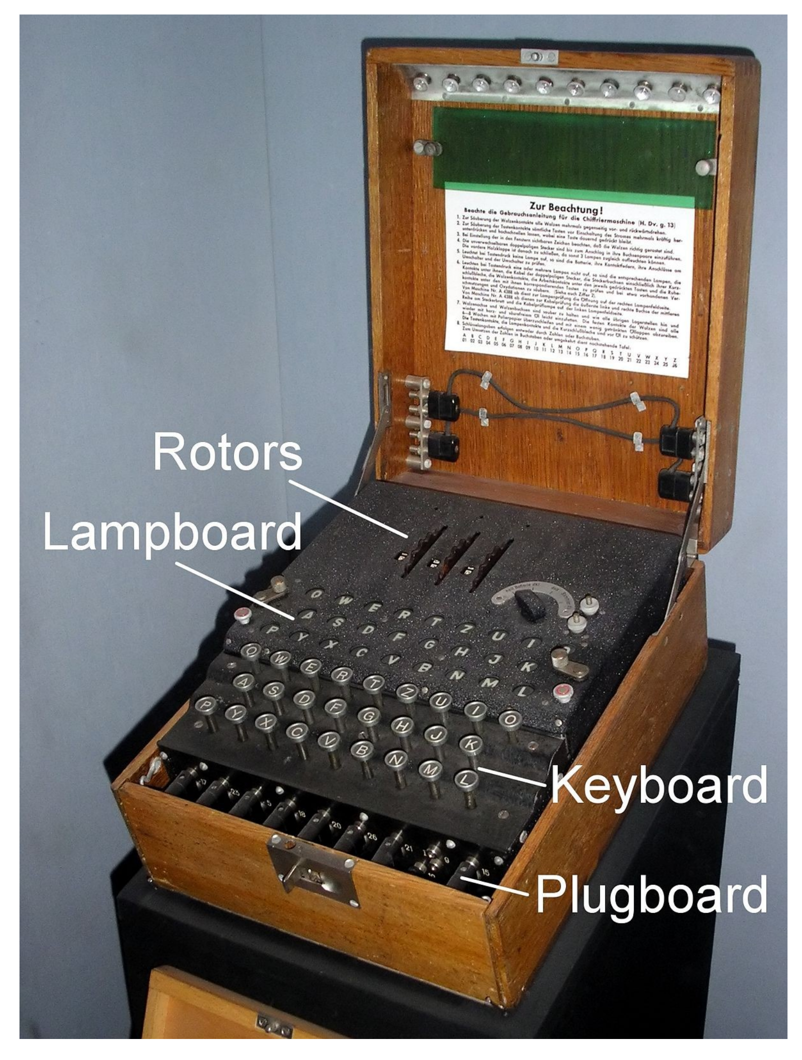
**التشفير المتعدد الطبقات**

في عملية التشفير المتعدد الطبقات فإن النص المشفر الذي ينتج عن عملية تشفير أولى ما يتم إدخاله ثانية في عملية تشفير ثانية ليعامل النص المشفر معاملة النص الصريح و ليستخدم كمدخل في عملية تشفير جديدة و ليتم تشفيره ثانية و ثالثة و هكذا و في هذه الحالة فإن النص المشفر يعتبر نصاً صريحاً و مدخلاً لعملية التشفير التالية.

نص صريح←عملية تشفير أولى ← تنتج نص مشفر ←عملية تشفير ثانية للنص المشفر ← تنتج نص مشفر للمرة الثانية ← عملية تشفير ثالثة ← تنتج نص مشفر للمرة الثالثة ...

Enigma machine آلة التشفير إينيغما






**التلاعب بالكلمات -أنا غرام -إعادة ترتيب الأحرف Anagram**

تتألف كلمة  أنا غرام من كلمتين إغريقيتين هما  أنا و التي تعني (مرةً ثانية) و كلمة غرافين

و التي تعني  (يكتب) و هي تمثل نوعاً من التلاعب بالكلمات حيث تكون نتيجة ذلك التلاعب بالكلمات هو إعادة ترتيب أحرف الكلمة أو العبارة وذلك للحصول

على كلماتٍ أخرى وذلك عن طريق استخدام جميع الأحرف في الكلمة الأصلية مرةً واحدة فقط .

و غالباً ما يتم التعبير عن الأناغرام على صورة معادلة مع استخدام شارة المساواة = للفصل بين الكلمة الأصلية و الكلمة الناتج .

مثال :

الأرض Earth = heart

لاحظ كيف أن كلمتي قلب heart و أرض Earth تحويان العدد ذاته من الأحرف أي 5 أحرف كما أنهما تحويان الأحرف ذاتها E,A,R,T,H و لكن بترتيبٍ مختلف.

أمثلة عن الأناغرام البسيط في اللغة العربية :

كلمتي علم و لمع علم=لمع , كلا الكلمتين تتألفان من الحرف الثلاثة ذاتها : ل, م, ع .

كلمتي قلب و لقب قلب=لقب , كلا الكلمتين تتألفان من الحرف الثلاثة ذاتها: ق, ل, ب .

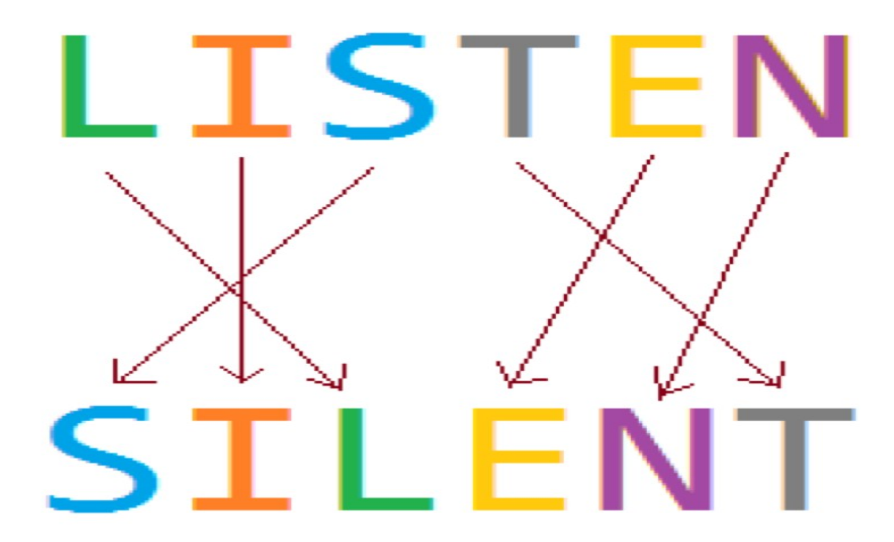
كان ذلك هو الأناغرام البسيط .

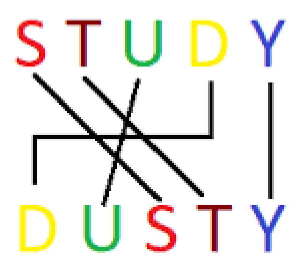
أما في الأناغرام الأكثر تعقيداً فإن العلاقة بين الكلمتين أو العبارتين تكون مختلفة فالعبارة أو الكلمة الثانية قد تكون تعليقاً على الكلمة أو العبارة الأولى و قد تكون تكملةً لها و في هذه الحالة فإننا لا نضع شارة المساواة بين هاتين الجملتين أو العبارتين و عندها فإننا نضع بينهما شارة الموجةّ ~ .

أمثلة عن الأناغرام المعقد :

كل من عليها~فان

كل نفسٍ ذائقة~الموت




anagramming

**Modulo operation** عملية إيجاد باقي القسمة

| في عالم الحاسب فإن هذه العملية تختص بإيجاد باقي قسمة عددٍ ما على عددٍ آخر فإذا كان لدينا العددين a و n فإن العملية a modulo n و اختصارها a mod n<br><br>تعني باقي قسمة a على n . |
|---|

لا يقتصر إجراء عمليات القسمة هذه على الأعداد الصحيحة.

و إذا كانت لدينا الأعداد الصحيحة a,b,n فإن التعبير :

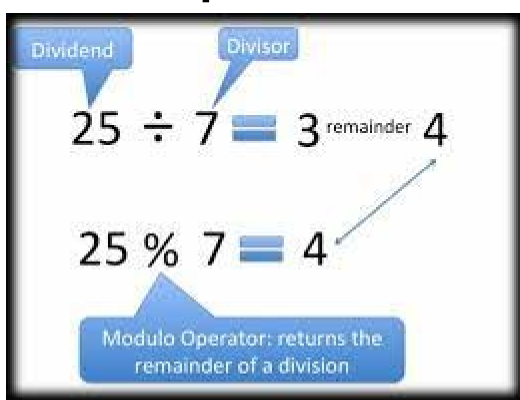
a≡b(mod n)

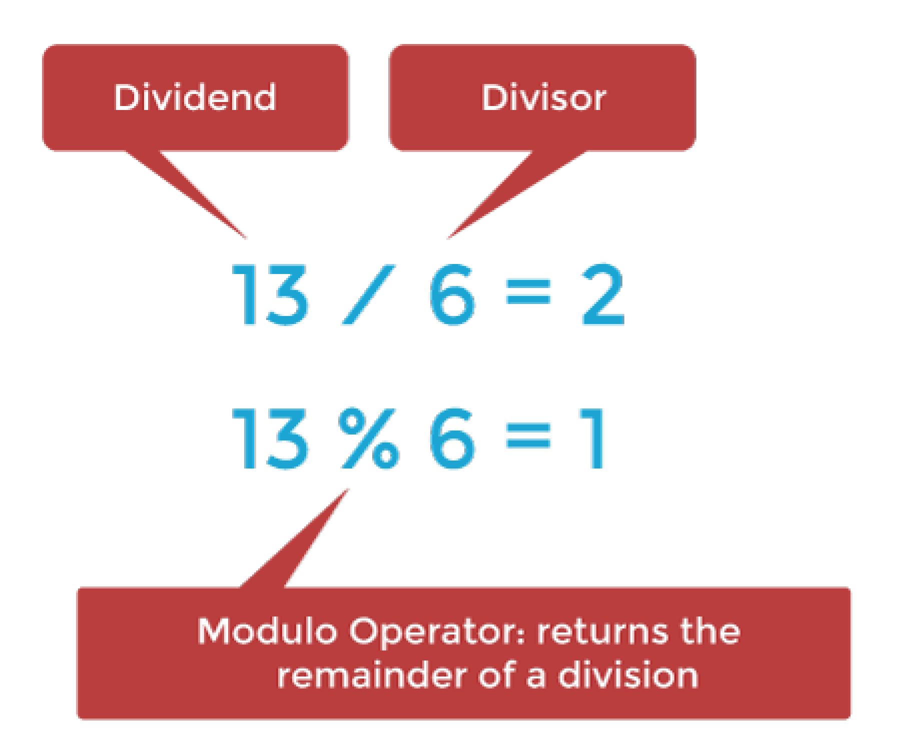
تعني بأن للعددين a,b الباقي ذاته عندما تتم قسمتهما على العدد n.

كما أن ناتج طرح العددين a-b هو من مضاعفات العدد n.

إذا كان لدينا عددين n,a فإن ناتج العملية a modulo n هو المتبقي بعد قسمة العدد a على العدد n .

**Modulo operation**






تعرف الهندسة الإقليدية البعد بين نقطتين بأنها طول الخط المستقيم الذي يصل بين هاتين النقطتين.

الأعداد الأولية

الأعداد الأولية هي الأعداد التي لا تقبل القسمة إلا على نفسها و على العدد واحد.

لغاية العام 1536 كان هنالك اعتقادٌ سائد بأنه يمكن توليد أعداد أولية جديدة بصورة لانهائية من خلال المعادلة التالية :

$2^n-1$=عددٌ أولي

$2^n-1$=prime number

أي أننا عندما نرفع العدد 2 لأي قوة تمثل عدداً أولياً ثم نطرح العدد واحد من ناتج عملية الرفع للقوة فإن الناتج يكون كذلك عددٌ أولي .

مثال:

توليد عدد أولي جديد من العدد الأولي 5 .

نرفع العدد 2 للقوة الخامسة $2^5$ التي تمثل ذلك العدد الأولي.

$32=2^5$

2 مرفوعة للقوة الخامسة تساوي 32

31=1- 32

32 ناقص واحد يساوي 31 و هو عددٌ أولي جديد استطعنا توليده من العدد الأولي 5 و ذلك برفع العدد 2 للقوة الخامسة و طرح العدد واحد من الناتج.

توليد عدد أولي جديد من العدد الأولي 3 .

نرفع العدد 2 للقوة الثالثة و هي القوة التي تمثل العدد الأولي 3.

$8=2^3$

نطرح من ناتج الرفع للقوة العدد واحد 8 -1=7

8 ناقص واحد يساوي 7 .

و بذلك نكون قد تمكنا من توليد عددٍ أولي جديد و هو العدد 7 من العدد الأولي 3 .

**تنبيه**

عند إجراء مثل هذه العملية على الآلة الحاسبة انتبه إلى ضرورة تقطيع هذه العملية إلى مراحل و عدم إجرائها دفعةً واحدة بمعنى أننا في البداية ترفع العدد 2 لقوة تمثل ذلك العدد الأولي ثم نضغط شارة المساواة و نطرح بعد ذلك العدد واحد من الناتج.

و لكن في العام 1536 تقريباً أثبت أحد الرياضيين عدم صحة هذه الطريقة و ذلك عن طريق العدد الأولي 11 , حيث أنه رفع العدد 2 للقوة الخادية عشرة $2^{11}$ .

$2048 = 2^{11}$

ثم إنه طرح من ذلك الناتج العدد واحد :

2047= 2048-1

إن الرقم 2047 ليس رقماً أولياً ذلك أنه و بالإضافة إلى قابليته للقسمة على نفسه و على العدد واحد فإنه يقبل القسمة على رقمين آخرين و هما 23 و 89 دون باقي قسمة:

89= 23 ÷ 2047

23= 89 ÷ 2047

إذاً فإن طريقة توليد الأعداد الأولية **$2^n-1$** هي طريقةٌ تصلح فقط مع الأعداد الأولية التالية:

2,3,5,7,13,17,19,31,67,127,275 و لكنها ليست طريقةٌ صحيحة دائماً.

إن طريقة توليد الأعداد الأولية **$2^n-1$** تلك تعرف اليوم باسم أوليات مرسيم Mn

الرقمين 67 و 257 قد لا يكونا عددين أوليين.

**$2^n-1$=عددٌ أولي**

**$2^n-1$=prime number**

العدد الأولي هو عددٌ صحيحٌ موجب له عاملين اثنين فقط و هما العدد نفسه و العدد واحد.

كلما ازدادت قيمة الرقم قل احتمال أن يكون رقماً أولياً لأنه كلما ازدادت قيمة الرقم ازداد عدد قواسمه فبالنسبة للأعداد العشرين الأولى الصحيحة الموجبة فإن هنالك من بينها 8 أعداد أولية و هي الأعداد:

2,3,5,7,11,13,17,19

هنالك 21 رقمٌ أولي ما بين 101 و 200 .

هنالك 16 رقم أولي ما بين 201 و 300 .

كلما ازدادت قيمة الأرقام قلت فيها الأرقام الأولية.

و ما بين الرقم ألف و الرقم 1020 فإن هنالك ثلاثة أرقامٍ أولية فقط وهي :

1009,1013,1019

و ما بين الرقمين  مليون و مليون و عشرين هنالك رقمٌ أوليٌ وحيد و هو الرقم مليون و ثلاثة :

1,000,003

كلما ازدادت  قيمة الأرقام قلت فيها الأرقام الأولية .

**الأرقام المعقدة**

الأرقام المعقدة هي الأرقام التي تتألف من أرقام حقيقية  مثل  1,2,3,4...  و أرقام خيالية مستحيلة مثل جذر ناقص واحد    **√-1**  أي الجذر التربيعي للعدد السلبي ناقص واحد.

**الأرقام المعقدة**

الرقم المعقد هو رقمٌ صيغته  a+bi  حيث أن  a و b هما أعدادٌ حقيقية بينما  i  هو الجذر التربيعي للعدد السلبي ناقص واحد  √-1    .

إن العدد المعقد يوسع الأعداد الحقيقية من خلال تضمنه للعنصر الخيالي i الذي يمثل الجذر التربيعي للعدد السلبي ناقص واحد و الذي هو رقمٌ خيالي لاوجود له في الحقيقة لأنه لا يوجد عددٌ إذا ضربناه بنفسه فإنه يعطي ناقص واحد, لأن تعريف الجذر التربيعي لعدد ما هو أنه الرقم الذي إذا ضربناه بنفسه حصلنا على ذلك العدد .

مثال:

الجذر التربيعي للعدد 2 هو 1.4142135623730950488016887242097.

إذا ضربنا الجذر التربيعي للعدد 2 بنفسه فإن الناتج هو العدد 2.

× 1.4142135623730950488016887242097
2=1.4142135623730950488016887242097

$i^2$=1-

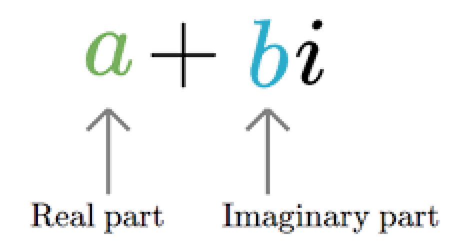
إن أي رقم معقد يمكن كتابته على الصورة  x+iy  حيث أن كلاً من  x  و yهما أعدادٌ حقيقية و هما يشكلان ما يدعى بالجزء الحقيقي  من الرقم المعقد .

إن كل رقمٍ معقد يتألف من جزءٍ حقيقي و جزءٍ خيالي.

و إذا كان لدينا رقمين معقدين فإن بإمكاننا أن نجمعهما معاً و أن نضربهما ببعضهما البعض أو أن نطرحهما من بعض و أن نقسمهما على بعض بشكلٍ مشابهٍ للعمليات التي نجريها على الأعداد الحقيقية.

يرى بعض الرياضيين بأن المجموعة التي تضم جميع الأرقام المعقدة تشكل حقلاً.

**Complex number** رقم معقد







A Complex Number consist of a Real Part and an Imaginary Part

$a + bi$

Real Part

Imaginary Part

$i^2 = -1$

$i = \sqrt{-1}$

العدد الذي نجد قبله الحرف i هو رقمٌ خيالي .

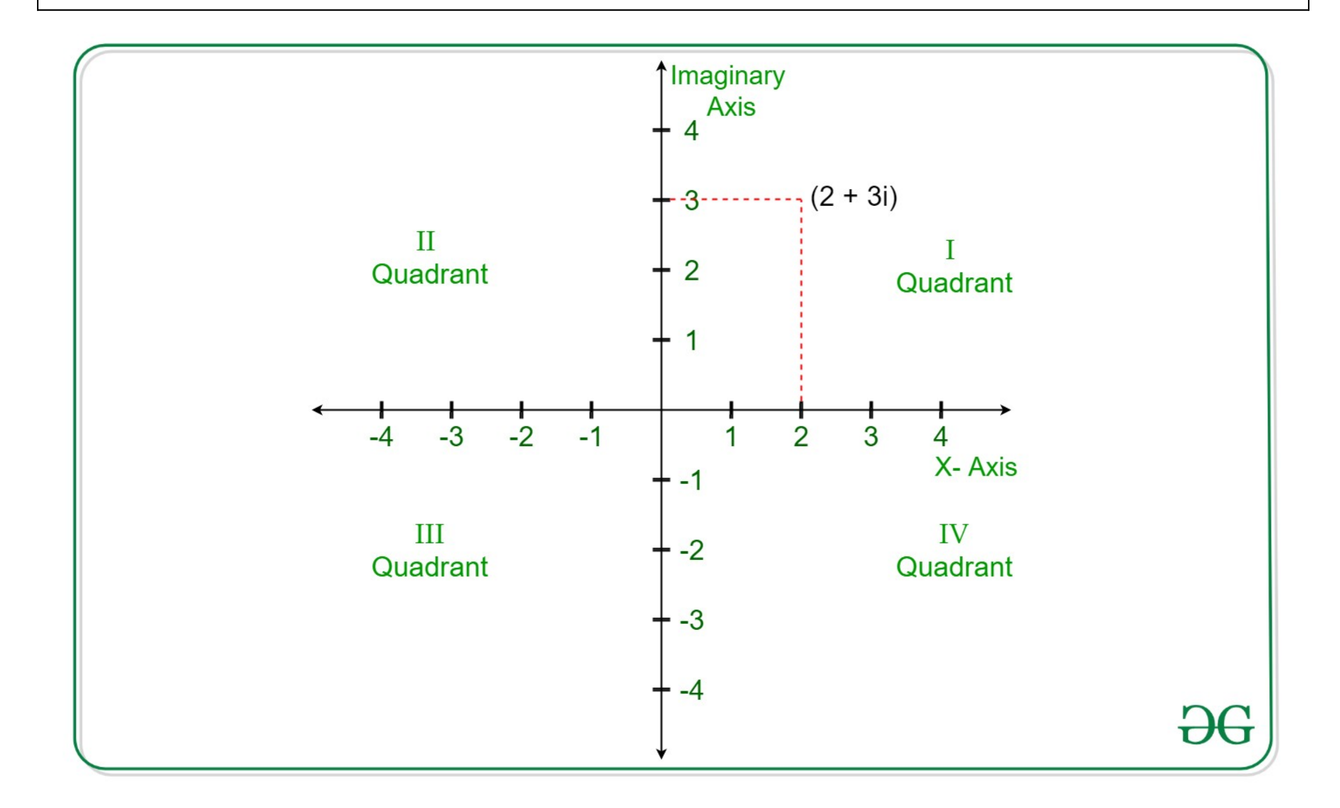
يمكن لنا أن نتخيل المسألة على الصورة التالية :

الرقم الحقيقي يمثل الوضع الحقيقي لكائنٍ ما .

الرقم الخيالي يمثل الوضع الخيالي لذلك الكائن بعد أن نقوم بتغيير موضعه و تحريكه كما يحدث عندما نستخدم الحاسب في تحريك و تدوير الكائنات المختلفة.

في الصورة السفلية يمثل المستقيم العمودي محوراً تخيلياً imaginary Axis كما أن جميع الأعداد التي تقع على هذا المحور هي أعدادٌ خيالية و لذلك فقد كتبنا الحرف i قبل العدد 3 , لأن العدد 3 يقع على محور الأعداد الخيالية العمودي بينما لم نكتب هذا الخرف قبل العدد 2 لأنه عددٌ حقيقي يقع على محور الأعداد الحقيقية الأفقي.

2+3i




لاحظ كيف أننا نمثل أي نقطة أو إحداثية عن طريق ذكر النقطتين الأفقية و العمودية الذين يشكل التقائهما مع بعضهما البعض تلك الإحداثية أو تلك النقطة بادئين بالنقطة الأفقية التي تقع على محور الأعداد الأفقي ثم نذكر بعدها النقطة العمودية التي تقع على محور الأعداد العمودي.

في الصورة السفلية يمثل المحور العمودي محور أعداد خيالية أي أنه محـورٌ خيـالي و لذلك فإننا نضع الحرف i قبل أي عددٍ يقع على ذلك المحور الخيالي.

الإحداثية -4+3i تتألف من عددٍ حقيقي هو العدد السلبي -4 الذي يقع على محور الأعداد الحقيقية الأفقي , كما تتألف من رقمٍ خيالي هو الرقم 3 الذي يقع

على محور الأعداد الخيالي العمودي و لذلك فقد وضعنا رمز الأرقام الخيالية قبل هذا الرقم

.3i

الإحداثية 3+2i تتألف من عددٍ حقيقي هو العدد 3 ذلك أن العدد 3 يقع على محور الأعداد الأفقي الحقيقي بينما العدد 2 هو رقمٌ خيالي لأنه يقع على محور الأعداد الخيالية العمودي و لذلك فقد وضعنا رمز الأرقام الخيالية قبله 2i

تذكر دائماً أننا عندما نقوم بتحديد إحداثيةٍ ما, أي أننا عندما نقوم بتحديد تقاطع نقطة أفقية مع نقطة عمودية فإننا دائماً نبدأ بذكر النقطة الأفقية , أي النقطة التي تقع على محور الأعداد الأفقي.

. دائماً ضع الإحداثية بين قوسين ( ) – لم يتح لي برنامج وورد أن أفعل ذلك

إن لم تقم بوضع الإحداثية بين قوسين فإنك ستخسر جزءاً من علامة الإجابة.

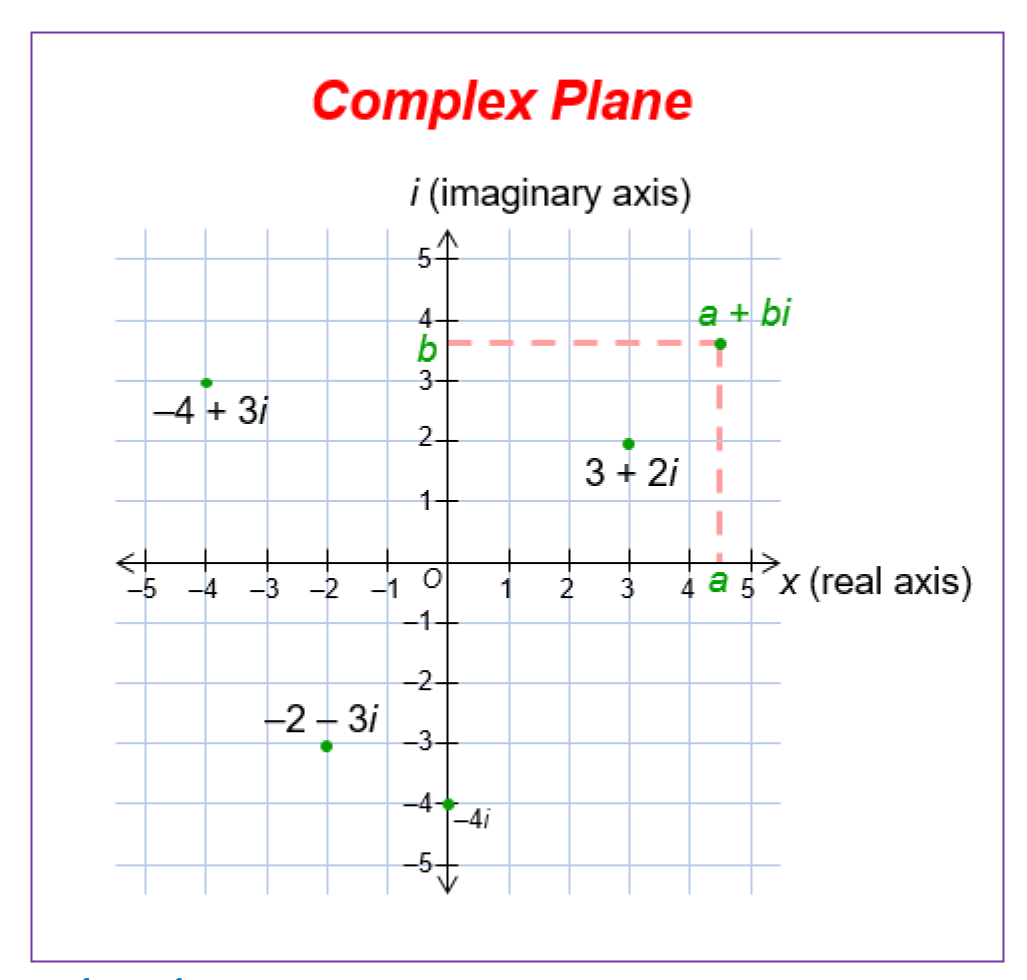
الإحداثية -2+ -3i تتألف من عددٍ حقيقي هو العدد السلبي -2 ذلك أن العدد السلبي -2 يقع على محور الأعداد الأفقي الحقيقي بينما العدد السلبي -3 هو رقمٌ خيالي لأنه يقع على محور الأعداد الخيالية العمودي و لذلك فقد وضعنا رمز الأرقام الخيالية قبله 3i

تذكر دائماً أننا عندما نقوم بتحديد إحداثيةٍ ما أي أننا عندما نقوم بتحديد تقاطع نقطة أفقية مع نقطة عمودية فإننا دائماً نبدأ بذكر النقطة الأفقية , أي النقطة التي تقع على محور الأعداد الأفقي.

Real axis .محور حقيقي – تتوضع عليه أعدادٌ حقيقية

Imaginary axis.محور خيالي – تتوضع عليه الأعداد الخيالية

حتى نستوعب مفهوم الأعداد الحقيقية و الأرقام الخيالية فإن الأعداد الحقيقية تمثل الوضع الحقيقي لشيءٍ ما, أما الأرقام التخيلية فإنه تمثل موضع ذلك الشيء بعد أن نقوم بتدويره و لذلك فإن الأرقام الخيالية تستخدم في تدوير الأشياء في برامج الكمبيوتر.




أرقام أولية Prime numbers

تحويل كسر إلى عددٍ عشري

لتحويل كسر إلى عددٍ عشري فإننا و بكل بساطة نقسم البسط على المقام أي اننا نقسم عالي الكسر على أدناه.

لماذا؟

لأن الكسر ليس إلا عملية قسمة معلقة : قسمة البسط على المقام أي قسمة عالي الكسر على أدناه.

مثال:

ليكن لدينا الكسر $\frac{4}{70}$ و نريد تحويله إلى عددٍ عشري –إننا و بكل بساطة نقسم بسطه على مقامه أي أننا نقسم عالي الكسر على سافله , أي أننا نقسم العدد 4 على العدد 70 :

4 ÷ 70 =0.05714285714285714285714285714286

**المتواليات الحسابية و المتواليات الهندسية**

في المتواليات الحسابية فإن كل عددٍ يختلف عن العدد السابق له بمقدارٍ ثابت – ففي حال المتوالية الحسابية 1,2,3,4,5,6,7,8,9.... مثلاً فإن ذلك المقدار الثابت يساوي العدد واحد 1 .

و في حال المتوالية الحسابية 5,10,15,20,25,30,35,40,45... فإن ذلك المقدار الثابت هو خمسة و في حال المتوالية الحسابية 10,20,30,40,50,60,70,80,90.. فإن ذلك المقدار الثابت يساوي عشرة.

أما في المتواليات الهندسية فإن كل قيمة يتم الحصول عليها من خلال ضرب القيمة السابقة لها بعددٍ ثابت معين يدعى بالنسبة العامة .

و على سبيل المثال فإن النسبة العامة في متوالية رقعة الشطرنج التي مرت معنا سابقاً هي 2 :

المتوالية الهندسية في رقعة الشطرنج :

1,2,4,8,16...

1 × 2=2

2 × 2=4

4 × 2=8

8 × 2=16

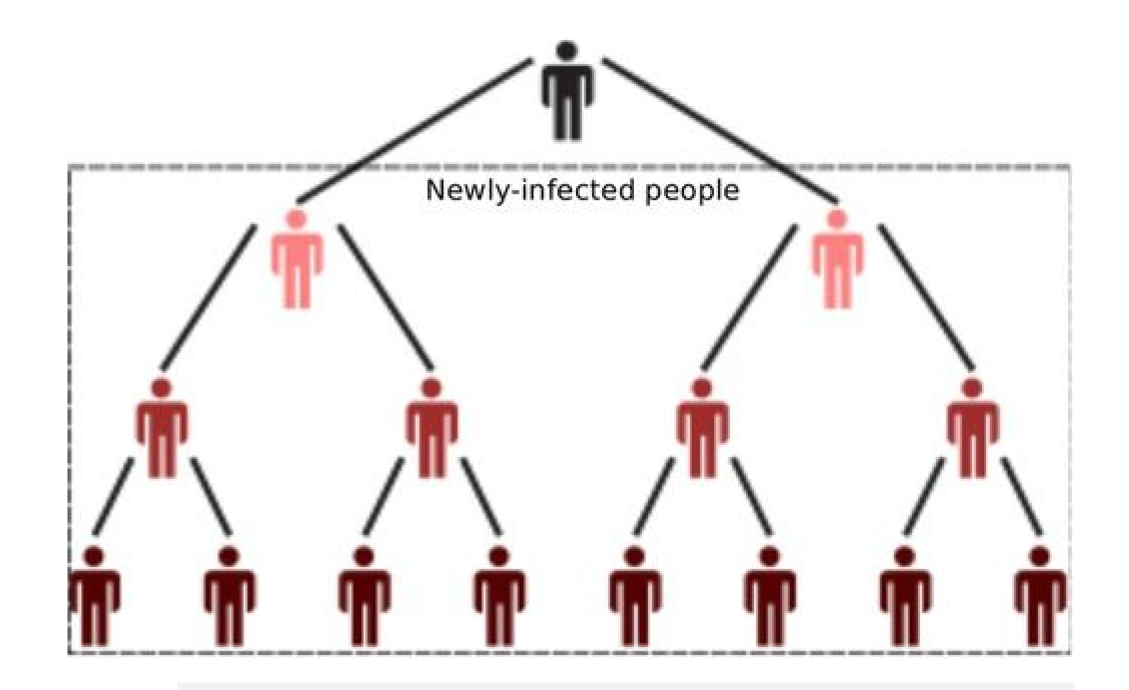
نضرب كل ناتج عملية ضرب مجدداً بالنسبة العامة الثابتة فنحصل على القيمة التالية لها في المتوالية الهندسية.

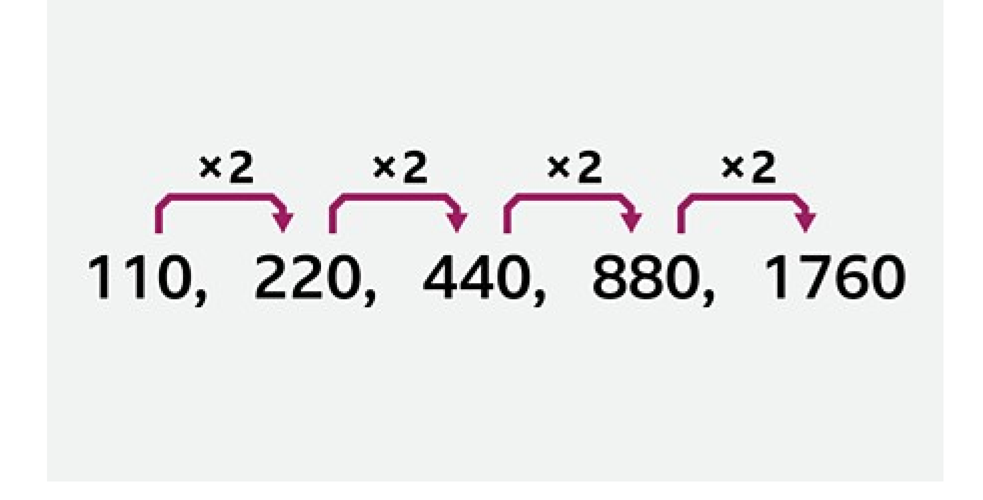
النسبة العامة الثابتة هي هنا 2 .

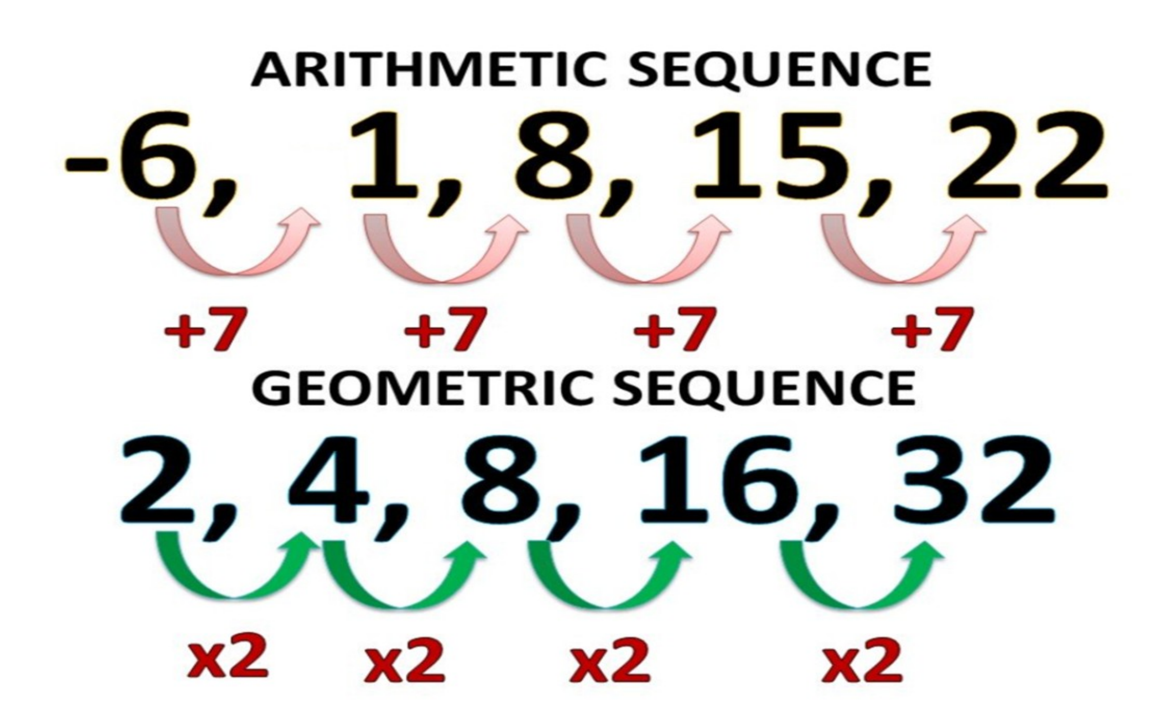
| و هكذا |
| --- |

متوالية هندسية Geometric sequence

انتشار الأمراض على شكل متوالية هندسية






تنتشر الشائعات على شكل متوالية هندسية:

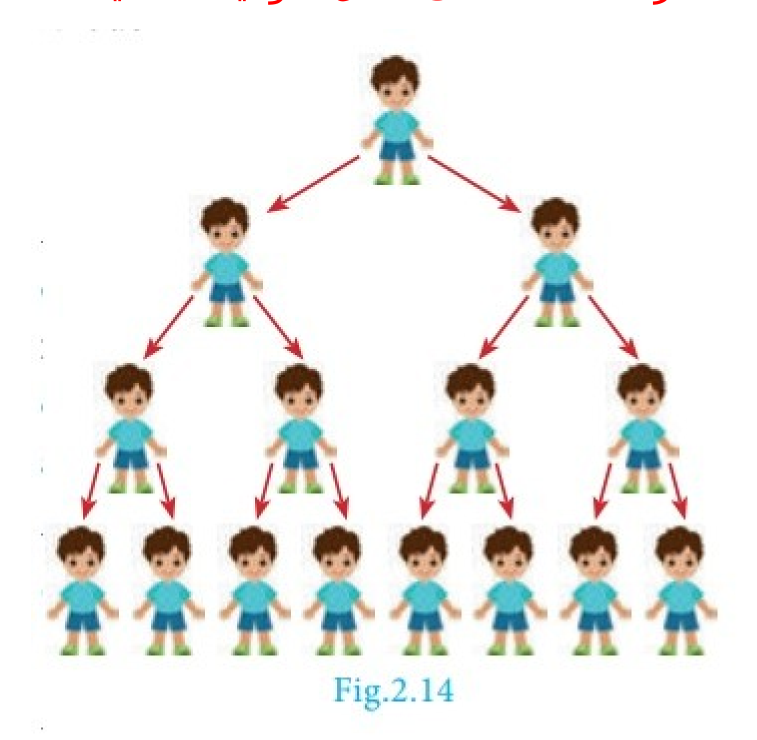


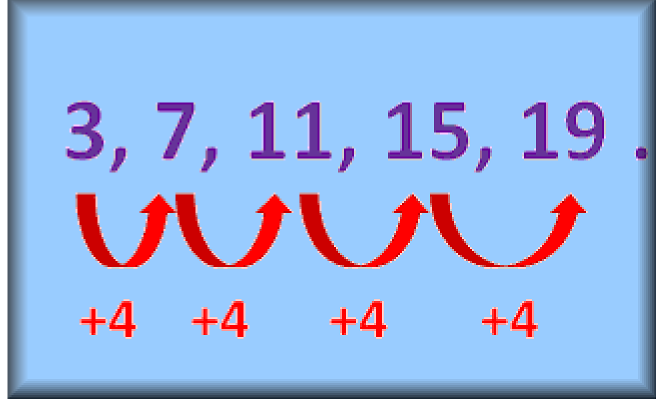
Fig.2.14

Arithmetic sequence متوالية حسابية




**ARITHMETIC SEQUENCE**
**with**
**COMMON DIFFERENCE d = 4**




نسبة عامة Common ratio

**اللوغاريتم**

**لوغاريتم  تيبير**

ما هو اللوغاريتم؟

إن لوغاريتم رقم معين هو الأس أو القوة التي إذا رفعت إليها عدداً آخر فإنك تحصل على ذلك الرقم.

حتى نفهم ما هو اللوغاريتم علينا أن نفهم ماهية الأساس.

ما هو الأساس أو القاعدة؟

الأساس هو العدد الذي يقوم عليه أي نظام عددي , و بما أن النظام العددي الذي نستخدمه اليوم هو النظام العشري ذلك أننا نستخدم الأعداد من صفر إلى تسعة بينما نكتب العدد التالي على شكل عشرة فإن ذلك يعني بأن نظامنا العددي العشري يقوم على العدد عشرة الذي يمثل أساس نظامنا العددي العشري.

في اللوغاريتمات فإن الأساس الثابت إما أن يكون العدد عشرة أو رقم ويلار e .

إن لوغاريتم أي عدد و ليكن س مثلاً هو القوة التي يجب أن نرفع إليها الأساس الذي هو الرقم عشرة أو رقم ويلار e حتى نحصل على ذلك العدد أي س مثلاً.

مثال :

اللوغاريتم العشري للعدد واحد 1 هو صفر – أي أن عشرة مرفوعة للقوة صفر تساوي واحد .

$1=10^0$

اللوغاريتم العشري للعدد 2 هو
0.301029995663981195213738894724493

أي أن عشرة مرفوعة للقوة 0.30102999566398119521373889472449 تساوي 2 .

اللوغاريتم العشري للعدد 3 يساوي 0.47712125471966243729502790325512

أي أن عشرة مرفوعة للقوة 0.47712125471966243729502790325512 تساوي 3 .

و هكذا دواليك...

كيف نحسب اللوغاريتم على الآلة الحاسبة؟

نضغط زر حساب اللوغاريتم log قبل أو بعد العدد الذي نريد معرفة لوغاريتمه و ذلك وفقاً لنوعية الالة الحاسبة التي نستخدمها : في الالة الحاسبة الموجودة في الكمبيوتر نضغط زر حساب اللوغاريتم log بعد العدد الذي نريد معرفة لوغاريتمه, أي أننا لحساب لوغاريتم العدد 3 مثلاً فإننا نضغط زر العدد 3 ثم نضغط زر حساب اللوغاريتم log , أما في حاسبات الهواتف الذكية فإننا نفعل العكس أي أننا نضغط زر اللوغاريتم log ثم ندخل العدد الذي نريد حساب لوغاريتمه.

يختلف هذا الأمر كذلك تبعاً لإصدار نظام التشغيل.

**لوغاريتم ويلار**

كما ذكرت سابقاً فإن اللوغاريتم هو رقمٌ يجب أن نرفع إليه رقمٌ آخر يدعى بالأساس أو القاعدة غالباً ما يكون ذلك الأساس هو الرقم عشرة أو رقم ويلار e حتى نخصل على الرقم الأصلي.

على سبيل المثال فإن $10^{0.301}$ أي عشرة مرفوعة للقوة 0.301 تساوي 2 , أي أن 0.301 هو اللوغاريتم العشري للعدد 2 للقاعدة أو الأساس 10 .

بالضبط فإن لوغاريتم العدد 2 هو 0.30102999566398119521373889472449

هنالك لوغاريتمات أساسها ليس الرقم عشرة و إنما رقم ويلار e و الذي يبلغ 2.71828 و هذا النوع من اللوغاريتمات يدعى باللوغاريتم الطبيعي .

**كيف نحسب لوغاريتم ويلار؟**

يدعى لوغاريتم ويلار باللوغاريتم الطبيعي و زر حسابه على الآلة الحاسبة هو الزر In .

لحساب اللوغاريتم الطبيعي للعدد 1 :

اضغط زر حساب اللوغاريتم الطبيعي In .

اضغط العدد 1 فتحصل على الإجابة صفر.

أي أن اللوغاريتم الطبيعي للعدد واحد هو صفر.

- في بعض الآلات الحاسبة يتوجب علينا أن نقوم بهذه العملية بشكلٍ معاكس أي أن ندخل العدد الذي نريد معرفة لوغاريتم ويلار الخاص به و من ثم أن نضغط زر حساب اللوغاريتم الطبيعي In بعد ذلك.

نختبر صحة الإجابة باستخدام الزر $e^x$ و الذي يعني اعتبار لوغاريتم ويلار الطبيعي أي رقم ويلار البالغ 2.71828 بمثابة أساس أو قاعدة و رفعه لقوةٍ معينة.

بمجرد ضغط الزر $e^x$ ستضع الآلة الحاسبة رقم ويلار أساساً للقوة التي سندخلها و ستعتبر بأن أي رقم سندخله بعد ذلك بمثابة قوة سترفع إليها رقم ويلار.

طبعاً القوة التي تريد أن نرفع إليها ذلك اللوغاريتم هي الصفر فنحصل على العدد 1 .

أي أن عمليتنا السابقة صحيحة لأن الصفر هو فعلياً اللوغاريتم الطبيعي للعدد واحد.

في حال لم تحوي الآلة الحاسبة زر $e^x$ فإننا نستخدم زر لوغاريتم ويلار e ثم نضغط زر الرفع للقوة $X^Y$ ثم نضغط العدد صفر لأنه لوغاريتم العدد واحد أو أي لوغاريتم نريد التأكد من صحته

.



الأساس أو القاعدة هو لوغاريتم ويلار أو رقم ويلار.

القوة التي نرفع إليها رقم ويلار هي اللوغاريتم الطبيعي لذلك العدد.

النتيجة التي نحصل عليها نتيجة رفع رقم ويلار لقوة تساوياللوغاريتم الطبيعي لعددٍ ما هي ذلك العدد نفسه إذا كانت عمليتنا صحيحة.

مثال ثاني :

حساب اللوغاريتم الطبيعي للعدد 2 :

نضغط زر حساب اللوغاريتم الطبيعي **In**.

نضغط زر العدد 2 .

في بعض الآلات الحاسبة علينا أن نقوم بهذه العملية بشكلٍ معاكس أي أن ندخل العدد الذي نريد حساب لوغاريتمه الطبيعي قبل أن نضغط زر حساب اللوغاريتم الطبيعي **In**.

نحصل على اللوغاريتم الطبيعي للعدد 2 وهو 0.69314718055994530941723212145818

**عكس الصورة**

نضغط زر اعتبار اللوغاريتم الطبيعي أساساً أو قاعدة مع رفعه لقوة معينة و هو الزر **$e^x$** .

ندخل لوغاريتم العدد 2 أي أننا نجعل من لوغاريتم العدد 2 أي الرقم

0.69314718055994530941723212145818 قوةً لرقم ويلار –أي أننا نرفع رقم ويلار لقوة تمثل اللوغاريتم الطبيعي للعدد 2 .

إذا كانت عمليتنا صحيحة فإننا نحصل على العدد 2 ( أو رقم قريب جداً منه) .

مثال ثالث :

حساب اللوغاريتم الطبيعي للعدد 3 :

نضغط زر حساب اللوغاريتم الطبيعي **In**.

نضغط زر العدد 3 .

في بعض الآلات الحاسبة علينا أن نقوم بهذه العملية بشكلٍ معاكس أي أن ندخل العدد الذي نريد حساب لوغاريتمه قبل أن نضغط زر حساب اللوغاريتم.

نحصل على **اللوغاريتم الطبيعي** للعدد 3 وهو 1.0986122886681096913952452369225

**عكس الصورة**

نضغط زر اعتبار اللوغاريتم الطبيعي أساساً أو قاعدة مع رفعه لقوة معينة و هو الزر $e^x$ .

ندخل لوغاريتم العدد 2 أي أننا نجعل من لوغاريتم العدد 3 أي الرقم

1.0986122886681096913952452369225 قوة لرقم ويلار –أي أننا نرفع رقم ويلار لقوة هي اللوغاريتم الطبيعي للعدد 3 .

إذا كانت عمليتنا صحيحة فإننا نحصل على العدد 3 ( أو رقم قريب جداً منه ) .

في حال لم يكن هنالك زر $e^x$ فإننا نضغط زر إدخال اللوغاريتم الطبيعي e ثم زر الرفع للقوة $X^Y$ ثم ندخل القوة التي نريد أن نرفع اللوغاريتم الطبيعي لها.



**ما هو الاختلاف بين الزر e إن وجد و بين الزر $e^x$ و والزر In؟**

إن الزر ln هو زر حساب اللوغاريتم الطبيعي و عندما نضغط هذا الزر قبل أو بعد رقمٍ معين (حسب نوع الحاسبة) فإن الحاسبة تقوم بحساب اللوغاريتم الطبيعي لذلك الرقم.

أي أنه زرٌ وظيفي .

الزر e لايقوم بحساب اللوغاريتم الطبيعي و لكنه زرٌ يمثل ذلك اللوغاريتم الطبيعي , أي أننا بمجرد ضغط هذا الزر فإن ذلك يماثل قيامنا بإدخال رقم ويلار للحاسبة , أي أن هذا الزر يشابه في وظيفته زر الثابت باي π الذي يمكننا من إدخال ذلك الرقم الطويل إلى الحاسبة بضغطة واحدة.

إن الزر e يمكننا من إجراء العمليات الرياضية المختلفة على رقم ويلار مثل رفعه للقوة مثلاً دون أن نضطر لإدخاله إلى الحاسبة بشكلٍ يدوي.

أما الزر $e^x$ فإنه يمكننا من رفع رقم ويلار لقوةٍ ما دون استخدام زر الرفع للقوة $X^Y$ – إن كل عدد سندخله للحاسبة بعد ضغطنا للزر $e^x$ ستفهم الحاسبة بأنه القوة التي نريد أن نرفع رقم ويلار إليها.

في حال عدم وجود هذا الزر في الحاسبة يمكننا الاستعاضة عته بضغط زر رقم ويلار

e و من ثم القيام بضغط زر الرفع للقوة $X^Y$ و بذلك تتهيأ الحاسبة لرفع رقم ويلار لقوة يمثلها العدد الذي سندخله بعد قيامنا بضغط زر الرفع للقوة $X^Y$.

الحاسبات التي لا تحوي زر رقم ويلار e تضطرنا لإدخال رقم ويلار بشكلِ يدوي في كل مرة نجري فيها عمليةً رياضية على ذلك الرقم , تماماً كما أن الحاسبات التي لا تحتوي زر الثابت باي π تضطرنا لإدخال قيمة باي يشكلٍ يدوي عند إجراء العمليات عليها.



**تنبيه:**

عند التعامل مع الحاسبات لا تخلط ما بين الفاصلة , و النقطة . : تستخدم الفاصلة , للفصل بين مراتب الرقم , أي أنها توضع بعد كل 3 خانات من الرقم :

1,000 ألف

1,000,000 مليون

اما النقطة . فإنها تستخدم مع الأرقام العشرية:

0.1 واحد بالعشرة

0.01 واحد بالمئة.

0.001 واحد بالألف.

في حال ما إذا عجزت عن قراءة عددٍ عشري ما قم بضربه عن طريق الحاسبة بعشرة أو بمئة أو بألف إلى أن تحصل على عددٍ صحيح لا يحوي فاصلة عشرية نقطية . .

إذا كان الضرب بالعدد عشرة يكفي لأن يجعل الرقم العشري عدداً صحيحاً فذلك يعني بأن ذلك الرقم العشري من عشرة ( واحد بالعشرة مثلاً) .

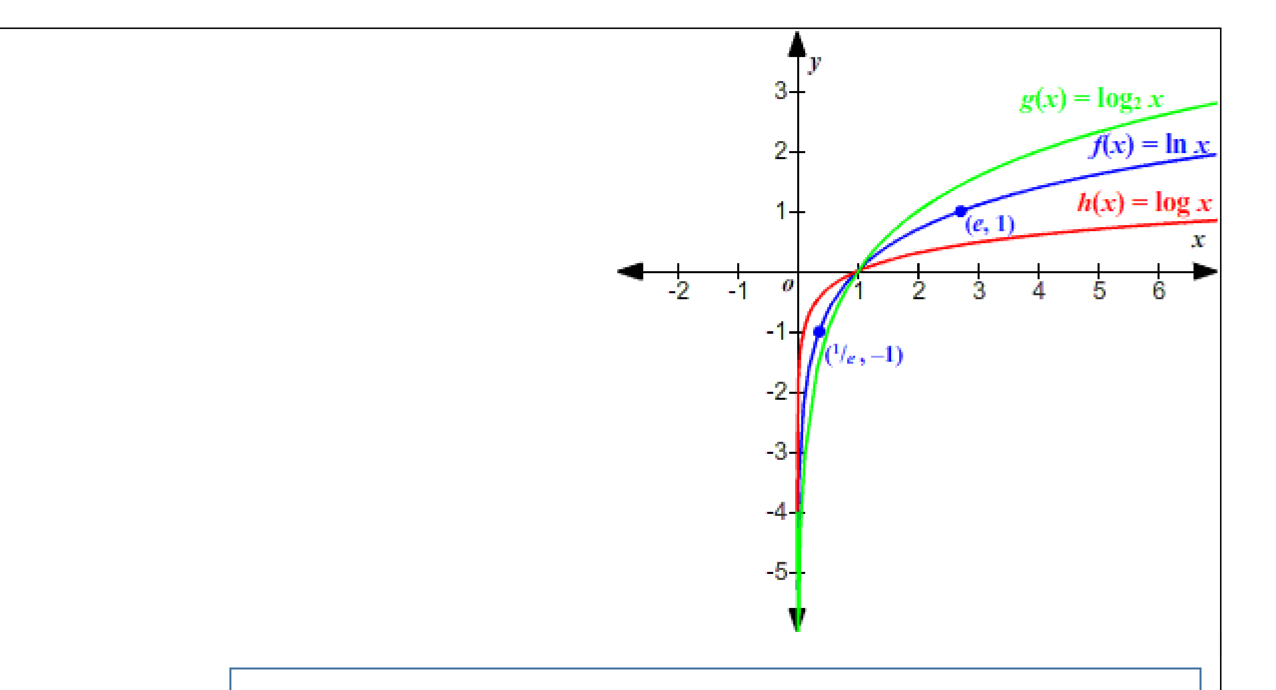
إذا كان ضرب الرقم العشري بمئة كافٍ لن يجعل من الرقم العشري عدداً صحيحاً فذلك يعني بأن ذلك الرقم من مئة( واحد بالمئة مثلاً).

إذا كان ضرب الرقم العشري بألف كافٍ لأن يجعل من ذلك الرقم العشري عدداً صحيحاً فذلك يعني بأن ذلك الرقم العشري من ألف ( واحد بالألف مثلاً ) و هكذا دواليك.

اللوغاريتم الطبيعي natural logarithm

كما تعلمون فإن اللوغاريتم الطبيعي أو رقم يولار e و الذي يبلغ 2.71828 يقع ما بين العددين 2 و 3 و لذلك فإن الإحداثية ( e,1)تتألف من نقطتين : النقطة e التي تقع على محور الأعداد الأفقي ( لأننا نذكر النقطة الأفقية أولاً ) و هذه النقطة تقع ما بين العددين 2 و 3 لأن رقم يولار يقع ما بين هذين العددين .

النقطة الثانية يمثلها العدد الموجب 1 الذي يقع على محور الأعداد العمودي حيث أننا نذكر النقطة العمودية لاحقاً.

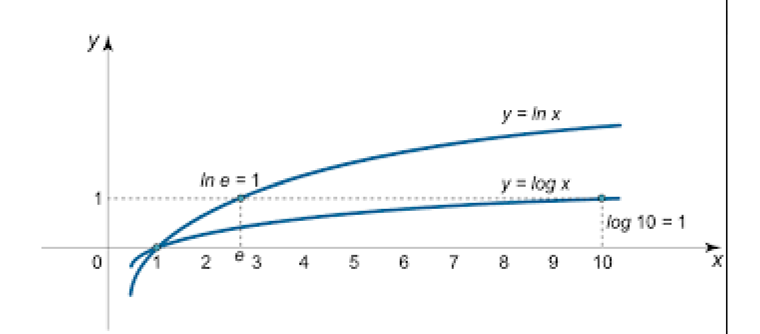



**Logarithm = Exponent**

$\log_a N = x \longleftrightarrow N = a^x$

(Common Log) $\log N = x \longleftrightarrow N = 10^x$

(Natural Log) $\ln N = x \longleftrightarrow N = e^x$




رقم ويلار Euler’s number

**EULER'S NUMBER**

$(1+\frac{1}{1})^{1} = 2$

$(1+\frac{1}{2})^{2} = 2.25$

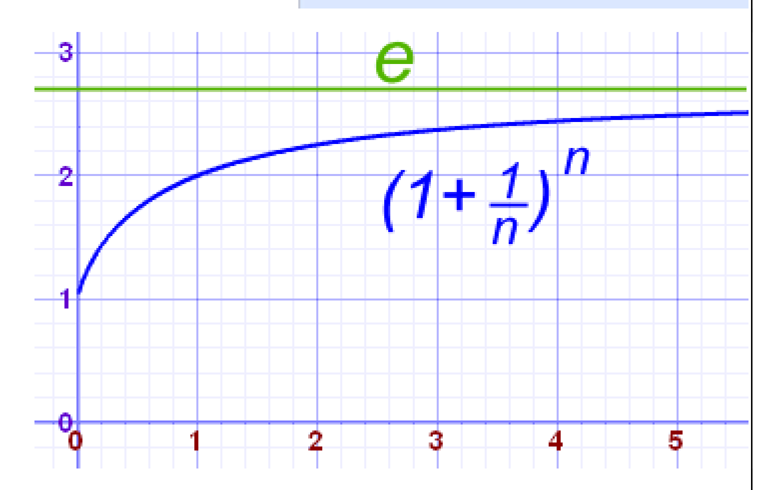
$(1+\frac{1}{5})^{5} = 2.25$

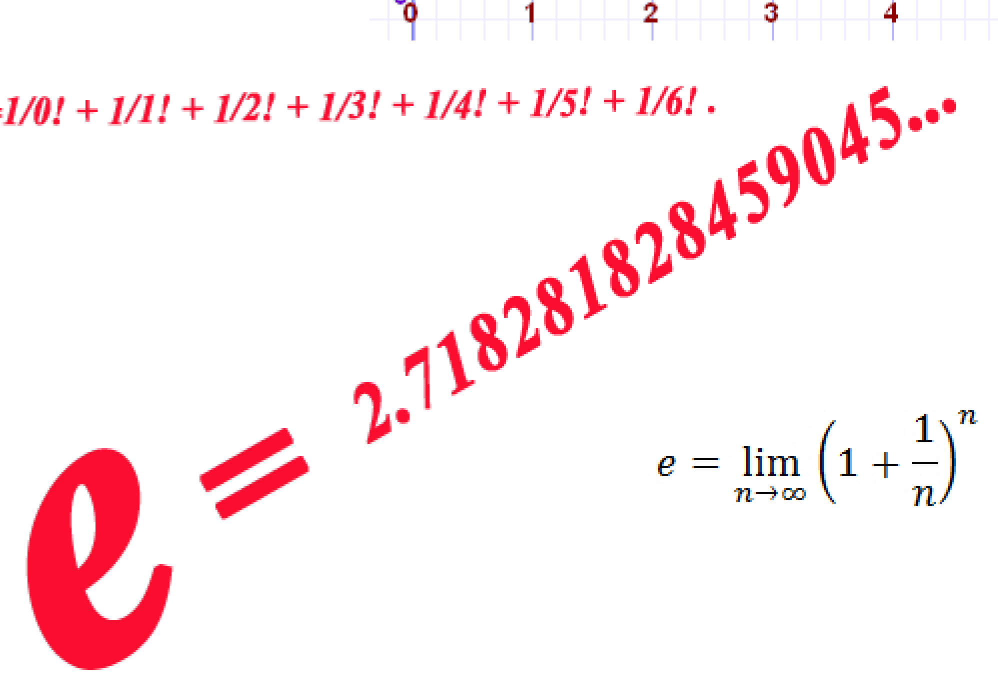
$(1+\frac{1}{10})^{10} = 2.48832$

$(1+\frac{1}{100})^{100} = 2.70481382942$

$(1+\frac{1}{1000})^{1000} = 2.71692393224$

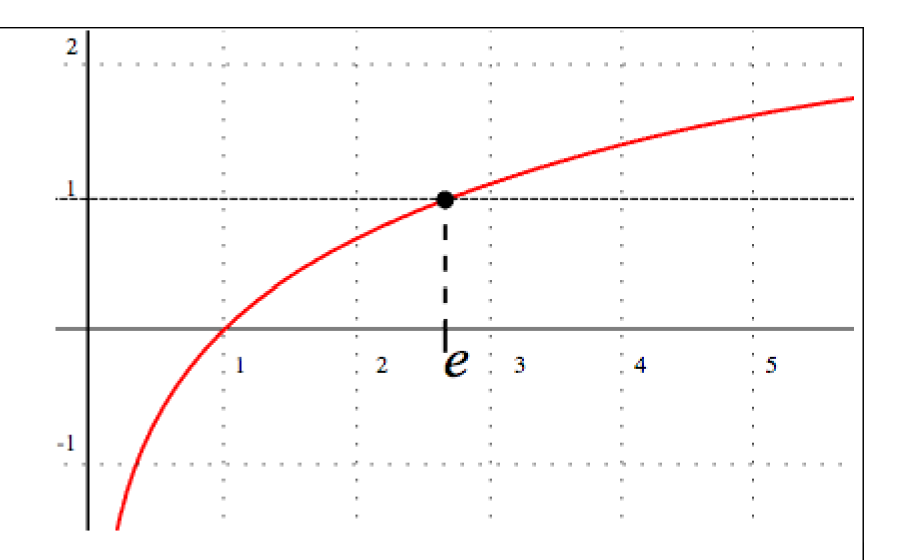
$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} = e$$




$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}$$

لاحظ أن رقم يولار e يقع ما بين العددين 2 و 3 .




**لوغاريتم نيبير**

تخيل نيبير بأن هنالك جسمين متحركين يتحركان على امتداد خطٍ مستقيم : الخط الأول ذو طولٍ لا نهائي و غير محدود أما الخط الثاني فهو ذو طولٍ محدود.

كلا هذين الجسمين المتحركين يغادران نقطة البداية في الوقت ذاته و ينطلقان بالسرعة ذاتها.

الجسم المتحرك الموجود على المسار اللانهائي يتحرك بسرعةٍ ثابتة و لذلك فإنه يجتاز مسافاتٍ متناسبة مع الزمن الذي يقضيه أي أن هذا الجسم يجتاز مسافاتٍ ثابتة و متناسبة مع الزمن.

تكون سرعة الجسم الثاني متناسبةً مع المسافات المتبقية حتى نهاية الطريق : فعندما يصل إلى منتصف الطريق فإن سرعته تتناقص لتصبح نصف سرعة

الانطلاق, و عندما يقطع ثلاثة أرباع المسافة فإن سرعته تنخفض لتصبح ربع سرعة الانطلاق .

و هذا يعني بأن كلاً من هذين الجسمين لن يصلا إلى نهاية الطريق , و الأهم من ذلك أنه سيكون هنالك تناسبٌ ما بين موقعي كلا هذين الجسمين في أية نقطةٍ من النقاط .

إن تحرك الجسم الأول سيكون تحركاً حسابياً أي على شكل متوالية حسابية , بينما سيكون تحرك الثاني تحركاً هندسياً على شكل متوالية هندسية.

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

يمثل الصف العلوي المتوالية الحسابية.

يمثل الصف السفلي المتوالية الهندسية.

يمثل الصف العلوي القوة التي يجب أن نرفع إليها العدد 2 حتى نحصل على العدد السفلي في المتوالية الهندسية.

العدد 10 من صف المتوالية الحسابية العلوي يمثل القوة التي يجب أن نرفع إليها العدد 2 حتى نحصل على الرقم السفلي من المتوالية الهندسية أي الرقم 1024 .

$1024 = 2^{10}$

2 مرفوعة للقوة 10 تساوي 1024 .

العدد 9 من صف المتوالية الحسابية العلوي يمثل القوة التي يجب أن نرفع إليها العدد 2 حتى نحصل على الرقم السفلي من المتوالية الهندسية أي الرقم 512 .

$512 = 2^{9}$

2 مرفوعة للقوة التاسعة تساوي 512 .

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

2 مرفوعة للقوة 8 تساوي 256 .

العدد 8 من صف المتوالية الحسابية العلوي يمثل القوة التي يجب أن نرفع إليها العدد 2 حتى نحصل على الرقم السفلي من صف المتوالية الهندسية أي الرقم 256 .

$256 = 2^8$

2 مرفوعة للقوة 8 تساوي 256 .

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

2 مرفوعة للقوة 7 تساوي 128 .

العدد 7 من صف المتوالية الحسابية العلوي يمثل القوة التي يجب أن نرفع إليها العدد 2 حتى نحصل على الرقم السفلي من المتوالية الهندسية أي الرقم 128 .

$128 = 2^7$

2 مرفوعة للقوة 7 تساوي 128 .

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

2 مرفوعة للقوة 6 تساوي 64 .

العدد 6 من صف المتوالية الحسابية العلوي يمثل القوة التي يجب أن نرفع إليها العدد 2 حتى نحصل على الرقم السفلي من صف المتوالية الهندسية أي الرقم 64 .

$64 = 2^6$

2 مرفوعة للقوة 6 تساوي 64 .

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

2 مرفوعة للقوة 5 تساوي 32 .

العدد 5 من صف المتوالية الحسابية  العلوي يمثل القوة التي يجب أن نرفع إليها العدد 2 حتى نحصل على الرقم السفلي من صف المتوالية الهندسية أي الرقم 32 .

$32 = 2^5$

2 مرفوعة للقوة 5 تساوي 32 .

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

2 مرفوعة للقوة 4 تساوي 16 .

العدد 4 من صف المتوالية الحسابية  العلوي يمثل القوة التي يجب أن نرفع إليها العدد 2 حتى نحصل على الرقم السفلي من صف المتوالية الهندسية أي الرقم 16 .

$16 = 2^4$

2 مرفوعة للقوة 4 تساوي 16 .

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

2 مرفوعة للقوة 3 تساوي 8 .

العدد 3 من صف المتوالية الحسابية  العلوي يمثل القوة التي يجب أن نرفع إليها العدد 2 حتى نحصل على الرقم السفلي من صف المتوالية الهندسية  السفلية أي العدد8 .

$8 = 2^3$

2 مرفوعة للقوة 3 تساوي 8 .

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

العدد 2 من صف المتوالية الحسابية  العلوي يمثل القوة التي يجب أن نرفع إليها العدد 2 حتى نحصل على الرقم السفلي من صف المتوالية الهندسية السفلي  أي العدد4 .

$4 = 2^2$

2 مرفوعة للقوة 2 تساوي 4 .

| 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1024 | 512 | 256 | 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |

العدد 1 من صف المتوالية الحسابية العلوي يمثل القوة التي يجب أن نرفع إليها العدد 2 حتى نحصل على الرقم السفلي من صف المتوالية الهندسية السفلي أي العدد2 .

$2^1 = 2$

2 مرفوعة للقوة 1 تساوي 2 .

| 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1024 | 512 | 256 | 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |

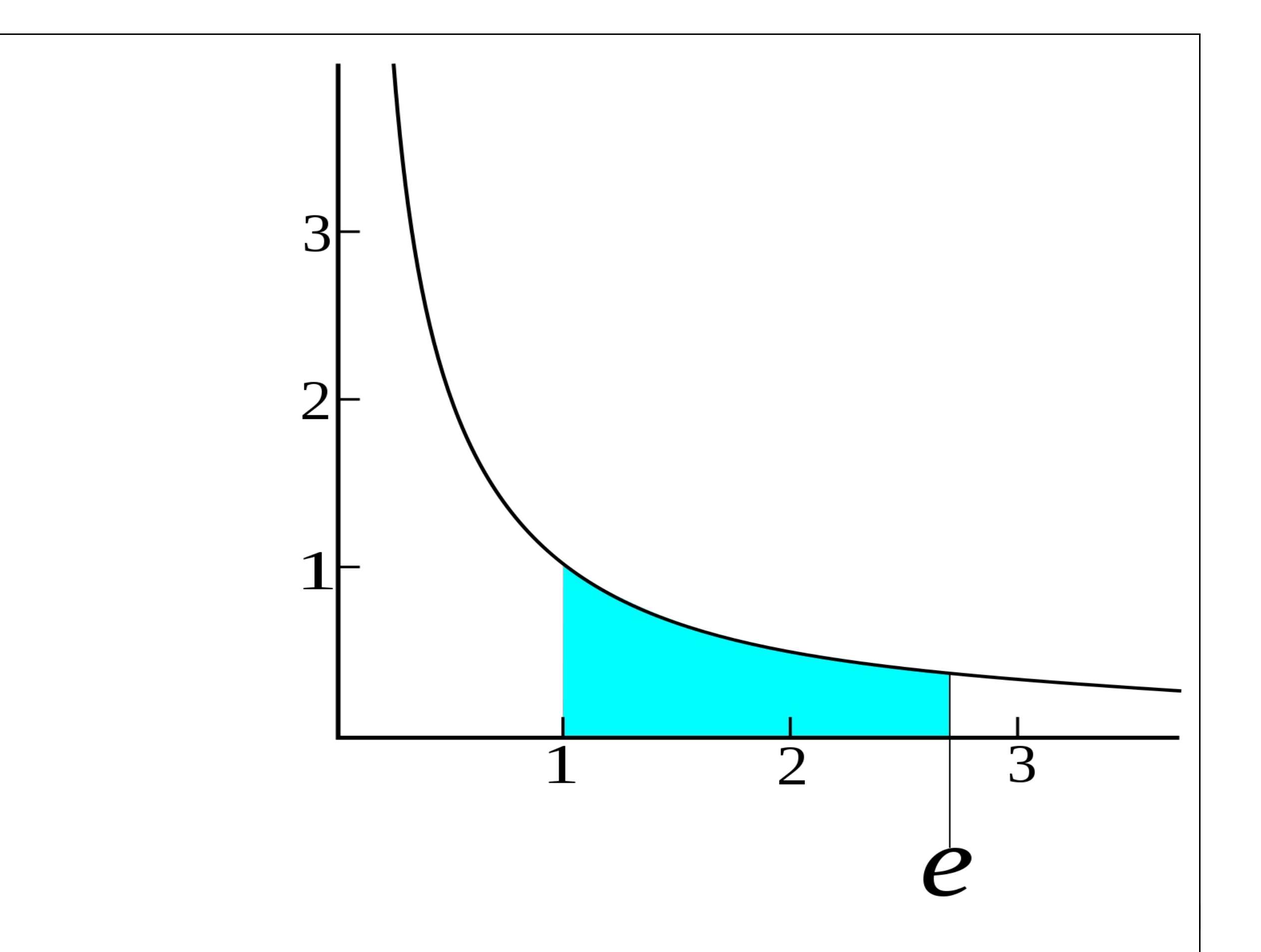
العدد 0 صفر من صف المتوالية الحسابية العلوي يمثل القوة التي يجب أن نرفع إليها العدد 2 حتى نحصل على الرقم السفلي من صف المتوالية الهندسية أي العدد1 .

$2^0 = 1$

2 مرفوعة للقوة صفر تساوي واحد .

و هكذا فإننا نجعل من كل عددٍ في صف المتوالية الهندسية العلوي قوةً للأساس 2 فنحصل على الرقم الذي يقع أسفل منه –أي أننا نحصل على الرقم المتناسب معه في صف المتوالية الهندسية السفلي .

يقع رقم يولار e ما بين العددين 2 و 3 لأنه أكبر من 2 و أقل من 3.




الآن سننتقل إلى الفكرة الثانية التي تتطلب منا شيئاً من التركيز :

مجموع أي عددين من الصف العلوي أي صف المتوالية الحسابية يتناسب مع حاصل ضرب العددين المتناسبين معهما من الصف السفلي أي صف المتوالية الهندسية.

مثال:

على سبيل المثال لدينا العددين 4 و 6 من الصف العلوي .

10=4+6

مجموع العددين 4 و 6 يساوي 10.

الرقمين المتناسبين و المرتبطين معهما من الصف السفلي هما 16 الذي يقع تحت العدد 4 و الرقم 64 الذي يقع تحت العدد 6 .

1024= 64× 16

| 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1024 | 512 | 256 | 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |

ما هي العلاقة بين الرقمين 10 و 1024 الذين حصلنا عليهما؟

إنهما رقمين متناسبين مع بعضهما البعض : الرقم 10 يقع فوق الرقم 1024 .

إذا رفعنا العدد 2 للقوة العاشرة فإننا نحصل على الرقم 1024 .

$1024 = 2^{10}$

| 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1024 | 512 | 256 | 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |

مثال 2 :

لدينا العددين 2 و 7 من الصف العلوي –صف المتوالية الحسابية.

9=2+7

مجموع العددين 2 و 7 يساوي 9.

الرقمين المتناسبين و المرتبطين معهما من الصف السفلي – صف المتوالية الهندسية هما 4 الذي  يقع تحت العدد 2 و 128 الذي يقع تحت العدد 7 .

$512 = 128 \times 4$

ما هي العلاقة بين الرقمين 9 و 512 الذين حصلنا عليهما؟

إنهما رقمين متناسبين مع بعضهما البعض : الرقم 9 يقع فوق الرقم 512 .

إذا رفعنا العدد 2 للقوة التاسعة فإننا نحصل على الرقم 512 .

$512 = 2^{9}$

| 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 102 | 512 | 256 | 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | 4 |



إن ناتج جمع أي عددين من الصف العلوي صف المتوالية الحسابية يكون متناسباً مع ناتج ضرب أي رقمين من الصف السفلي أي صف المتوالية الهندسية.

إذا رفعنا العدد 2 لقوة تمثل ناتج جمع أي عددين من الصف العلوي –صف المتوالية الحسابية فإننا نحصل على ناتج ضرب الرقمين الذين يقعان تحتهما مباشرة من صف المتوالية الهندسية.

2 +3 من الصف العلوي (صف المتوالية الخسابية)يساوي 5.

العددين 4 و 8 ( من صف المتوالية الهندسية) يقعان تحت العددين 2 و 3 .

4 ضرب 8 يساوي 32

لاحظ كيف أن العدد 32 يقع تحت العدد 5 .

إذا رفعنا العدد 2 للقوة الخامسة نحصل على الرقم 32 .

$32= 2^5$

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |



## تبسيط مبدأ لوغاريتم نابيير

الصف العلوي

نجمع أي عددين من الصف العلوي أي صف المتوالية الحسابية مع بعضهما البعض.

نبحث عن الرقم في الصف العلوي الذي يمثل ناتج جمع هذين العددين مع بعضهما البعض.

نصل بسهمين بين العددين الذين قمنا بجمعهما مع بعضهما البعض من الصف العلوي و بين العدد الموجود في الصف العلوي الذي يمثل ناتج جمع هذين العددين مع بعضهما البعض.

الصف السفلي

نضرب العددين في الصف السفلي أي صف المتوالية الهندسية الذين يقعان مباشرةً تحت العددين الذين قمنا بجمعهما مع بعضهما البعض من الصف العلوي.

نبحث عن الرقم في الصف السفلي الذي يمثل ناتج ضرب هذين العددين مع بعضهما البعض.

نصل بسهمين بين العددين الذين قمنا بضربهما مع بعضهما البعض في الصف السفلي و بين العدد الموجود في الصف السفلي الذي يمثل ناتج ضرب هذين العددين مع بعضهما البعض.

يجب أن يقع الرقم الذي يمثل ناتج ضرب العددين السفليين مباشرةً تحت الرقم الذي يمثل ناتج جمع العددين العلويين الذين يقعان فوقهما مباشرةً.

ناتج جمع العددين العلويين يمثل القوة التي إذا رفعنا إليها العدد 2 فإننا سوف نحصل على الرقم الذي يقع تحته مباشرة في المتوالية الهندسية.

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

**جرب بنفسك**

إذا جمعنا أي عددين لا على التعيين من الصف العلوي( صف المتوالية الحسابية) مع بعضهما البعض فإن الرقم الذي يمثل خاصل جمع هذين العددين مع بعضهما البعض يجب أن يقع فوق الرقم الذي يمثل ناتج ضرب العددين من الصف السفلي (صف المتوالية الهندسية) الذين يقعان مباشرةً تحت العددين الذين سبق لنا أن قمنا بجمعهما مع بعضهما البعض.

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

تمثل الجداول السابقة ما يدعى بلوغاريتم نابير.

تذكر دائماً :

في الصف العلوي أي صف المتوالية الحسابية نجري عملية جمع بين أي عددين .

في الصف السفلي أي صف المتوالية الهندسية نجري عملية ضرب بين العددين الذين يقعان تحت العددين الذين قمنا بجمعهما معاً من الصف العلوي أي صف المتوالية الخسابية.

ناتج جمع أي عددين من الصف العلوي صف المتوالية الحسابية يجب أن يقع فوق ناتج ضرب العددين الذين يقعان تحتهما من صف المتوالية الهندسية.

Napier logarithm tables جداول نابير لوغاريتمية



**المقياس اللوغاريتمي**

يستخدم المقياس اللوغاريتمي في قياس و تمثيل الظواهر الفيزيائية التي تزداد و تتضاعف على شكلٍ أسي , أي على شكل متوالية هندسية.

كل خطوة على المقياس اللوغاريتمي هي ضعف الخطوة السابقة لها أو أنها تشكل إحدى مضاعفاتها, و على سبيل المثال فإننا نجد في مقياس اللوغاريتم العشري $Log_{10}$ بأن كل درجة على المقياس نمثل عشرة أضعاف القيمة السابقة لها.

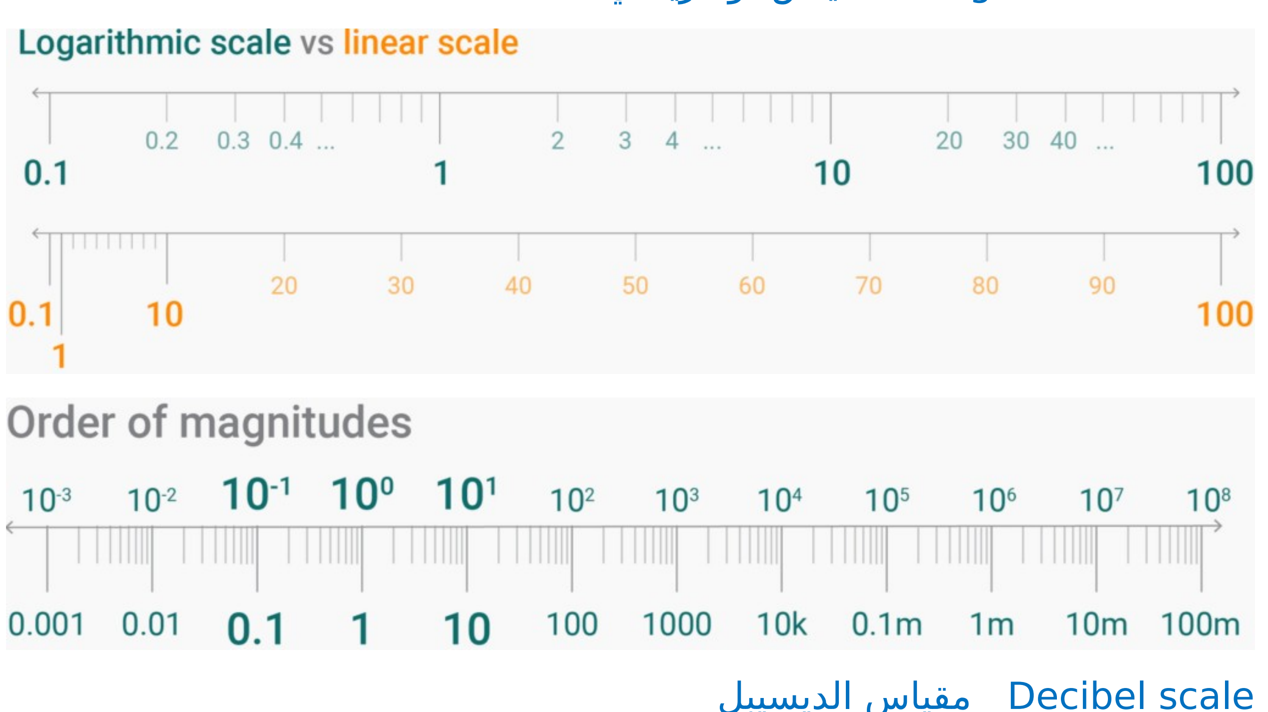
و على سبيل المثال فإنه في مقياس القيد الهيدروجيني اللوغاريتمي الذي يستخدم في قياس درجة الحموضة و القاعدية فإن قيداً هيدروجينياً PH تبلغ قيمته 2 يكون أعلى حموضةً بعشرة أضعاف من قيدٍ هيدروجيني قدره 3 درجات على ذلك المقياس , كما أنه يكون أعلى حامضيةً بمئة مرة من قيدٍ هيدروجيني قدره 4 و أكثر حامضيةً بألف مرة من قيدٍ هيدروجيني قدره 5 درجات على ذلك المقياس.

أما بالنسبة لقياس شدة الصوت فإن مقياس الديسيبيل يمثل أحد المقاييس اللوغاريتمية ذلك أن عتبة ذلك المقياس يمثلها الصفر و هذه العتبة تمثل عتبة حاسة السمع .

و على مقياس الديسيبيل أو مقياس شدة الصوت فإن القيمة 10 ديسيبيل تمثل صوتاً أعلى بعشر مرات و القيمة 20 ديسيبيل تمثل صوتاً أعلى أو أشد بمئة مرة و القيمة 30 ديسيبيل تمثل صوتاً أشد بألف مرة و هكذا...

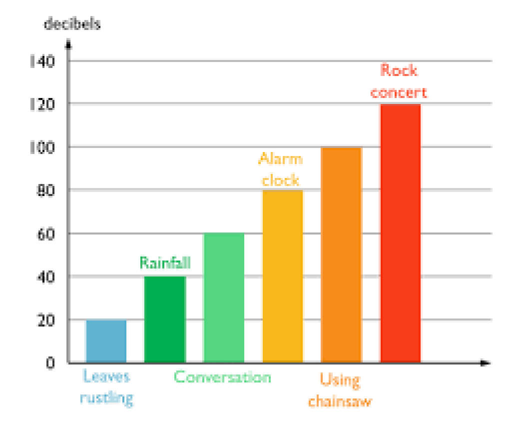
و بالنسبة للأذن البشرية يتوجب أن يكون الصوت أعلى بعشر مرات حتى يبدو بأن قوته قد تضاعفت مرةً واحدة , أي أن الأذن البشرية تسمع الأصوات بطريقة لوغاريتمية و بالمثل فإن المقاومات التي تقوم برفع و خفض الصوت هي كذلك مقاومات لوغاريتمية لأن الأذن البشرية تسمع الصوت أو أنها تدرك الصوت بطريقة لوغاريتمية.

Logarithmic scale مقياس لوغاريتمي




Decibel scale مقياس الديسيبل

| Decibels | Example |
|---|---|
| 0 | Silence |
| 10 | Breathing, ticking watch |
| 20 | Rustling leaves, mosquitos |
| 30 | Whispering |
| 40 | Light rain, computer hum |
| 50 | Quiet office, refrigerator |
| 60 | Normal conversation, air conditioner |
| 70 | Shower, toilet flush, dishwasher |
| 80 | City traffic, vacuum cleaner |
| 90 | Music in headphones, lawn mower |
| 100 | Motorcycle, hand drill |
| 110 | Rock concert, chain saw |
| 120 | Thunderclap |
| 130 | Maximum stadium crowd noise |
| 140 | Aeroplane taking off |
| 150 | Fighter jet take off |
| 160 | Shot gun |
| 170 | Fireworks |
| 180 | Rocket launch |



DECIBELS

160

Jet aircraft

140

120

Disco loudspeaker

100

Pneumatic road drill

Inside car

80

Door slamming

Vacuum cleaner

60

Normal conversation

40

Background noise at home

20

Falling leaves

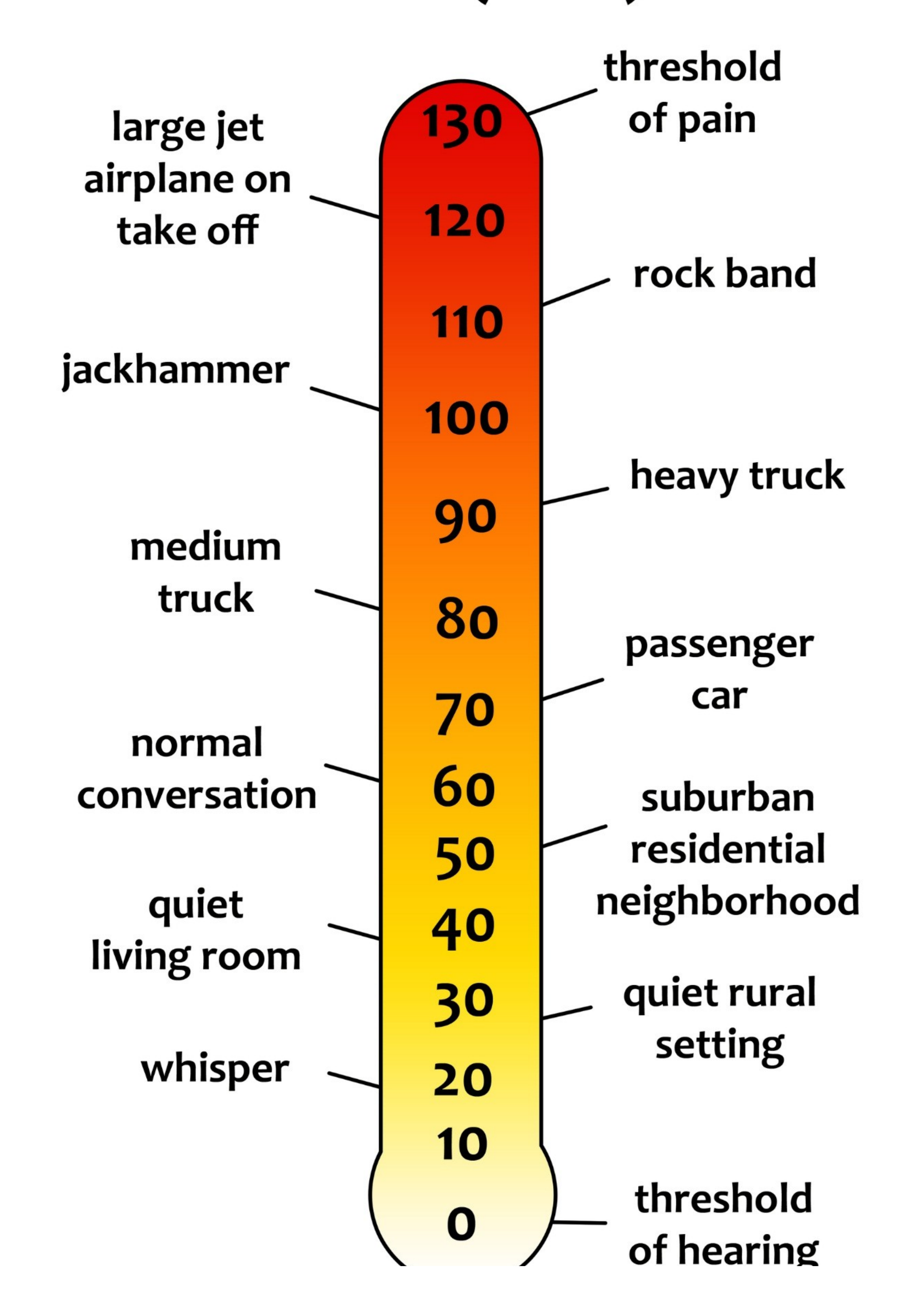
0

Threshold of hearing
sound just audible

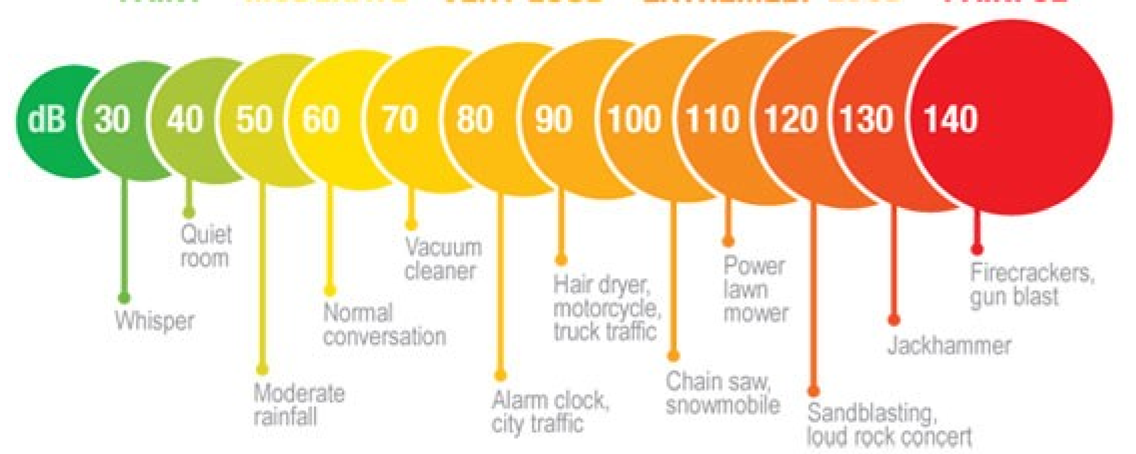




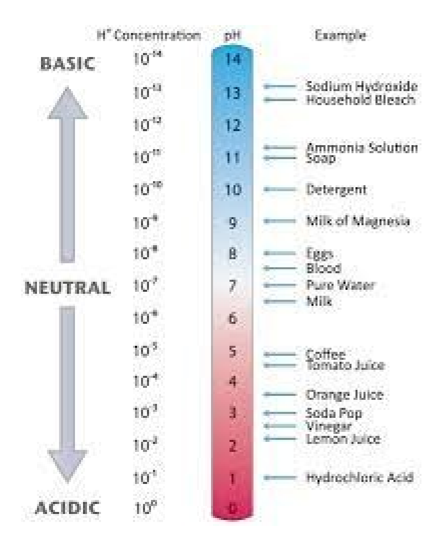
# Decibel Scale (dBA)

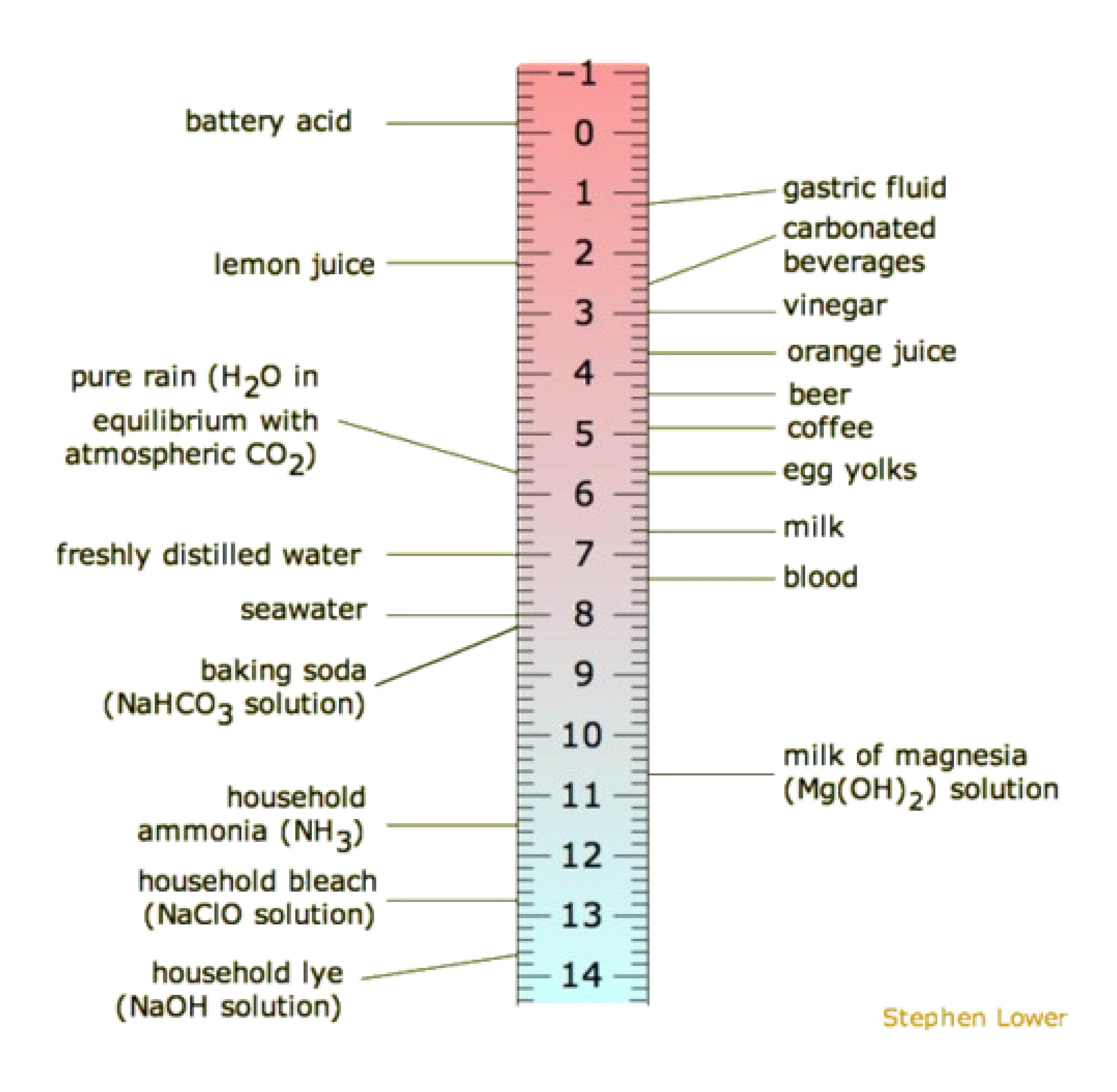


| Sound sources (noise) Examples with distance | Sound pressure Level $L_p$ dB SPL |
| --- | --- |
| Jet aircraft, 50 m away | 140 |
| Threshold of pain | 130 |
| Threshold of discomfort | 120 |
| Chainsaw, 1 m distance | 110 |
| Disco, 1 m from speaker | 100 |
| Diesel truck, 10 m away | 90 |
| Kerbside of busy road, 5 m | 80 |
| Vacuum cleaner, distance 1 m | 70 |
| Conversational speech, 1 m | 60 |
| Average home | 50 |
| Quiet library | 40 |
| Quiet bedroom at night | 30 |
| Background in TV studio | 20 |
| Rustling leaves in the distance | 10 |
| Hearing threshold | 0 |




مقياس القيد الهيدروجيتي اللوغاريتمي PH logarithmic scale






**التمثيل الإحداثي لنقطة**

لتحديد موقع أي نقطة على سطحٍ مستوي (ثنائي الأبعاد) فإننا نحتاج إلى وجود مستقيمين متقاطعين عند نقطة تدعى بنقطة الصفر , وعن طريق هذين المستقيمين المتقاطعين على صورة شارة + و المرقمين و المقسومين إلى أبعاد متساوية نستطيع تحديد موقع تلك النقطة .

يدعى المستقيم الأفقي بمحور  س  أو X-axis   بينما يدعى المستقيم العمودي بمحور ع  Y-axis  .

وهذين المحورين متعامدين مع بعضهما البعض و لا يلتقيان إلا في نقطةٍ واحدة وهي نقطة التقاطع أي النقطة صفر .

لتحديد موقع أي نقطة على ذلك السطح المستوي فإننا نستخدم نقطتين من كلا هذين المحورين: نقطة أفقية و نقطة عمودية.

و عندما نقوم بتحديد موقع نقطةٍ ما فإننا دائماً نذكر النقطة الأفقية   س  قبل النقطة العمودية  ع .

فإذا كنا  نكتب ابتداءً  من الجهة اليمنى كما في اللغة العربية  فإننا نكتب الإحداثية على الصورة ( س,ع) حيث تمثل  س النقطة الأفقية بينما  تمثل ع النقطة العمودية لأنه يتوجب علينا أن نبدأ أولاً بذكر النقطة الأفقية   س.

و إذا كنا نكتب ابتداءً من الجهة اليسرى كما في اللغات اللاتينية فإننا نكتب الإحداثية على الصورة  (x,y)  حيث تمثل  x النقطة الأفقية بينما  تمثل y النقطة العمودية لأنه يتوجب علينا أن نبدأ أولاً بذكر النقطة الأفقيةy .

يتضمن محوري الإحداثيات نقاطاً موجبة و نقاطاً سلبية :

القيم الموجبة تقع في أعلى و يمين نقطة الصفر.

القيم السلبية تقع في أسفل و يسار نقطة الصفر.

أعلى و يمين :قيم موجبة.

أسفل و يسار : قيم سلبية.

يشكل هذين المحورين حقلاً من النقاط التي تدعى   بالمستوي الإحداثي و يمتد في كلا الاتجاهين .

و لتحديد نقطة  في فضاءٍ ثلاثي الأبعاد فإننا ننشئ محوراً ثالثاً هو المحور z متعامداً مع المحورين السابقين  x  و z , و هذه المحاور الثلاثة تتعامد مع بعضها البعض في زاوية قائمة قياسها  90 درجة لتقسم هذه المحاور الثلاثة الفضاء  الثلاثي الأبعاد إلى ثمانية قطاعات تدعى بالثمانيات.

يمكننا أن نمثل أي نقطة على مستقيم باستخدام الإحداثية الأفقية  x  أو س .

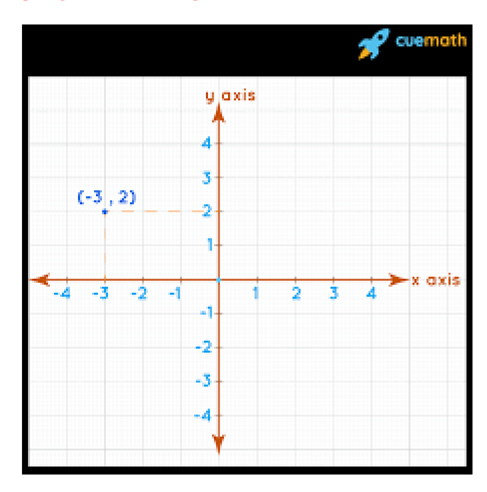
يمكننا أن نمثل أي نقطة على سطحٍ مستوي باستخدام كلٍ من الإحداثية الأفقية x أو س و الإحداثية العمودية  y   أو ع .

يمكننا تمثيل جميع المعادلات على شكلٍ إحداثي أي على شكل خطوط , و من هذا المبدأ نشأ ما يدعى بالهندسة التحليلية , حيث يتم توصيف الأشكال الهندسية بناءً على موقعها الإحداثي باستخدام الإحداثيات س الأفقي و ع العمودي و ذلك بخلاف ما يدعى بالهندسة التركيبية حيث يتم تعريف الأشكال الهندسية و فقاً للطريقة التي يتم إنشاؤها بها.

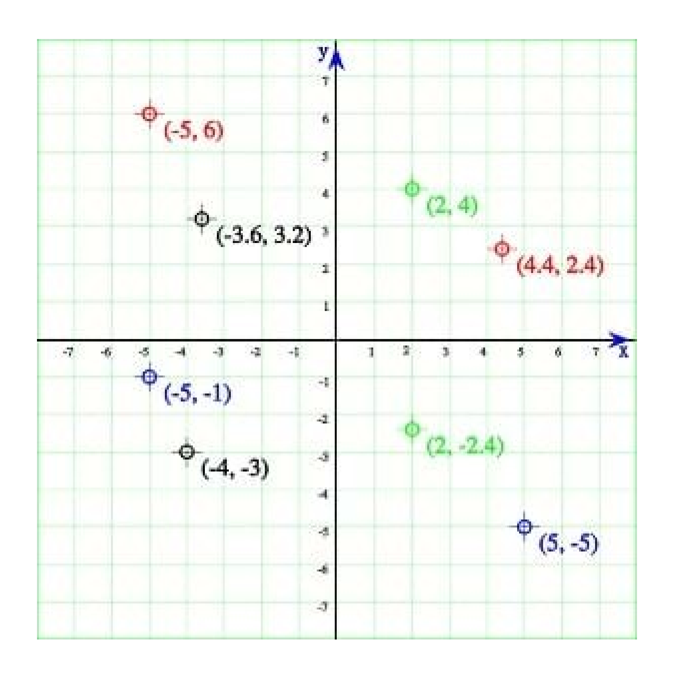
مستوي إحداثي Coordinate plane

الإحداثية (3-,2) تتألف من نقطة أفقية يمثلها العدد السلبي -3 الذي يقع في الجهة اليسرى من محور الأعداد الأفقي لأننا نذكر النقطة الأفقية أولاً , كما تتألف هذه الإحداثية من العدد الموجب 2 الذي يقع على محور الأعداد العمودي لأننا نذكر النقطة العمودية لاحقاً.

لاحظ كيف أن الأعداد السلبية تشغل الجزئين السفلي و الأيسر من التقاطع بينما تشغل الأعداد الموجبة الجزئين العلوي و الأيمن من التقاطع.

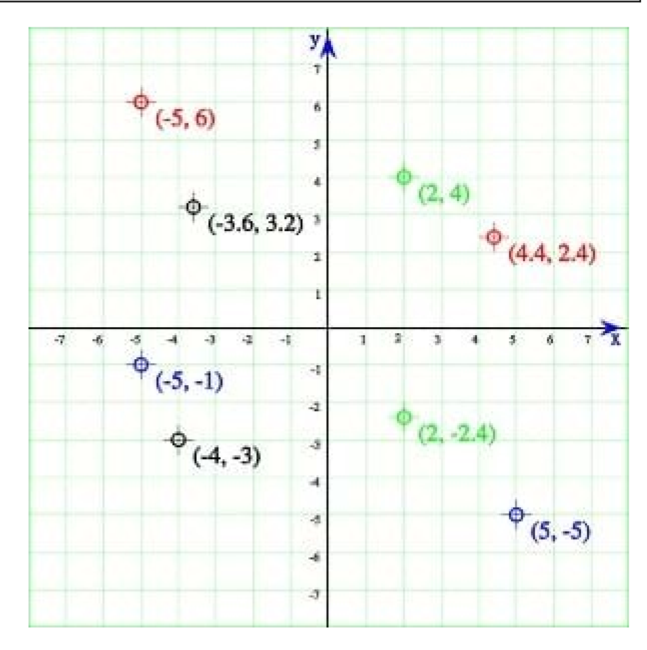



الاحداثية (5-,6) تتألف من النقطة الأفقية التي يمثلها العدد السلبي -5 الذي يقع على محور الأعداد الأفقي و النقطة العمودية التي يمثلها العدد الموجب 6 الذي يقع على محور الأعداد العمودي.

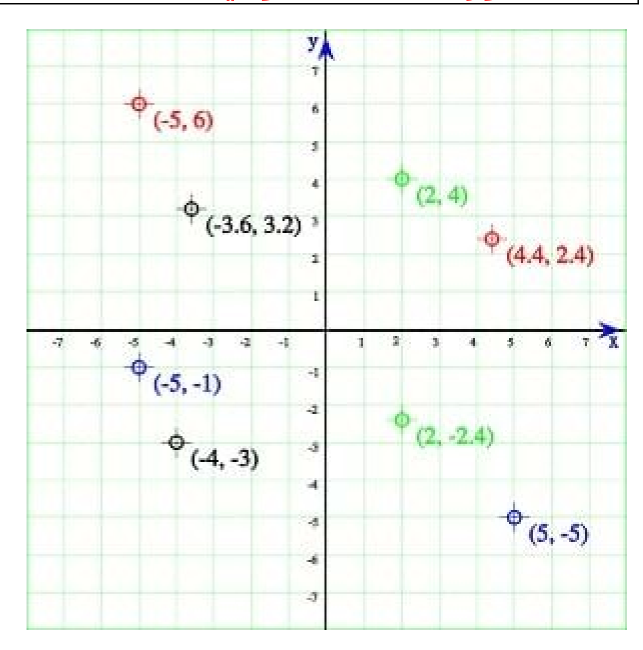


y
x
(-5, 6)
(-3.6, 3.2)
(2, 4)
(4.4, 2.4)
(-5, -1)
(-4, -3)
(2, -2.4)
(5, -5)

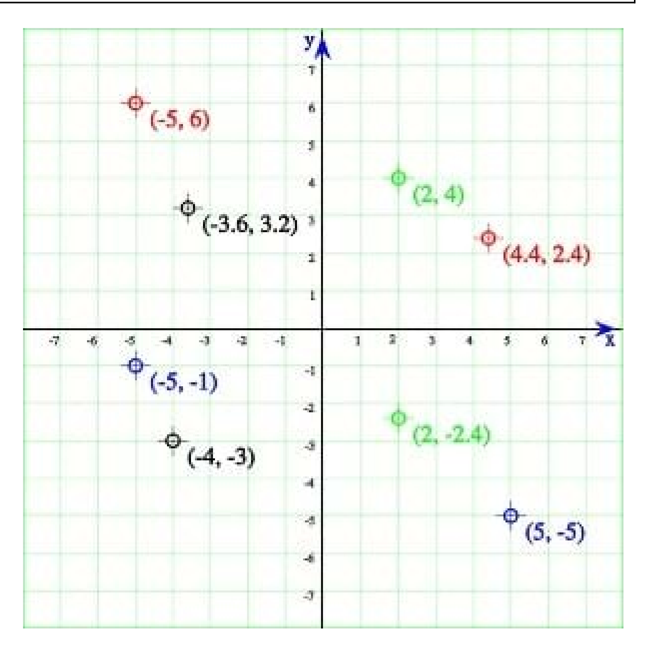
الاحداثية  (3.6-,3.2)  تتألف من النقطة الأفقية  التي يمثلها العدد السلبي  3.6- الذي يقع على محور الأعداد الأفقي و النقطة العمودية التي يمثلها العدد الموجب 3.2 الذي يقع على محور الأعداد العمودي.



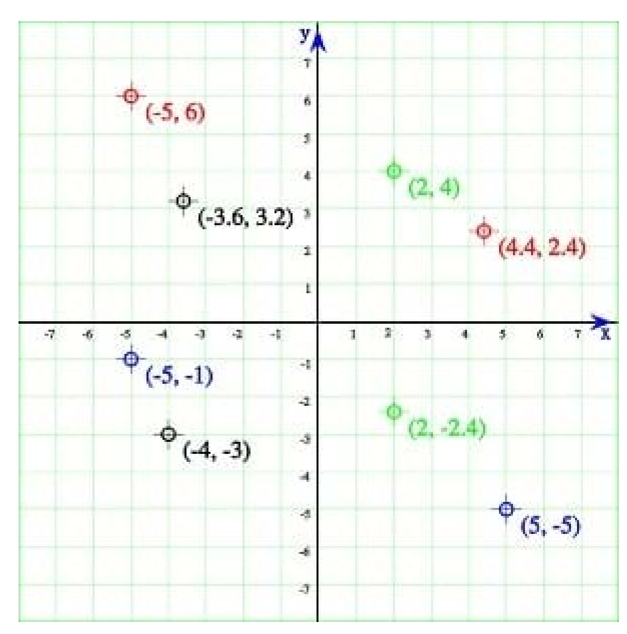

الاحداثية  (4, 2)  تتألف من النقطة الأفقية  التي يمثلها العدد الموجب  2 الذي يقع على محور الأعداد الأفقي و النقطة العمودية التي يمثلها العدد الموجب 4الذي يقع على محور الأعداد العمودي.



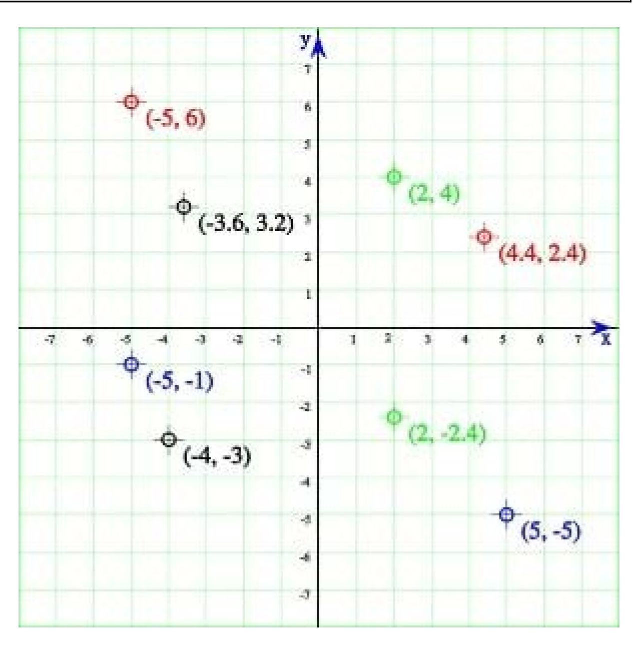
الاحداثية (2.4 ,4.4) تتألف من النقطة الأفقية التي يمثلها العدد الموجب 4.4 الذي يقع على محور الأعداد الأفقي و النقطة العمودية التي يمثلها العدد الموجب 2.4الذي يقع على محور الأعداد العمودي.



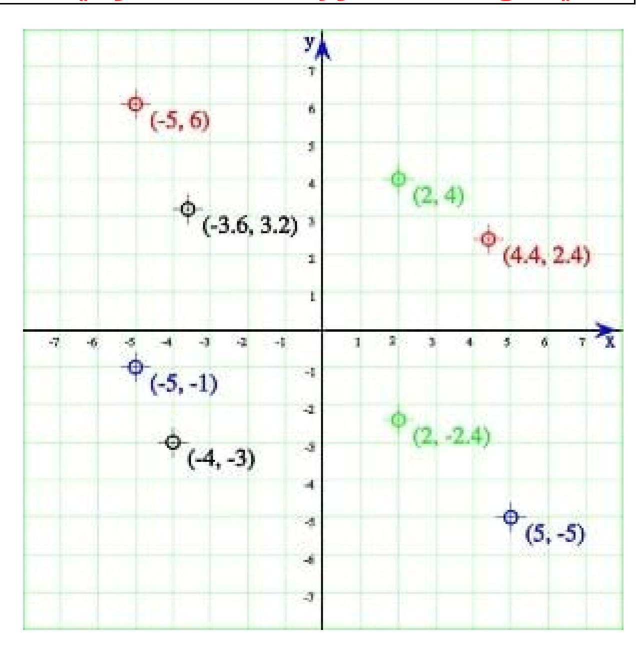

الاحداثية (1-, 5-) تتألف من النقطة الأفقية التي يمثلها العدد السلبي -5 الذي يقع على محور الأعداد الأفقي و النقطة العمودية التي يمثلها العدد السلبي -1الذي يقع على محور الأعداد العمودي.



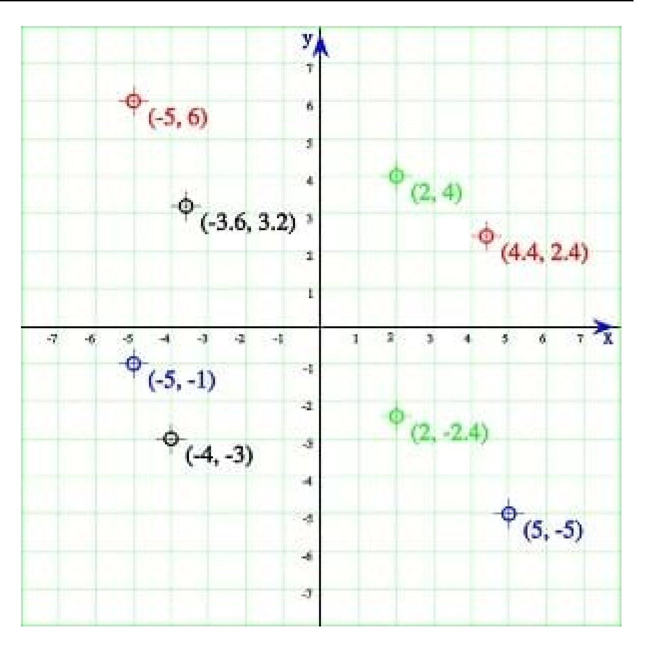
الاحداثية (-4 ,-3) تتألف من النقطة الأفقية التي يمثلها العدد السلبي -4 الذي يقع على محور الأعداد الأفقي و النقطة العمودية التي يمثلها العدد السلبي -3الذي يقع على محور الأعداد العمودي.




الاحداثية (2 ,-2.4) تتألف من النقطة الأفقية التي يمثلها العدد الموجب 2 الذي يقع على محور الأعداد الأفقي و النقطة العمودية التي يمثلها العدد السلبي -2.4 الذي يقع على محور الأعداد العمودي.



الاحداثية (5 ,-5) تتألف من النقطة الأفقية التي يمثلها العدد الموجب 5 الذي يقع على محور الأعداد الأفقي و النقطة العمودية التي يمثلها العدد السلبي 5- الذي يقع على محور الأعداد العمودي.




تذكر دائماً بأننا عندما نكتب ابتداءً من الجهة اليسرى فإننا نذكر النقطة الأفقية أي النقطة التي تقع على محور الأعداد الأفقي أولاً ثم نذكر بعد ذلك النقطة العمودية أي النقطة التي تقع على محور الأعداد العمودي.

الربع الأول ( العلوي اليميني) من التقاطع يحوي أعداد موجبة فقط أفقية و عمودية.

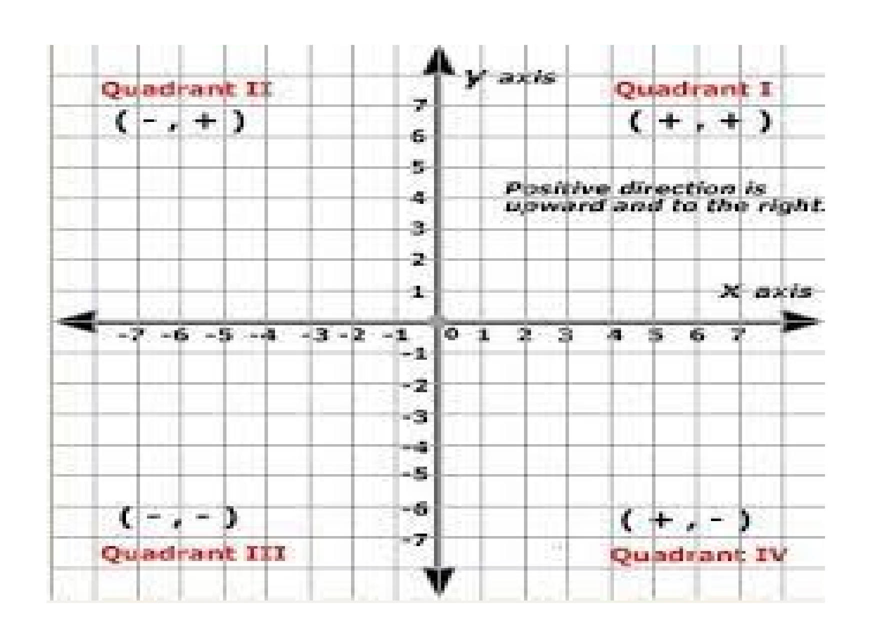
الربع الثاني(العلوي اليساري) من التقاطع يحوي أعداد أفقية سلبية و أعداد عمودية موجبة.

الربع الثالث ( السفلي اليساري) من التقاطع يتألف من أعداد سلبية فقط أفقية و عمودية.

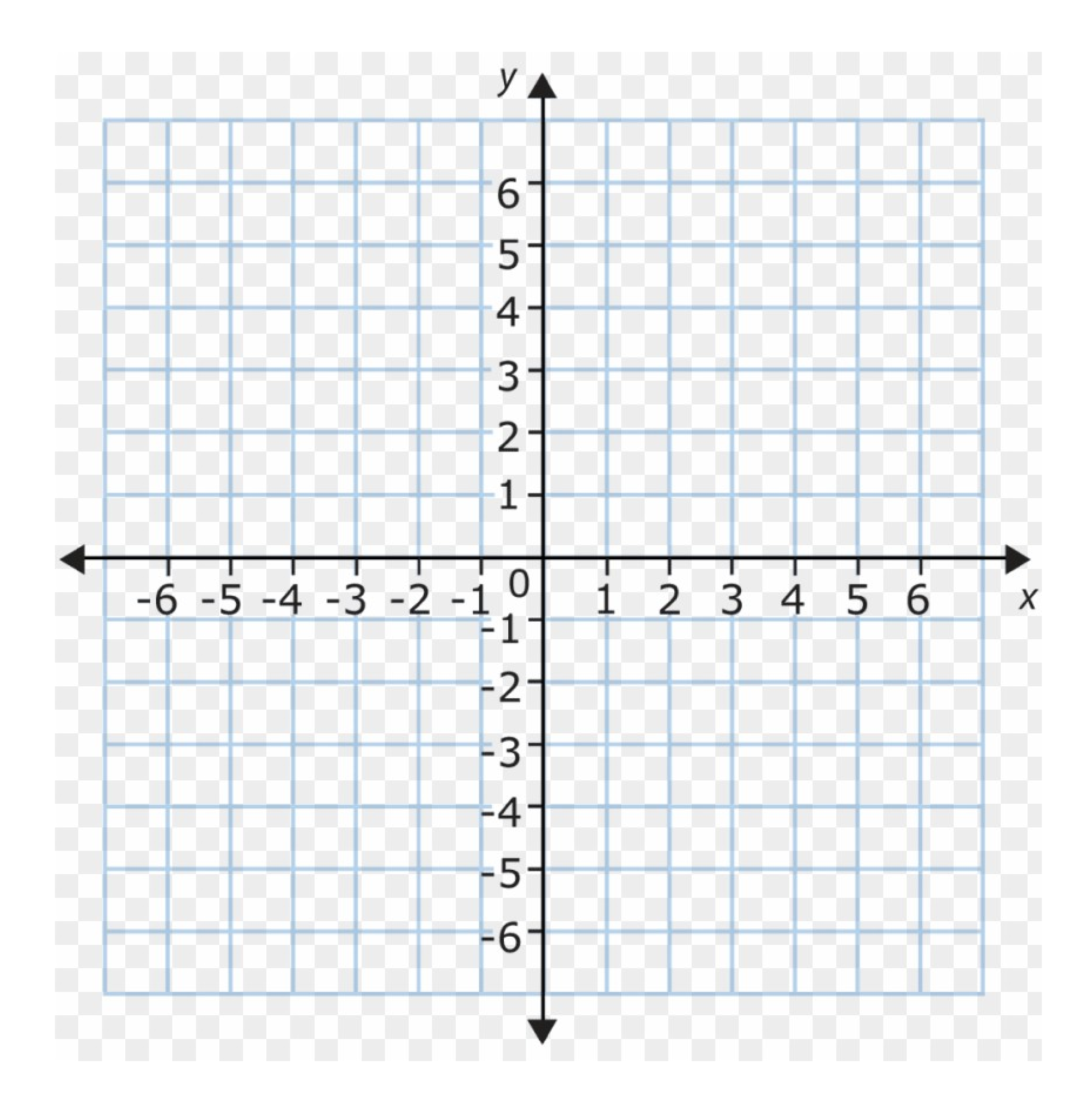
الربع الرابع (السفلي اليميني) من التقاطع يتألف من أعداد أفقية موجبة و أعداد عمودية سلبية.

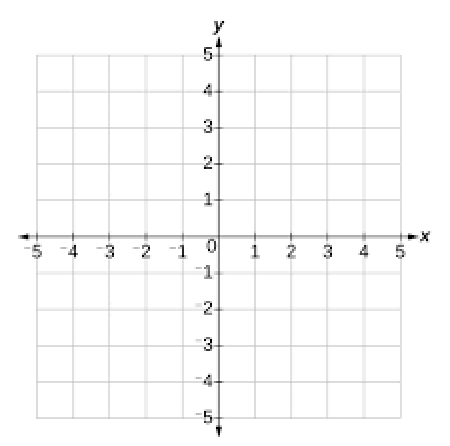
الربع العلوي اليميني يحتوي فقط على أعداد موجبة أفقية و عمودية.

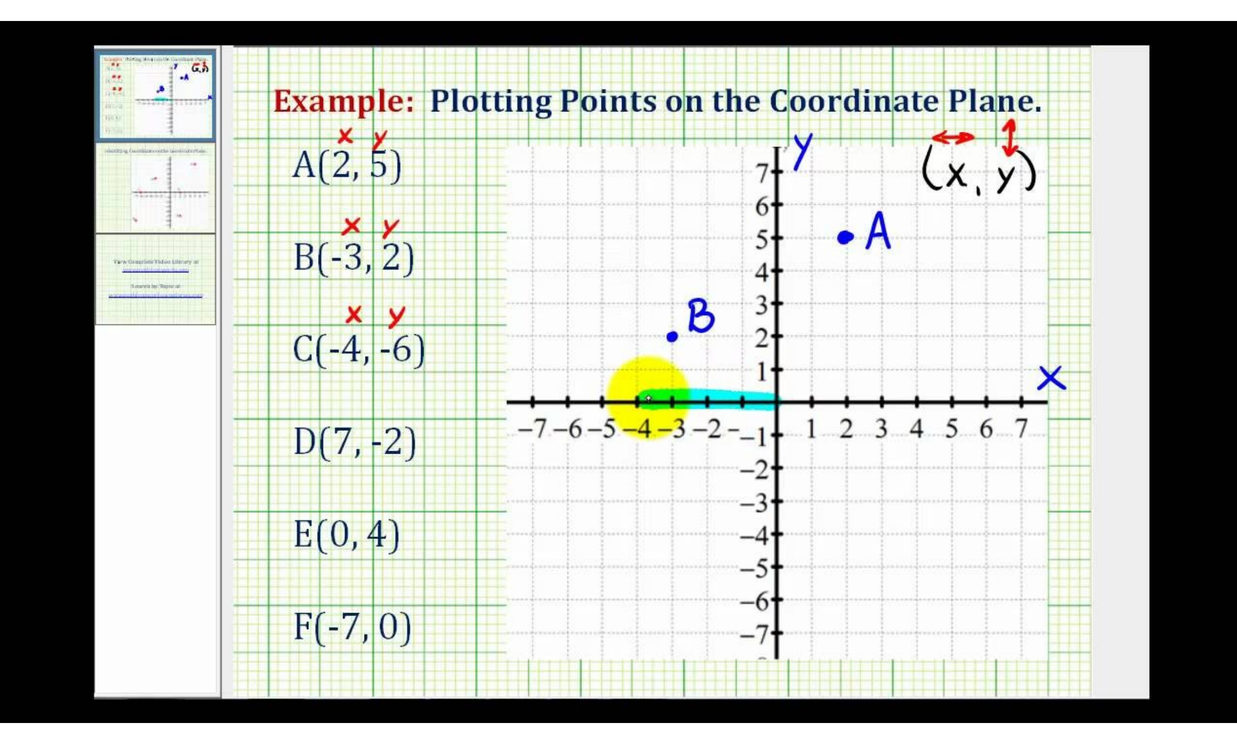
الربع السفلي الأيسر يحتوي فقط على أعداد سلبية أفقية و عمودية.



Quadrant II
( - , + )
Y axis
Quadrant I
( + , + )
Positive direction is upward and to the right.
X axis
-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7
7 6 5 4 3 2 1 -1 -2 -3 -4 -5 -6 -7
( - , - )
Quadrant III
( + , - )
Quadrant IV


y
6
5
4
3
2
1
0
-6 -5 -4 -3 -2 -1
1 2 3 4 5 6
x
-1
-2
-3
-4
-5
-6





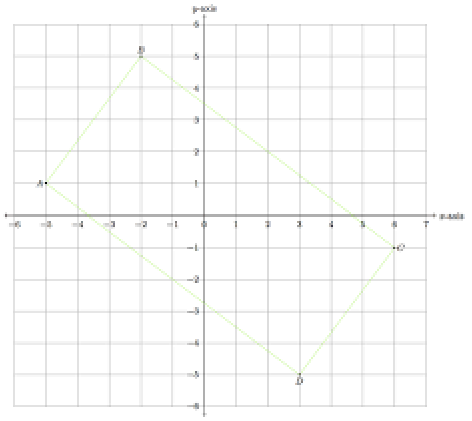
Example: Plotting Points on the Coordinate Plane.
A(2, 5)
B(-3, 2)
C(-4, -6)
D(7, -2)
E(0, 4)
F(-7, 0)
(x, y)

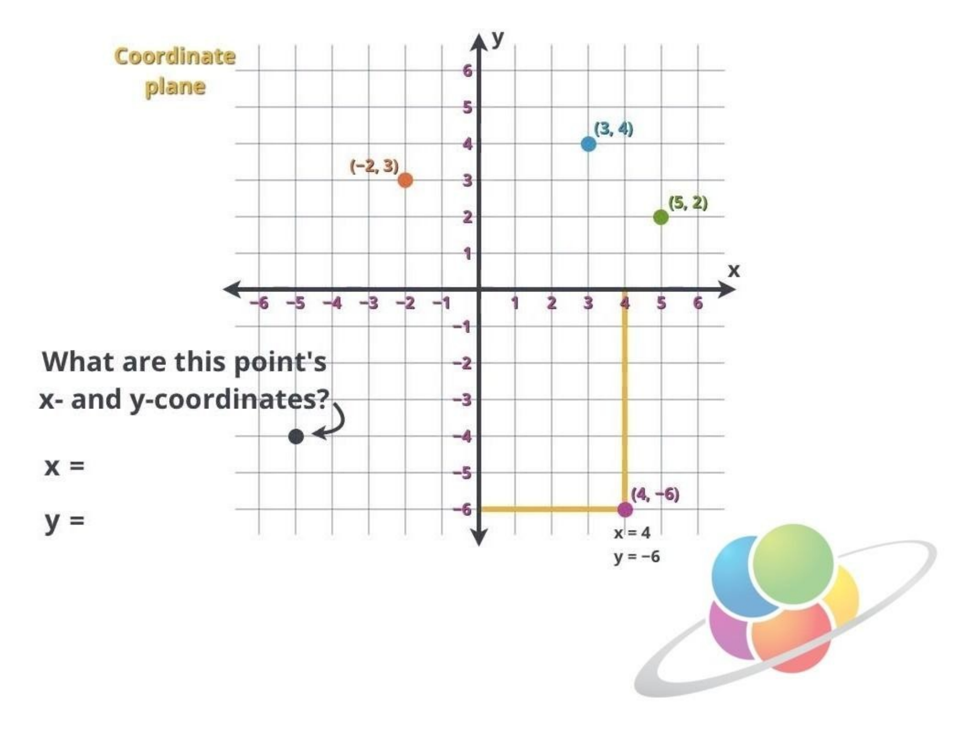
Quadrant II

Quadrant I

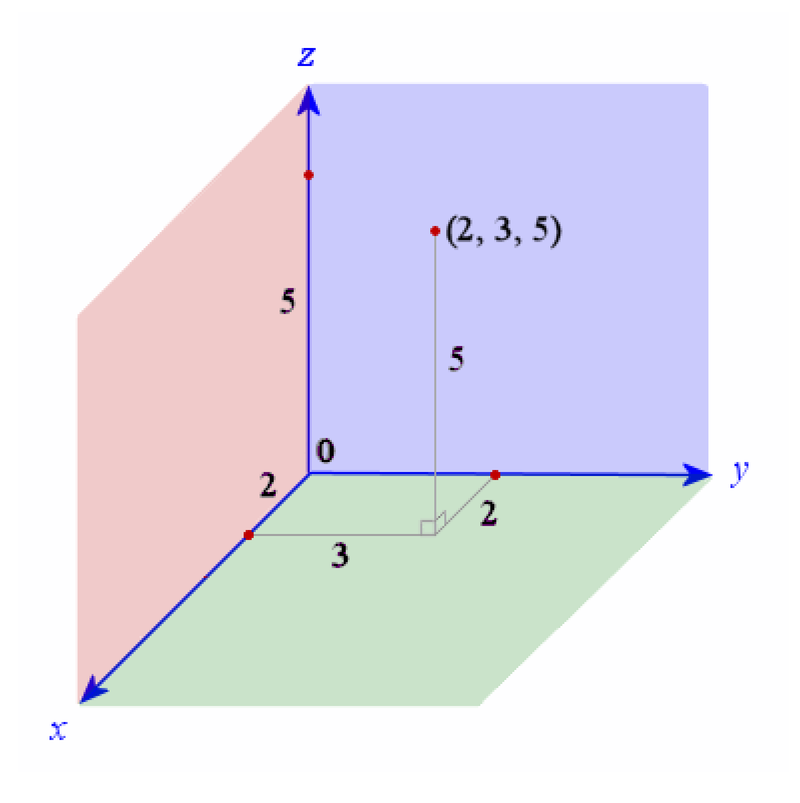
Quadrant III

Quadrant IV

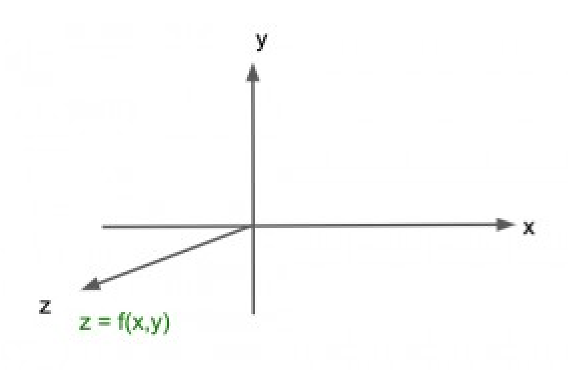





ترسيم الفضاء الثلاثي الأبعاد  Plotting 3-D space

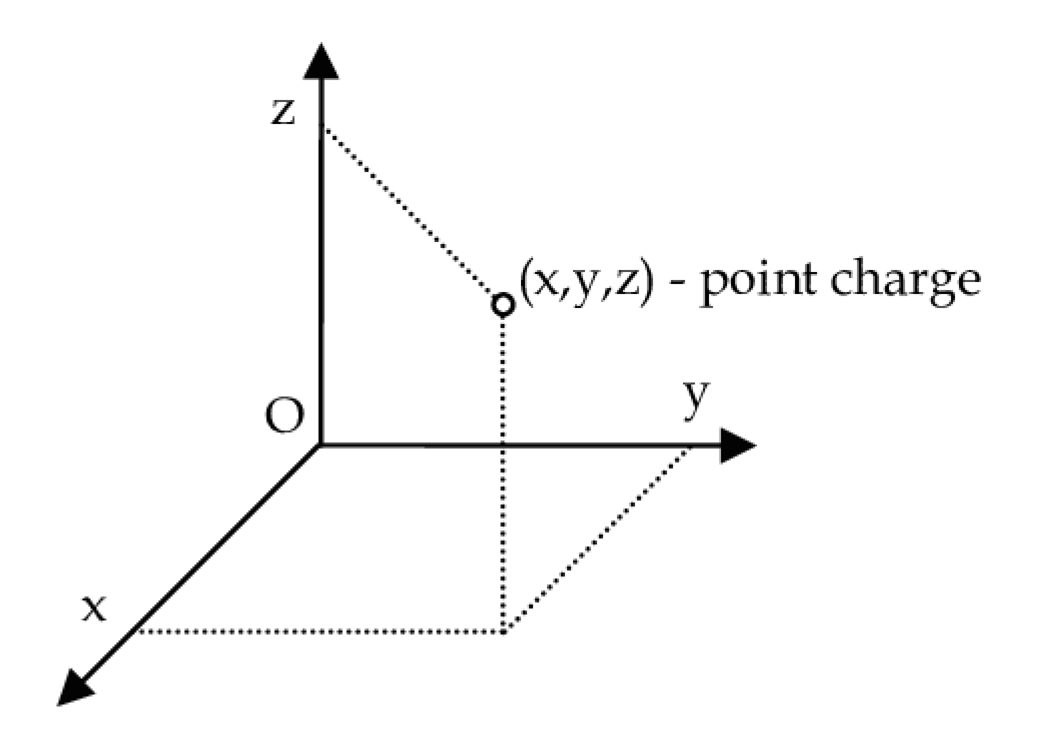


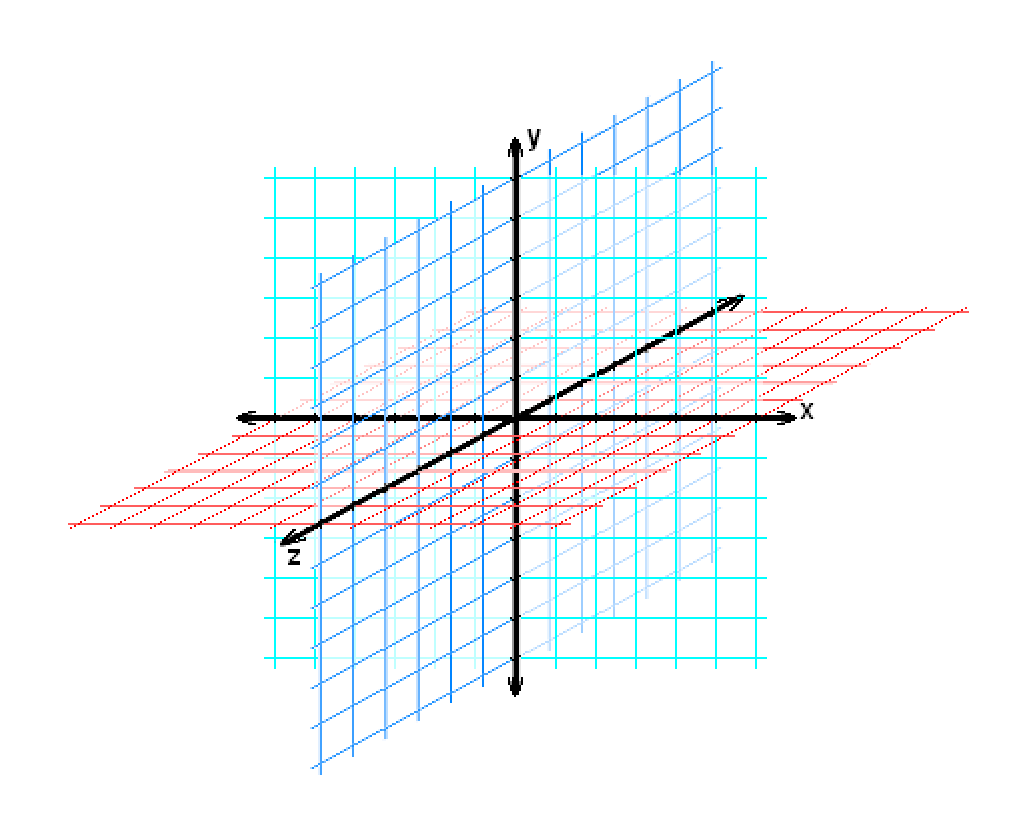
P (x, y, z)

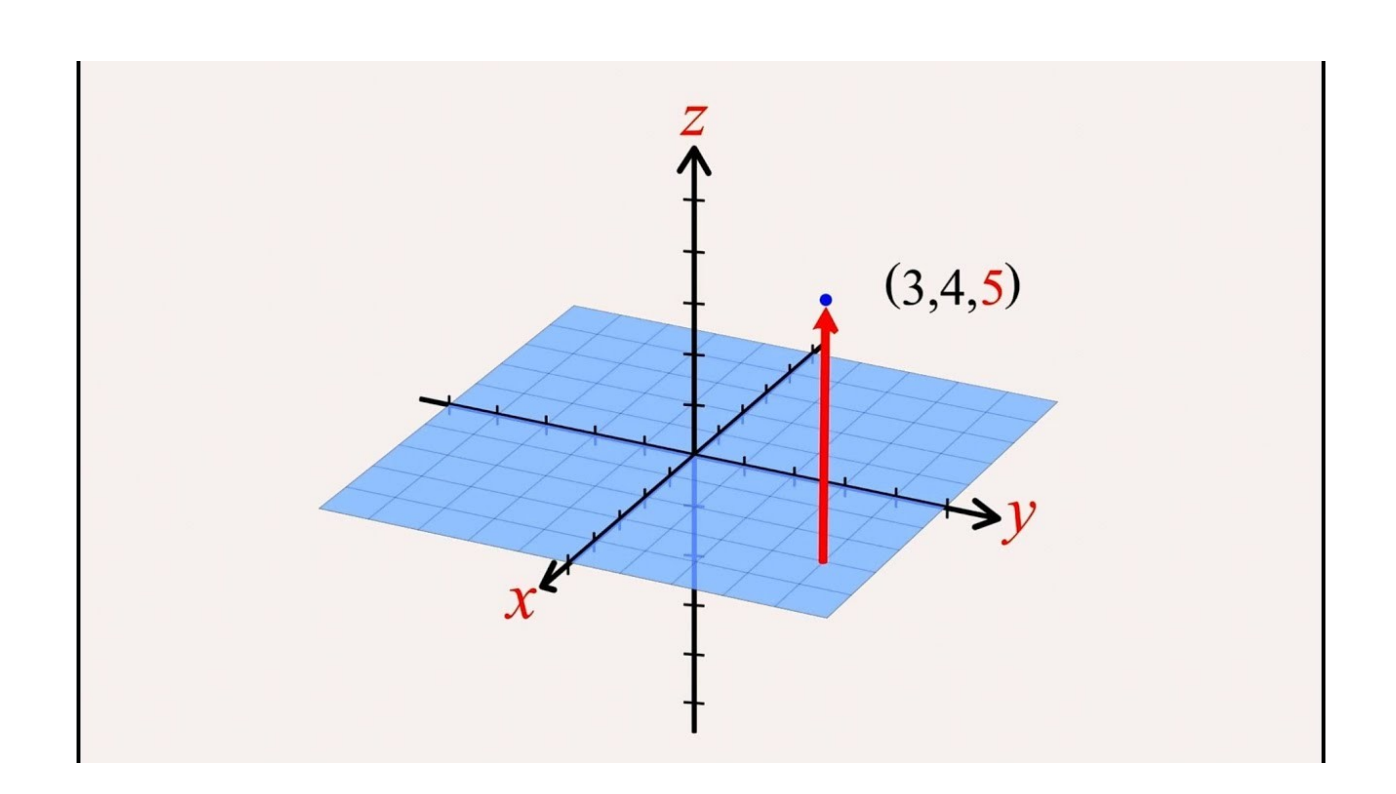


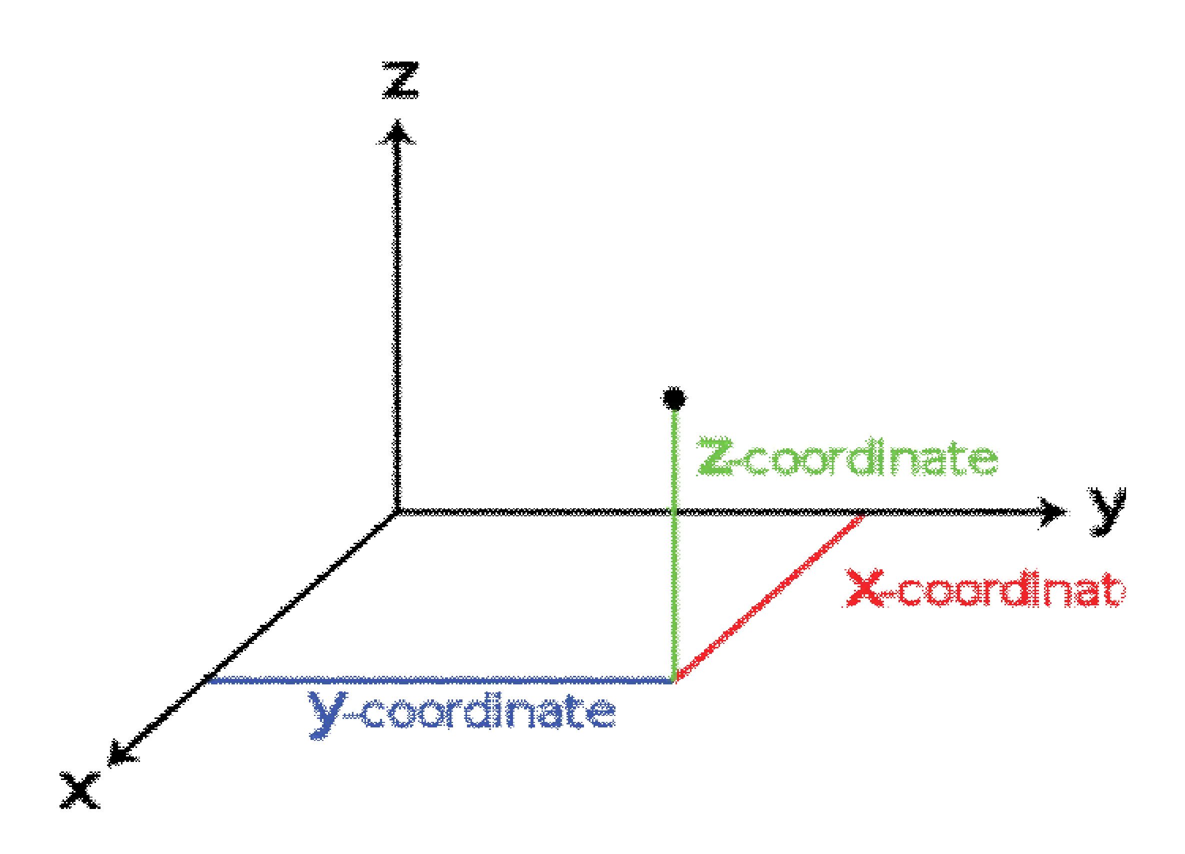

إحداثيات ديكارتية ثلاثية الأبعاد 3-D Cartesian coordinates

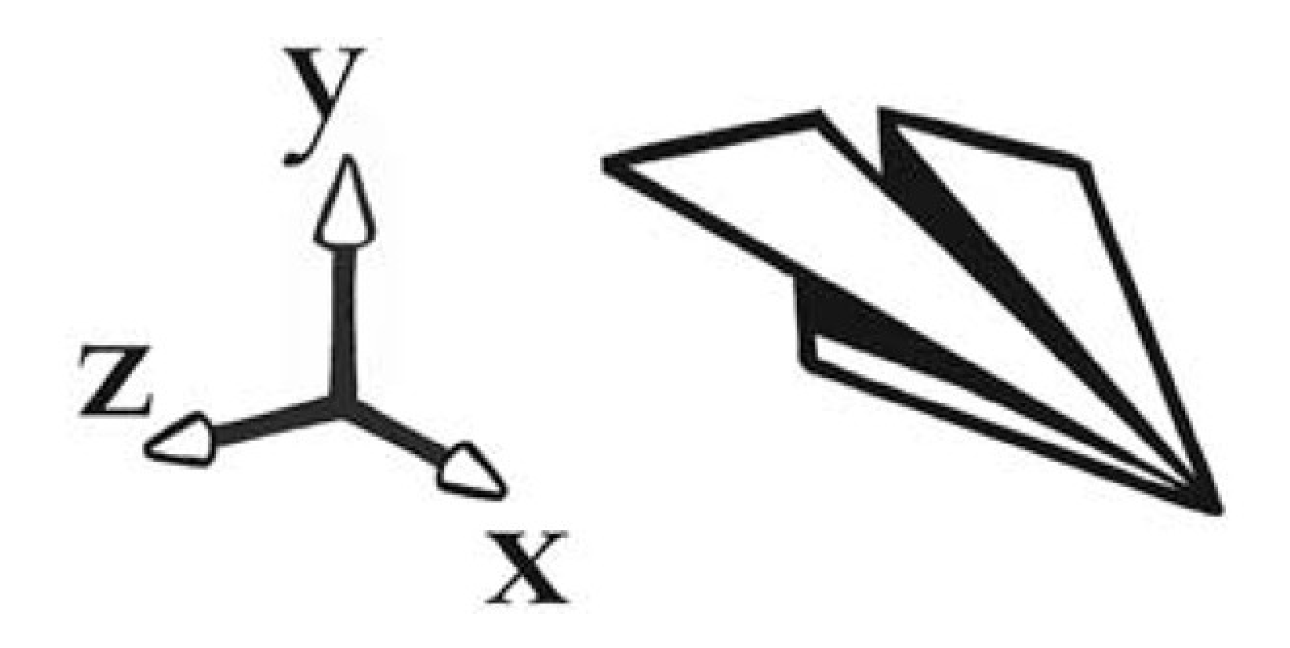
يتم تمثيل كائنٍ ثلاثي الأبعاد باستخدام ثلاثة محاور و ثلاثة أعداد حيث يمثل كل محورٍ من هذه المحاور الثلاثة بعداً من الأبعاد الثلاثة.

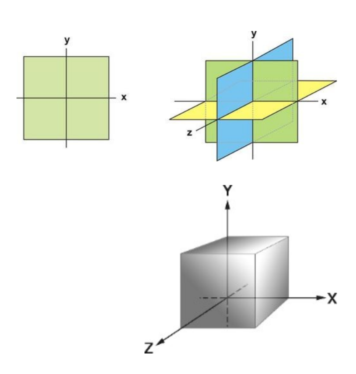

z
(x,y,z) - point charge
O
y
x


y
x
z


z
(3,4,5)
y
x


z
z-coordinate
y
x-coordinat
y-coordinate
x




ثمانيات  Octants

الهندسة التحليلية  Analytic geometry

.الهندسة التركيبية   Synthetic geometry

النظام الإحداثي  The coordinate system

س    الإحداثي الأفقي  X-axis=abscissa

ع   الإحداثي العمودي  y-axis=ordinate

**النظام الإحداثيCoordinate system**

نظرية  فيفياني  في المثلث

نتيجة جمع بعد أي نقطة في مثلثٍ متساوي الساقين عن أضلاع ذلك المثلث الثلاث تساوي ارتفاع ذلك المثلث.

بعد أضلاع المثلث المتساوي الساقين الثلاثة عن أية نقطة تقع داخل ذلك المثلث تساوي ارتفاع ذلك المثلث.

ليكن لدينا مثلثٌ متساوي الساقين , و لتكن لدينا نقطةٌ ما داخل ذلك المثلث.

ننشئ من تلك النقطة ثلاثة مستقيمات تصل بين تلك النقطة و بين أضلاع ذلك المثلث الثلاثة .

بالطبع فإن المستقيمات الثلاثة التي أنشأناها من تلك النقطة إلى أضلاع المثلث الثلاثة تمثل بعد تلك النقطة عن أضلاع المثلث الثلاثة.

المستقيمات التي تصل بين تلك النقطة و بين أضلاع المثلث الثلاثة تكون متعامدة مع أضلاع المثلث الثلاثة : أي أنها تشكل زاويةً قائمة مع أضلاع المثلث قياسها بالطبع  90 درجة.

إذا أنشأنا ثلاثة مستقيمات تصل بين تلك النقطة الموجودة في قلب المثلث و بين زوايا المثلث الثلاثة فإنه يتشكل لدينا ثلاثة مثلثات ضمن ذلك المثلث.

كما تعلمون فإن مساحة المثلث تساوي نصف ضرب قاعدة المثلث ضرب ارتفاع المثلث.

مساحة المثلث= $\frac{1}{2}$ ×قاعدة المثلث×ارتفاع المثلث.

فإذا كانت مساحة المثلث تساوي $\frac{1}{2}$ × قاعدة المثلث× ارتفاع المثلث.

و بما أن بعد النقطة الموجودة في قلب المثلث عن أضلاع المثلث الثلاثة تساوي ارتفاع ذلك المثلث .

فإن مساحة المثلث المتساوي الساقين وفقاً لنظرية فيفياني تساوي :

$\frac{1}{2}$ × قاعدة المثلث × بعد النقطة الموجودة في قلب المثلث عن الضلع الأول+بعد النقطة الموجودة في قلب المثلث عن الضلع الثاني+بعد النقطة الموجودة في قلب المثلث عن الضلع الثالث.

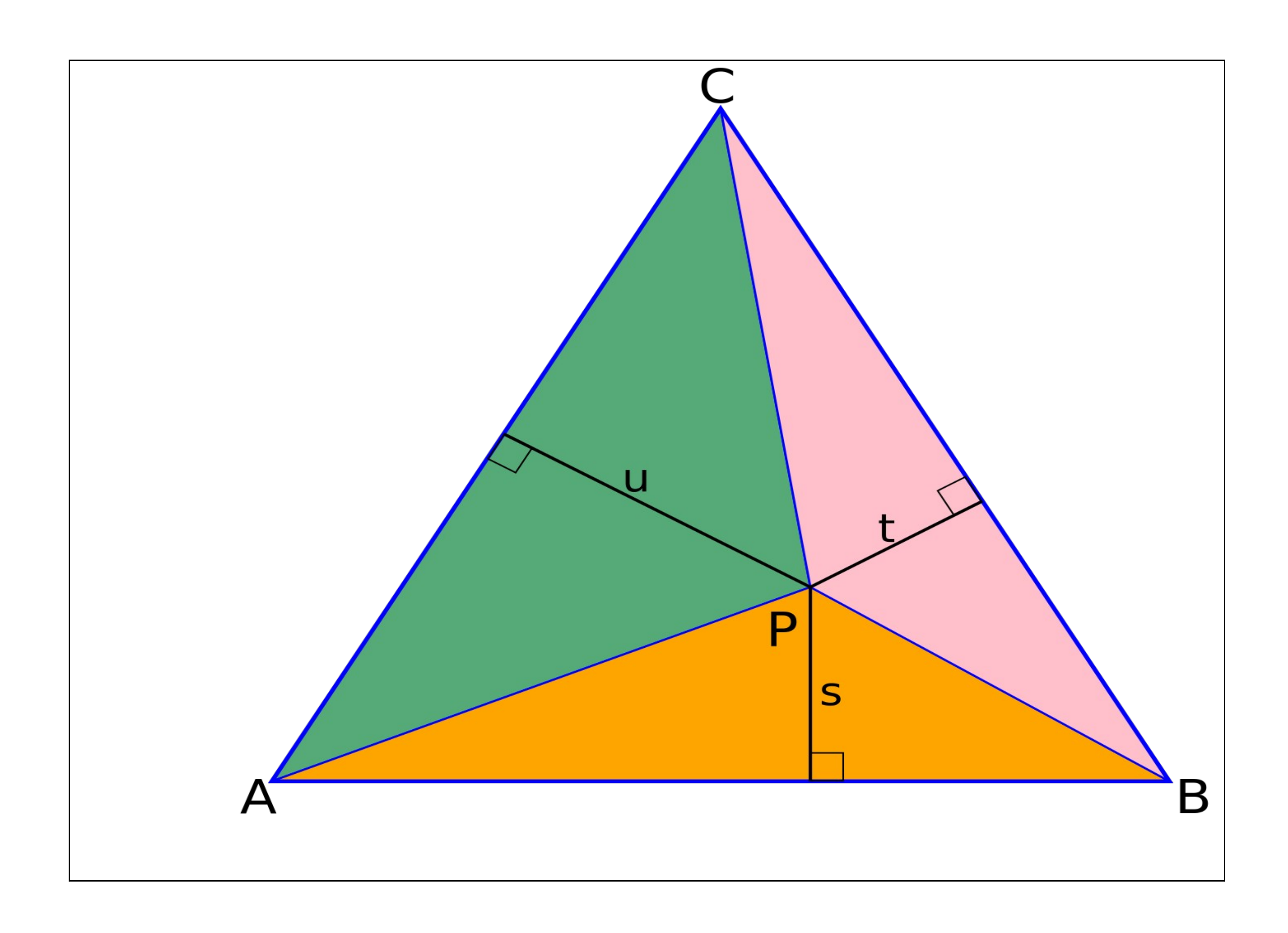
أي أننا أثناء حساب مساحة المثلث قمنا باستبدال ارتفاع المثلث بمجموع أبعاد النقطة الموجودة في قلب المثلث المتساوي الساقين عن أضلاعه الثلاثة على اعتبار أن ارتفاع المثلث المتساوي الساقين يساوي البعد بين نقطة موجودة داخل ذلك المثلث و بين أضلاعه الثلاثة .

**نظرية فيفياني :**

إن الارتفاع في مثلثٍ متساوي الساقين يساوي دائماً مجموع أطوال المستقيمات التي تصل ما بين أي نقطة موجودة داخل مثلثٍ متساوي الساقين و بين أضلاع ذلك المثلث الثلاثة و التي تكون متعامدة بزاوية قائمة مع أضلاع ذلك المثلث.

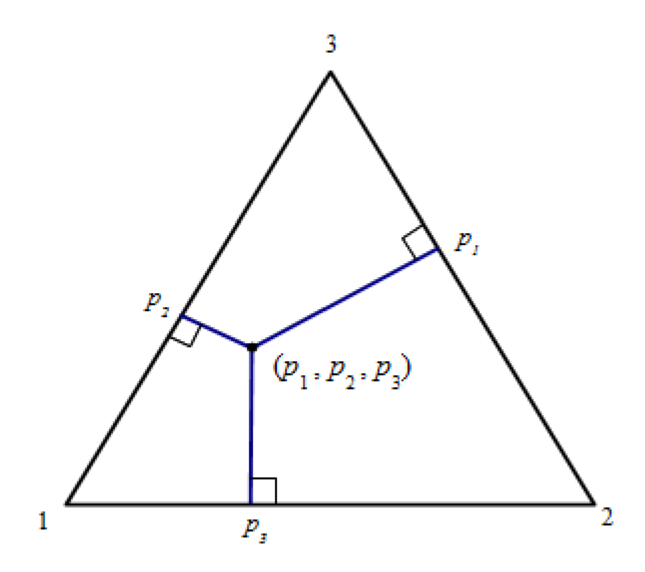
الارتفاع في مثلثٍ متساوي الساقين هو المسافة ما بين رأس المثلث و قاعدته أو أنها الخط الوهمي الذي يصل رأس المثلث بقاعدته و الذي يكون متعامداً مع قاعدة المثلث.

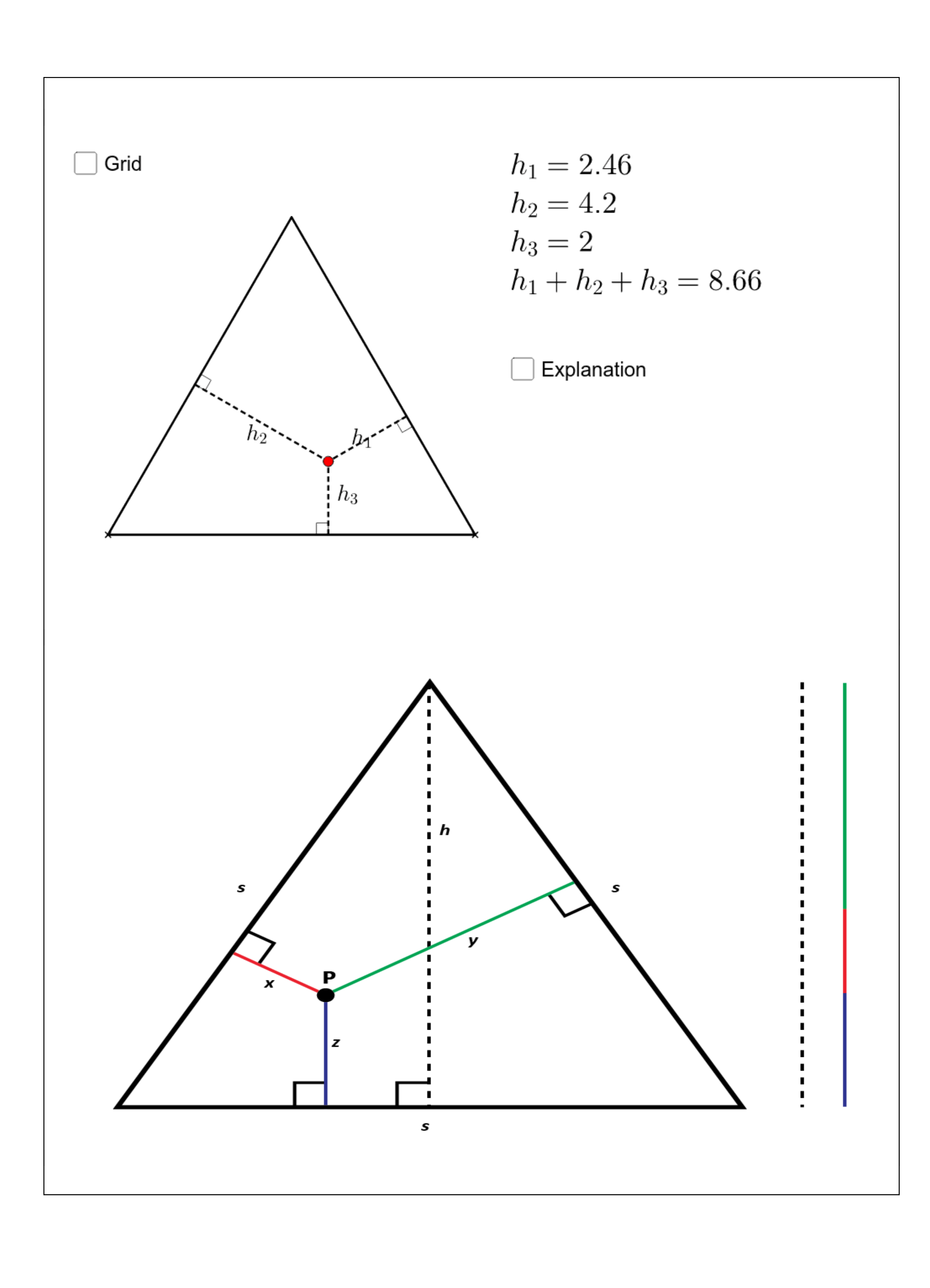
Viviani’s triangle theorem أطروحة فيفياني في المثلث


C
u
t
P
s
A
B

$$x + y + z = a$$

**Geometric representation of simplex for 3 probabilities/shares ($p_1 + p_2 + p_3 = 1$)**

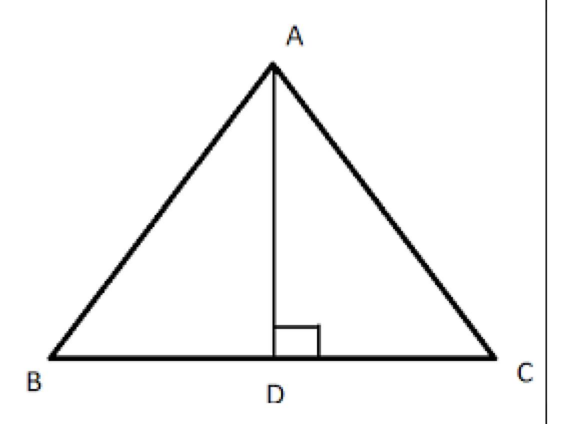


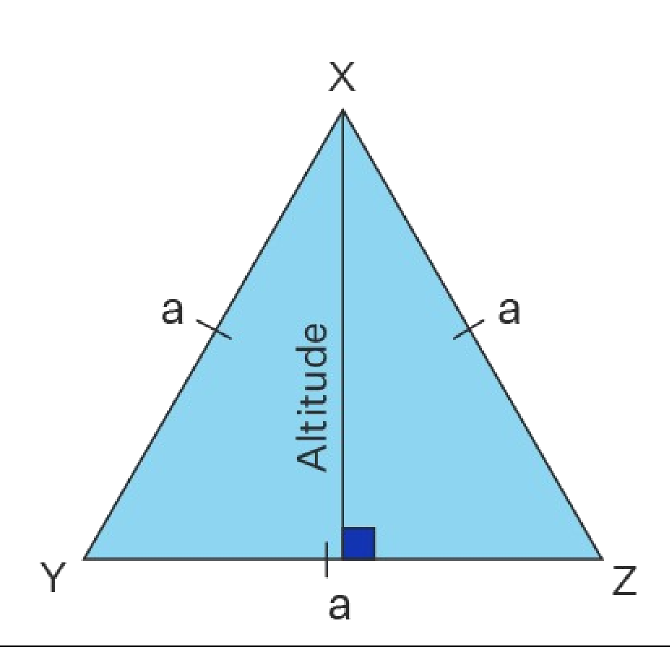


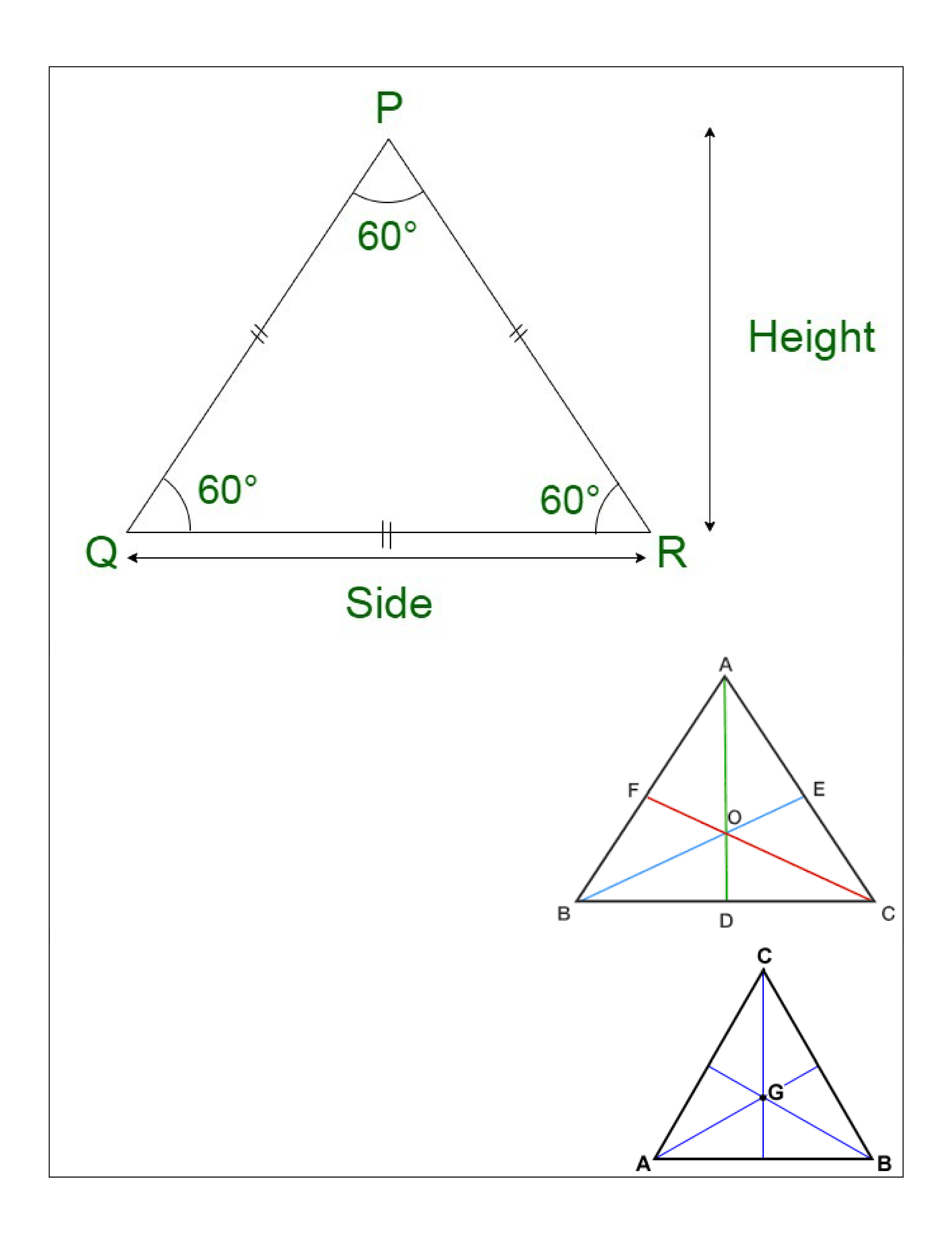
Grid
$h_1 = 2.46$
$h_2 = 4.2$
$h_3 = 2$
$h_1 + h_2 + h_3 = 8.66$
Explanation
$h_2$
$h_1$
$h_3$
h
s
s
y
x
P
z
s

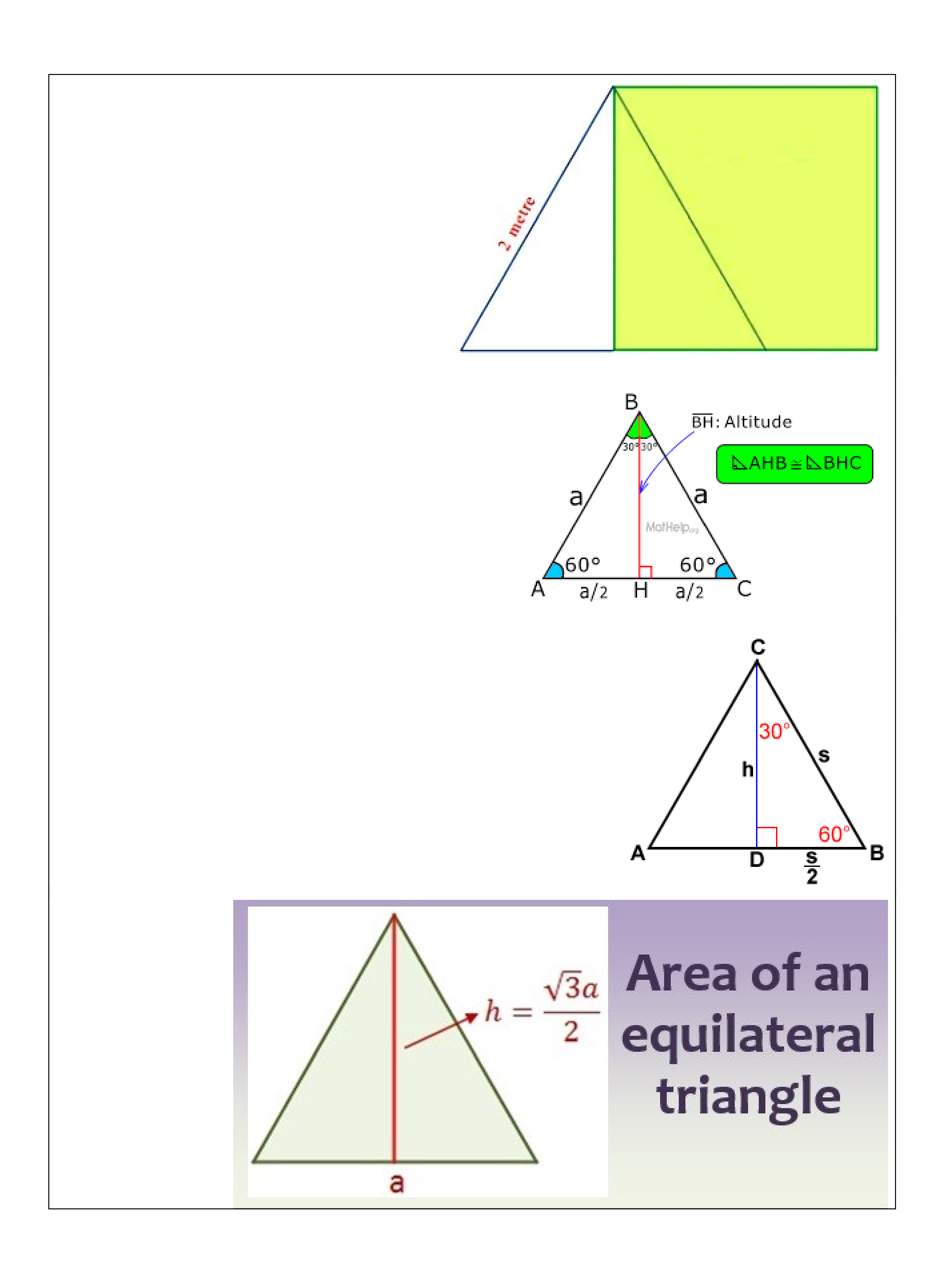
مثلثٌ متساوي الساقين  Equilateral triangle

الارتفاع في مثلثٍ متساوي الساقين  Altitude in an equilateral triangle




P
60°
Height
60°
60°
Q
R
Side
A
F
E
O
B
D
C
C
G
A
B


2 metre
B
BH: Altitude
30° 30°
⊿AHB ≅ ⊿BHC
a
a
MatHelp.org
60°
60°
A
a/2
H
a/2
C
C
30°
s
h
60°
A
D
s/2
B
h = √3a/2
a
Area of an equilateral triangle

إن معامل أي عددٍ صحيح هو حاصل ضرب ذلك العدد الصحيح بجميع الأعداد الصحيحة الأدنى منه .

معامل العدد 2 هو $1\times2$

معامل العدد 3 هو $1\times 2\times3$

معامل العدد 4 هو $4\times3\times2\times1$

معامل العدد 5 هو $5\times4\times3\times2\times1$

معامل العدد 6 هو $6\times5\times4\times3\times2\times1$

**نظرية المجموعات**

المجموعة هي عبارة عن تجمع عناصر أو أشياء أياً تكن .

المجموعة المحدودة او المجموعة المتناهية : هي المجموعة التي تحوي عدداً محدوداً من العناصر.

المجموعة البسيطة: هي المجموعة التي لا يمكن تجزئتها إلى مجموعاتٍ أصغر.

المجموعات البسيطة المحدودة ( المجموعات المتناهية) أي المجموعات التي تحوي عدداً محدوداً يمكن حصره و إحصائه من العناصر

الفئة group : هي عبارة عن مجموعة و لكنها تتضمن عملية رياضية ( عملية جمع مثلاً) كما أنها تتبع مسلمات و بديهية معينة ( ذكرتها في موضع آخر )

الحلقة : نوعٌ من المجموعات يتضمن عمليةً ثانية و غالباً ما تكون تلك العملية عملية ضرب , كما أن الحلقة تتضمن خاصيةً تشاركية أي أن ترتيب العمليات الرياضية ضمن الحلقة لا يؤثر على نتيجتها.

توصف المجموعات البسيطة بأنها ذرات الجبر, و كما أنه يمكن بناء جميع الأعداد الصحيحة من أعداد أولية و كذلك فإن جميع المحدودة المتناهية يمكن بنائها من مجموعات بسيطة محدودة و متناهية .

إن المجموعة في الرياضيات لا تعني فقط تجمعاً من العناصر و إنما فإنها تعني كذلك كيف يمكن لعناصر مجموعةٍ ما توليد عناصر أخرى عن طريق العمليات الرياضية مثل الضرب و الجمع و الطرح و سواها.

مثال على المجموعات المحدودة نادي برشلونة الرياضي مثلاً حيث أنه يضم عدداً محدوداً من العناصر قابلٌ للحصر وهم لاعبي النادي و إدارييه .

كل مدرسة تمثل مجموعة محدودة و متناهية كذلك ذلك أن عناصرها محدودة و قابلة للعد و الحصر : مجموع التلاميذ و المدرسين و الإداريين و الفراشين

مثال على المجموعات الغير محدودة و اللامتناهية : مجموعة الأعداد الصحيحة الخاضعة لعملية إضافة أي عملية جمع. لماذا؟

لأن عملية الجمع تعني بأنه يمكن إضافة عناصر جديدة أي أعداد جديدة بصورة لا نهائية .لماذا؟

لأنه ليس هنالك عددٌ نهائي لا عدد بعده و لا يمكن إضافة عددٍ آخر إليه.

لتكن لدينا المجموعتين أ و ب .

إن اتحاد المجموعتين أ و ب هي مجموعةٌ تحوي جميع العناصر الموجودة في كلٍ من المجموعتين أ و ب .

مثال : إذا كانت آ تمثل شركة و ب تمثل شركةً أخرى فإن اتحاد و اندماج هاتين الشركتين مع بعضهما ينتج مجموعةً واحدة أو شركة واحدة تضم جميع أفرع و مخازن و موظفي كلا الشركتين.

تقاطع مجموعتين أي تقاطع المجموعتين أ و ب هو مجموعة تحوي فقط العناصر المشتركة أي العناصر الموجودة في كلٍ من المجموعتين أ و ب .

أي أن تقاطع المجموعتين أ و ب هو العناصر التي تنتمي لكلا هاتين المجموعتين في الوقت ذاته.

فإذا كانت المجموعة أ تمثل الصف الدراسي و تحوي التلاميذ :

عمر,نور,شمس,علاء,وليد,زيد,عبد الهادي,خالد,يوسف,يحيى.

و إذا كانت المجموعة ب تمثل النادي الرياضي و تحوي اللاعبين :

أحمد,سعيد,عبد الهادي,سعد,بهجت,شمس,عبد الرحمن,نور

فإن تقاطع المجموعة أ مع المجموعة ب هي مجموعةً تحوي فقط العناصر الموجودة في كلا هاتين المجموعتين, أي أن تقاطع هاتين المجموعتين هو مجموعةٌ تضم العناصر التي تنتمي إلى كلتا هاتين المجموعتين , أي الأولاد الذين هم تلاميذ في الصف و أعضاء في النادي الرياضي في الوقت ذاته .

أي ان تقاطع المجموعتين أ و ب = ( نور,شمس,عبد الهادي)

**عملية طرح مجموعتين**

كما تعلمون فإن ناتج عملية الطرح هو العناصر الموجودة في أ و الغير موجودة في ب

فإذا قلنا 9-7=2 فإن الناتج 2 يعني العنصرين الموجودين في العدد 9 و الغير موجودين في العدد 7 .

إن فلسفة عملية الطرح تعني أن نشطب مقابل كل عنصر موجود في أ عنصراً مماثلاً موجودٌ في ب و في النهاية تتبقى لدينا العناصر الزائدة الموجودة في أ و الغير موجودة في ب .

أ - ب المجموعة أ ناقص المجموعة ب يساوي كل العناصر الموجودة في المجموعة أ و الغير موجودة في ب .

فإذا كانت المجموعة أ تمثل الصف الدراسي و تحوي التلاميذ :

عمر,نور,شمس,علاء,وليد,زيد,عبد الهادي,خالد,يوسف,يحيى.

و إذا كانت المجموعة ب تمثل النادي الرياضي و تحوي اللاعبين :

أحمد,سعيد,عبد الهادي,سعد,بهجت,شمس,عبد الرحمن,نور

فإن أ - ب ا ناقص ب = ( عمر,علاء,وليد,زيد,خالد ,يوسف, يحيى)

كما ترون فإن ناتج طرح المجموعة ب من المجموعة أ أي العناصر

( عمر,علاء,وليد,زيد,خالد ,يوسف, يحيى) يمثل العناصر الموجودة في المجموعة أ و الغير موجودة في المجموعة ب .

أي أن عملية طرح مجموعة من مجموعة ثانية هي تقريباً عملية معاكسة تقريباً لعملية تقاطع مجموعتين , حيث أن ناتج تقاطع مجموعتين هو العناصر المشتركة بين هاتين المجموعتين.

**عملية ضرب مجموعتين**

إن عملية ضرب مجموعتين ببعضهما البعض تتم وفق عملية الجداء الديكارتي بمعنى أن ناتج ضرب المجموعتين أ و ب مثلاً مع بعضهما البعض أي أ×ب يعطي مجموعةً ثالثة هي المجموعة أب حيث يتألف اسمها من كلا اسمي المجموعتين الداخلتين في تركيبها و تضم جميع عناصر المجموعتين على شكل ثنائيات بحيث تضم كل ثنائية عنصراً من المجموعة الأولى و عنصراً من المجموعة الثانية.

لكتابة نتيجة ضرب مجموعتين فإننا نبدأ بعنصرٍ من المجموعة الأولى أ و نقوم بمزاوجته مع جميع عناصر المجموعة الثانية ب .

مثال:

المجموعة أ =(عبد الهادي,نور,شمس)

المجموعة ب=(عبد الرحمن,عمر,خالد,سارة)

أ × ب =

نبدأ بأول عنصرٍ من المجموعة الأولى أ أي عبد الهادي و نقوم بمزاوجته مع عناصر المجموعة الثانية ب بالترتيب :

( عبد الهادي ,عبد الرحمن),( عبد الهادي,عمر),( عبد الهادي,خالد),( عبد الهادي,سارة)

ثم نأتي إلى ثاني عنصرٍ من المجموعة الأولى أ أي العنصر نور و نفعل الشيء ذاته , أي نقوم بمزاوجته مع جميع عناصر المجموعة الثانية ب :

( نور, عبد الرحمن),( نور,عمر),( نور,خالد),( نور,سارة)

نأتي إلى العنصر الثالث من المجموعة الأولى أ أي شمس و نفعل الشيء ذاته أي أننا نقوم بمزاوجته مع جميع عناصر المجموعة الثانية ب :

(شمس,عبد الرحمن),( شمس, عمر),(شمس, خالد) ,(شمس,سارة)

وبذلك نكون قد أتممنا عملية ضرب المجموعة أ بالمجموعة ب و نكون قد حصلنا على المجموعة أب التي تمثل نتيجة ضرب هاتين المجموعتين مع بعضهما البعض.

إن عدد الثنائيات الناتجة عن ضرب مجموعتين اثنتين مع بعضهما البعض يساوي عدد عناصر المجموعة الأولى ضرب عدد عناصر المجموعة الثانية .

فإذا كانت المجموعة الأولى تتألف من ثلاثة عناصر مثلاً ( عبد الهادي,نور,شمس) و كانت المجموعة الثانية ب تتألف من أربعة عناصر ( عبد الرحمن,عمر,خالد,سارة) فإن ناتج ضرب هاتين المجموعتين مع بعضهما أي المجموعة ( أ ب) سوف تتألف من اثني عشر.

أثنى عشر ماذا؟

اثني عشر ثنائية و ليس عنصراً.

أ×ب=

( عبد الهادي ,عبد الرحمن),( عبد الهادي,عمر),( عبد الهادي,خالد),( عبد الهادي,سارة) ,( نور, عبد الرحمن),( نور,عمر),( نور,خالد),( نور,سارة),

(شمس,عبد الرحمن),( شمس, عمر),(شمس, خالد) ,(شمس,سارة)

كما ترون فإن ناتج ضرب الموجموعتن أ و ب يساوي 12 ثنائية.

إن عملية ضرب مجموعتين , أو عملية ضرب عناصر مجموعتين مع بعضهما البعض تتم وفق طريقة الجداء الديكارتي.

إن ناتج ضرب المجموعتين أ و ب مع بعضهما البعض هو مجموعةٌ جديدة (أ × ب) أو أب و كل عنصر في هذه المجموعة هو عبارة عن ثنائية أو زوجٌ من العناصر أولهما عنصرٌ ينتمي للمجموعة الأولى أ و ثانيهما عنصرٌ ينتمي للمجموعة الثانية ب .

(أ) ×(ب)=(أ×ب)

المجموعة أ ضرب المجموعة ب تساوي المجموعة ( أ × ب)

لا ننسى أن نضع فاصلة بين كل عنصرين من العناصر.



**حتى لا تنسى عملية الجداء الديكارتي**

إن عملية الجداء الديكارتي تستخدم بكثرة في مجال المنافسات و التصفيات الرياضية و بشكل خاص في مباريات الدوري حيث أن تفاعل الأندية مع بعضها البعض في مباريات الدوري أي الطريقة التي تتم فيها تنظيم مباريات الدوري بحيث يتوجب على كل نادي أن يلاعب جميع الأندية الأخرى ليست إلا عملية جداءٍ ديكارتي .

يتم تمثيل العلاقة بين عناصر مجموعتين باستخدام أسهمٍ تصل بين عناصر هاتين المجموعتين.

تدعى المجموعة التي تنطلق الأسهم منها بالمجموعة المصدر.

تدعى المجموعة التي تتجه الأسهم إليها بالمجموعة الهدف.

تنص القاعدة على أن كل عنصر من عناصر المجموعة المصدر يجب أن يشير إلى عنصرٍ ما في المجموعة الهدف.

لا يجوز أن يشير أي عنصرٍ من المجموعة المصدر إلى أكثر من عنصرٍ واحد من المجموعة الهدف.

أما بالنسبة للمجموعة الهدف فلا توجد قاعدة حيث يمكن أن تكون هنالك عدة أسهمٍ تشير إلى عنصرٍ واحد و من الممكن كذلك أن لا يشير أي سهمٍ إلى عنصرٍ آخر.

مثال:

لنفترض بأن  المجموعة  (أ) تمثل الحضور في مطعمٍ ما , أما المجموعة (ب) فإنها تمثل الأطعمة المتوفرة .

يتوجب على كل شخص من المجموعة (أ) أن يطلب نوعاً من الأطعمة من المجموعة(ب).

لا يجوز لأي شخصٍ من المجموعة (أ) أن يطلب نوعين من الأطعمة  من المجموعة(ب).

**المجموعات الفرعية**

يمكن أن تنتظم عناصر مجموعة كبرى ما ضمن مجموعاتٍ فرعية تقع ضمن تلك المجموعة الكبرى .

على سبيل المثال يمكن  لمجموعة السيارات  أن تتضمن مجموعاتٍ صغرى تتضمن كلٌ منها نوعاً معيناً من السيارات : السيارات الشاحنة,السيارات السياحية,سيارات السباق...

هذه المجموعات تدعى بالمجموعات الفرعية.

يمكن لمجموعة الحيوانات مثلاً أن تتضمن كذلك مجموعاتٍ فرعية: مجموعة الحيوانات المفترسة-مجموعة حيوانات المزرعة- مجموعة الحيوانات العاشبة ...

و يمكن لمجموعة الحيوانات المفترسة مثلاً أن تتضمن مجموعاتٍ فرعية مثل مجموعة الحيوانات المفترسة الأليفة (الكلب و القطة ) و مجموعة الحيوانات المفترسة القطبية (الدب القطبي و الذئب) و مجموعة الحيوانات المفترسة الإفريقية ( الأسد و الفهد و النمر و الضبع الإفريقي ) و هكذا ...

تدعى المجموعات الفرعية بالصفوف المتكافئة.

**العلاقة الثنائية ≈**

إذا كان العنصرين  أ و ب عنصرين يتبعان المجموعة  (س) فإن العلاقة  أ≈ب إما أن تكون صحيحة و إما أن تكون خاطئة.

العلاقة 7˂9   7 أكبر من 9 علاقة خاطئة

العلاقة 5 ˃ 8   5  أصغر من 8 صحيحة .

إن علاقة التكافؤ هي علاقةٌ ثنائية تحددها ثلاثة محاور:

أ≈أ  دائماً علاقةٌ صحيحة – لأن العنصرين متماثلين.

إذا كان أ≈ب   فإن  ب≈أ يجب أن تكون صحيحةً كذلك.

إذا كانت العلاقة أ≈ب صحيحة و إذا كانت ب≈د صحيحة فإن أ≈د يجب كذلك أن تكون صحيحة.

كل علاقة تكافؤ تجزئ المجموعة الواحدة إلى مجموعات فرعية (صفوف مكافئة) .

كما رأينا سابقاً فإن الأسهم الدالة بين مجموعتين تبين لنا العلاقة بين عناصر هاتين المجموعتين , و كما رأينا سابقاً فإن الأسهم تتجه من عناصر إحدى المجموعتين باتجاه عناصر المجموعة الثانية.

أحياناً تكون تلك الأسهم قابلةً للعكس و عندها يقال بأن ذلك المخطط عكوس أي أنه قابلٌ للعكس كما هي حال العديد من العمليات الرياضية التي توصف بأنها عملياتٌ عكوسة (قابلة للعكس) مثل عملية الجمع التي عكسها عملية الطرح و مثل عملية القسمة التي عكسها عملية الضرب.

و بالمثل فإننا عندما نعكس اتجاه الأسهم التي تصل بين عناصر مجموعتين فإننا نعكس العلاقة بين هاتين المجموعتين و نعكس دور كلٍ من المجموعة  المصدر و المجموعة الهدف , أي المجموعة التي تنطلق منها الأسهم و المجموعة التي تصل إليها الأسهم.

غير أن ذلك العكس لايتم إلا في ظروفٍ خاصةٍ جداً .

مثال :

لنكن لدينا مجموعتين : المجموعة الأولى  أ  تحوي أسماء ثلاثة تلاميذ وهم :

أ=(نور,شمس,عبد الهادي)

المجموعة الثانية  ب  تحوي ثلاثة عناصر تبين أعمار هؤلاء التلاميذ الثلاثة وهي :

ب=(12,13,14 ) .

نصل بين عناصر هاتين المجموعتين , أي أننا نصل بين اسم كل تلميذ و عمره :

نور←12

شمس←13

عبد الهادي←14

الآن يمكننا أن نعكس اتجاه هذه الأسهم فبدلاً من أن تتجه الأسهم من المجموعة الأولى (أ) مجموعة أسماء التلاميذ إلى المجموعة الثانية (ب) مجموعة أعمار التلاميذ فإنها تتجه من المجموعة التي تحوي أعمار التلاميذ إلى المجموعة التي تحوي أسماؤهم:

12 ←نور

13 ←شمس

14 ← عبد الهادي

فإذا كانت ي خريطة أو مخطط أسهم يتجه من المجموعة الأولى (أ) إلى المجموعة الثانية (ب) فإن عكس هذا المخطط هو مخططٌ يتجه من المجموعة (ب) إلى المجموعة(أ).

الأمر الوحيد الذي سوف يختلف هو اتجاه تلك الأسهم.



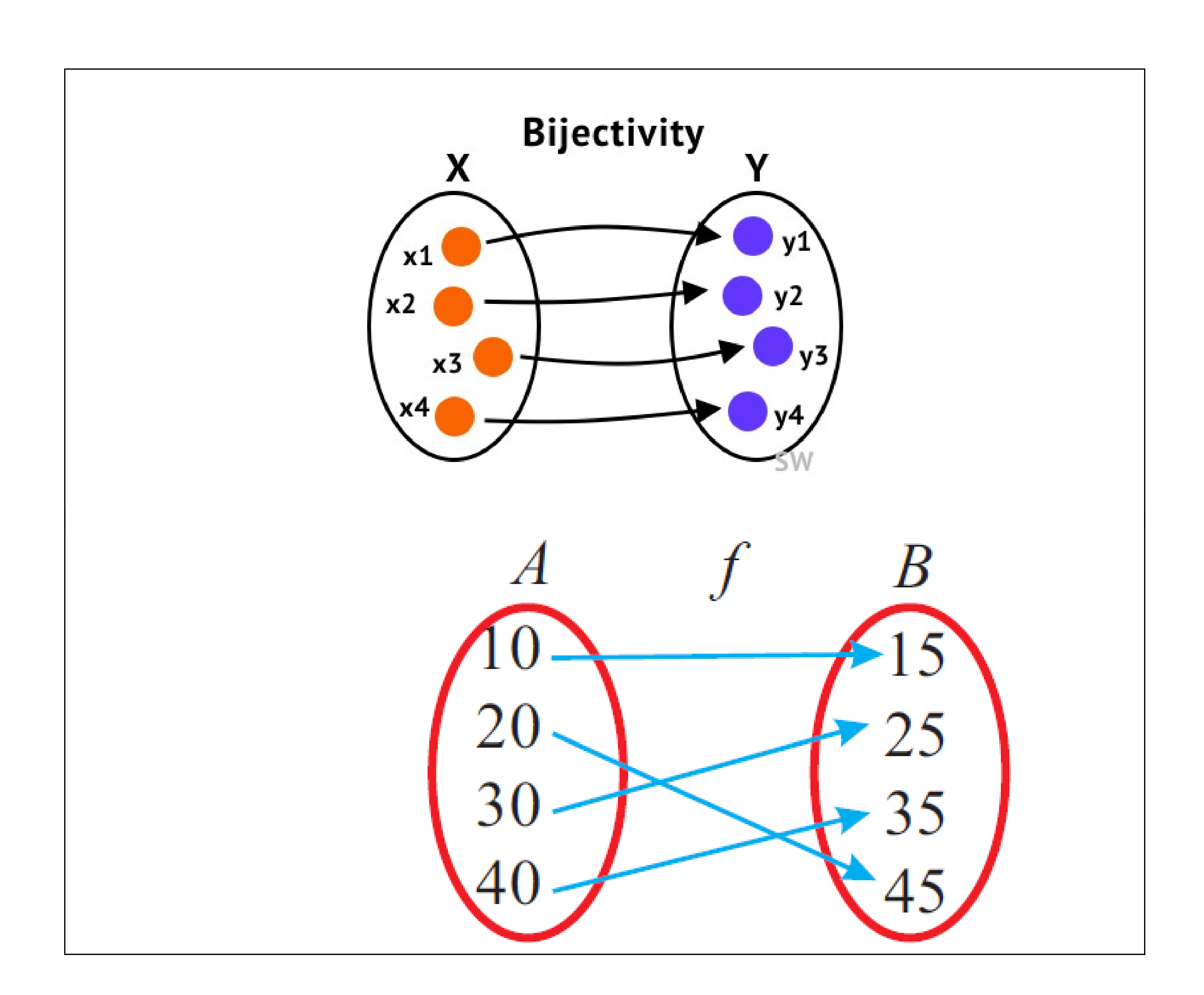
انتبه جيداً :

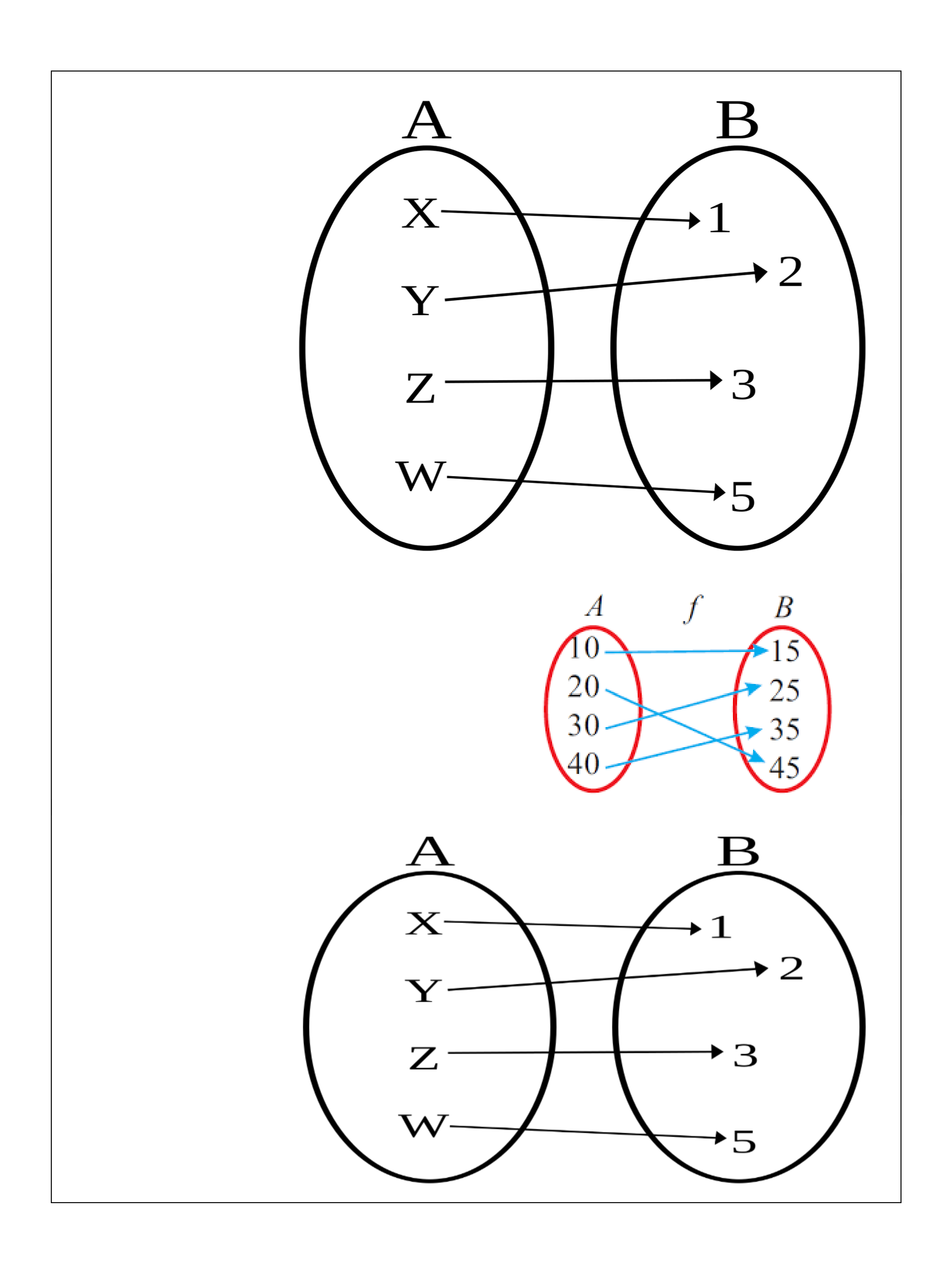
**متى يكون مخطط العلاقة السهمية بين مجموعتين اثنتين قابلاً للعكس ؟**

في حال كان في المجموعة المصدر سهمٌ واحد آتي من المجموعة المصدر يشير إلى كل عنصر في المجموعة الهدف.

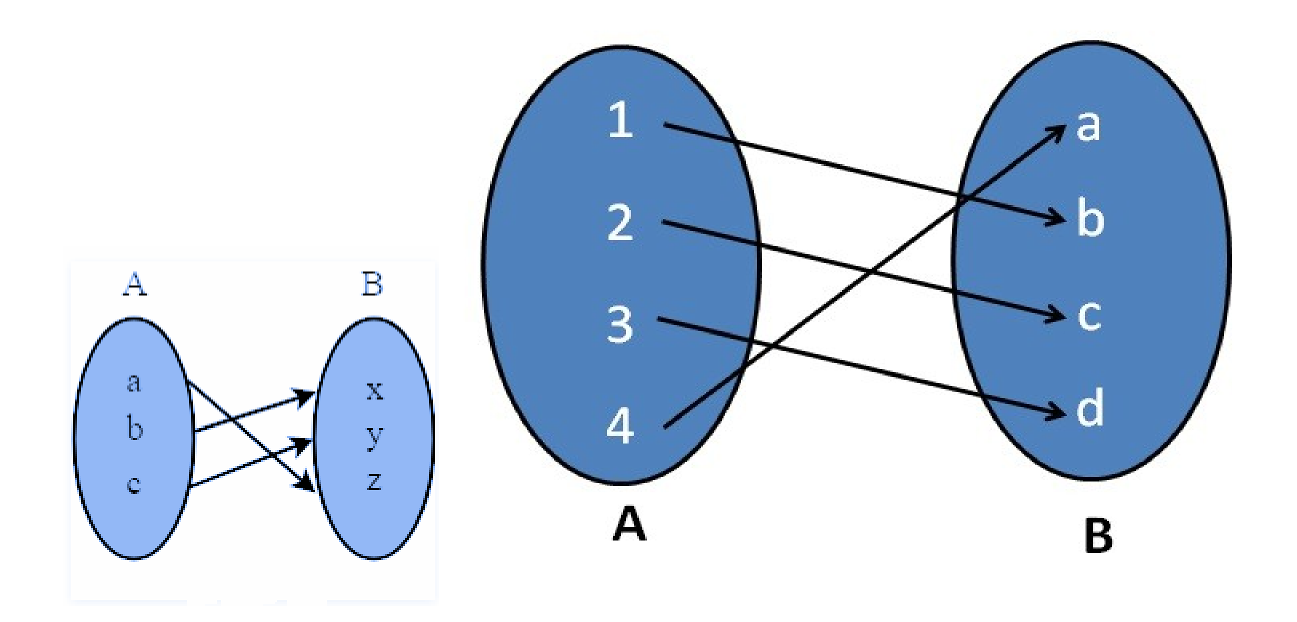
و يتم عكس ذلك المخطط بكل بساطة عن طريق عكس اتجاه الأسهم.

في حال كان لدينا سهمٌ واحد يشير إلى كل عنصر في المجموعة الثانية (ب) فإن هذا المخطط يدعى بالمخطط المتناظر **bijective**


Bijectivity
X
Y
x1
x2
x3
x4
y1
y2
y3
y4
SW
A
f
B
10
20
30
40
15
25
35
45



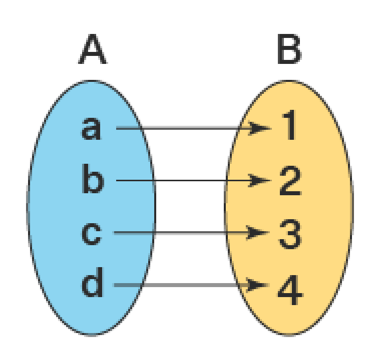
A
B
X
Y
Z
W
1
2
3
5
A
f
B
10
20
30
40
15
25
35
45
A
B
X
Y
Z
W
1
2
3
5


teachoo.com
A
B
a
b
c
x
y
z
1
2
3
4
a
b
c
d
A
B

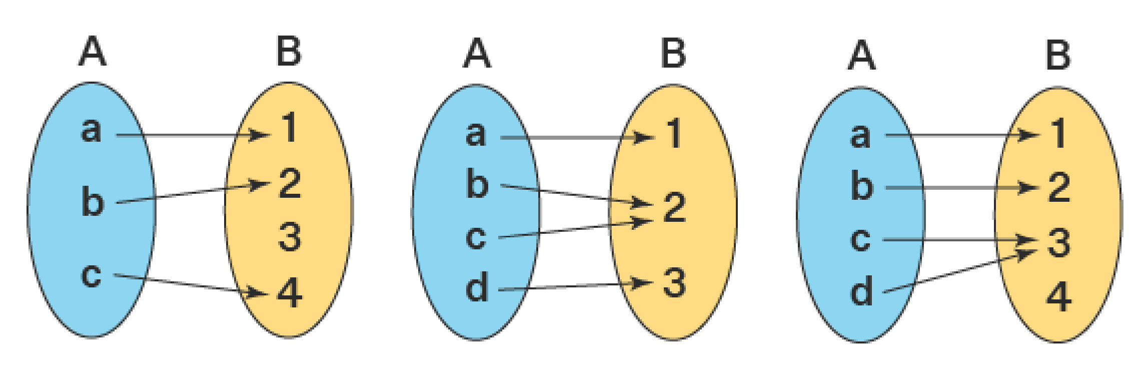
Bijective Function - One-to-One & Onto Function




Bijective Function




Not a Bijective Function



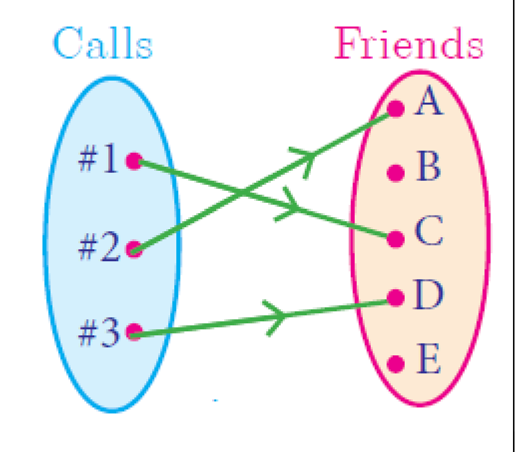

تعتبر الوظيفة في نظرية المجموعات وظيفة  حقن  إذا كان كل عنصر في المجموعة الهدف يشير إليه على الأكثر سهمٌ واحد منطلقٌ من أحد عناصر المجموعة المصدر (التي تنطلق الأسهم من عناصرها لتصيب عناصر المجموعة الهدف)

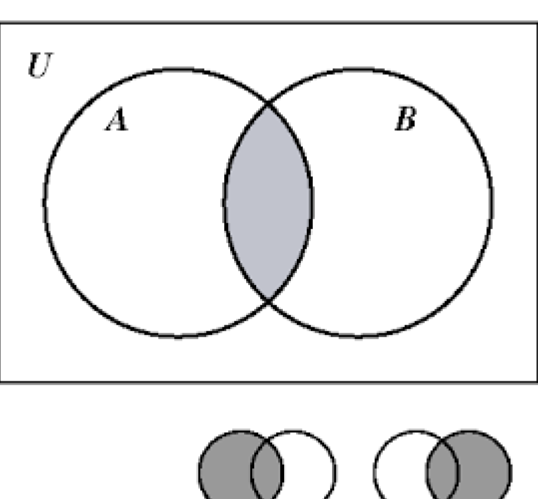
**Injection حقن= one-to-one علاقة واحد لواحد**

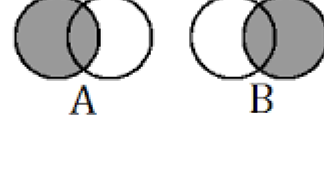
وظيفة الحقن : إن يصيب كل عنصر من المجموعة الهدف سهمٌ واحد فقط منطلقٌ من عنصرٍ واحد من المجموعة المصدر أو أن لا يصيبه أي سهم.

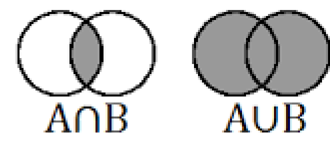
X Y
1 → D
2 → B
C
3 → A

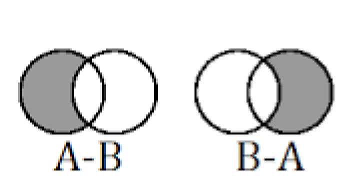
X Y
1 → D
2 → B
C
3 → A



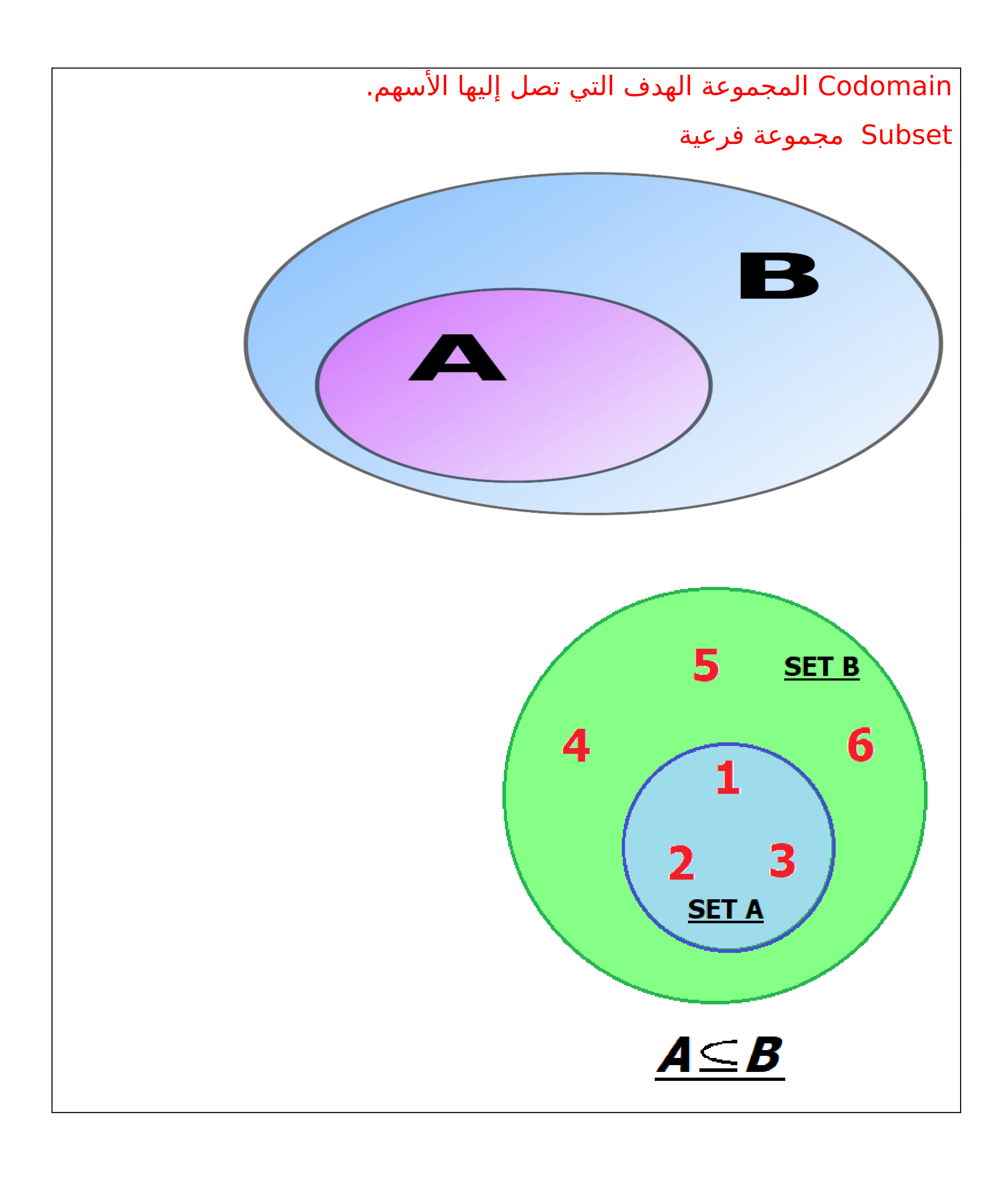



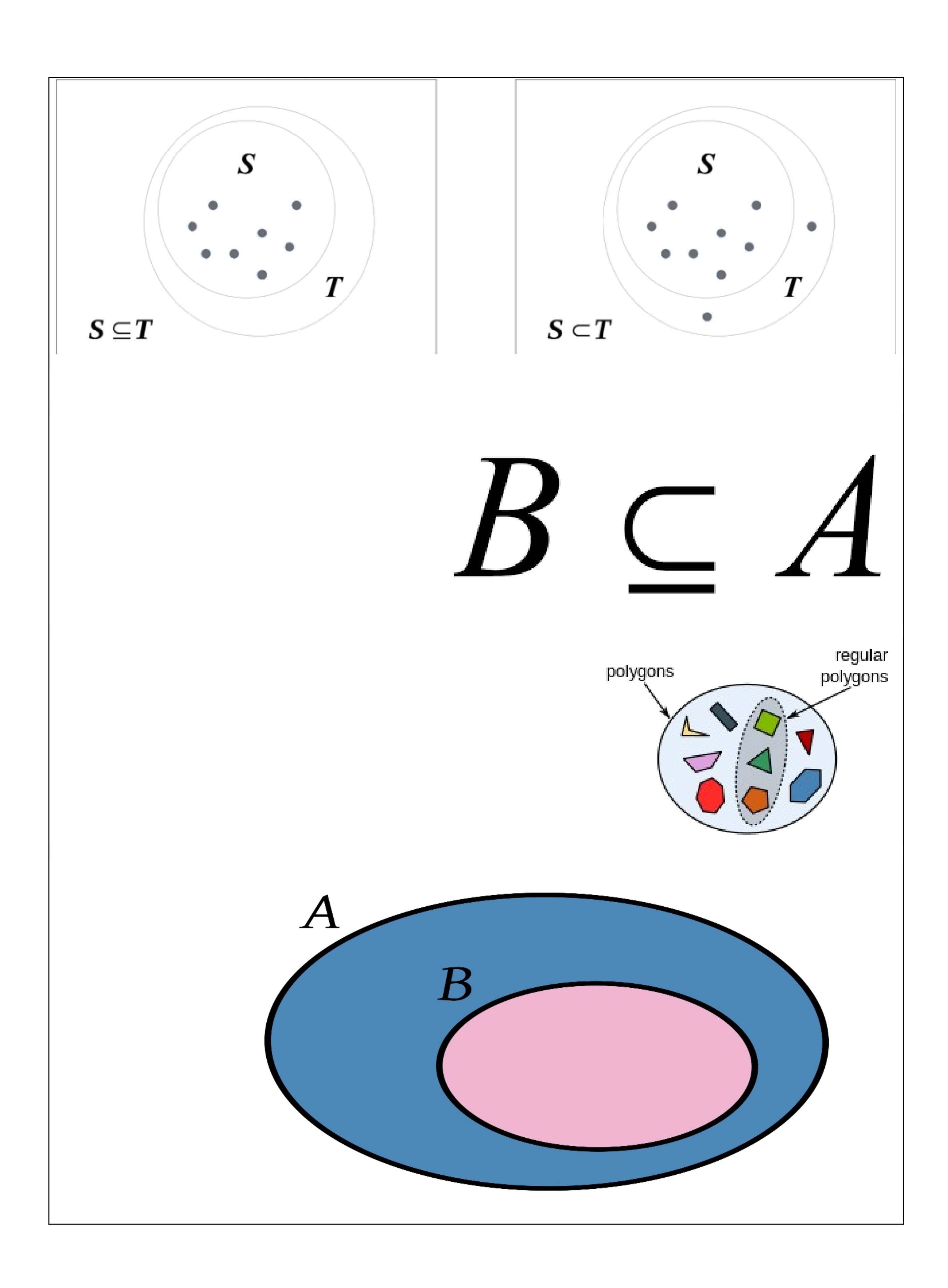




Domain المجموعة المصدر التي تنطلق منها الأسهم



Codomain المجموعة الهدف التي تصل إليها الأسهم.
Subset مجموعة فرعية
B
A
5
SET B
4
6
1
2
3
SET A
A⊆B


S
T
S ⊆ T
S
T
S ⊂ T
B ⊆ A
polygons
regular
polygons
A
B

علاقة تكافؤ equivalence relation

علاقة ثنائية  binary relation

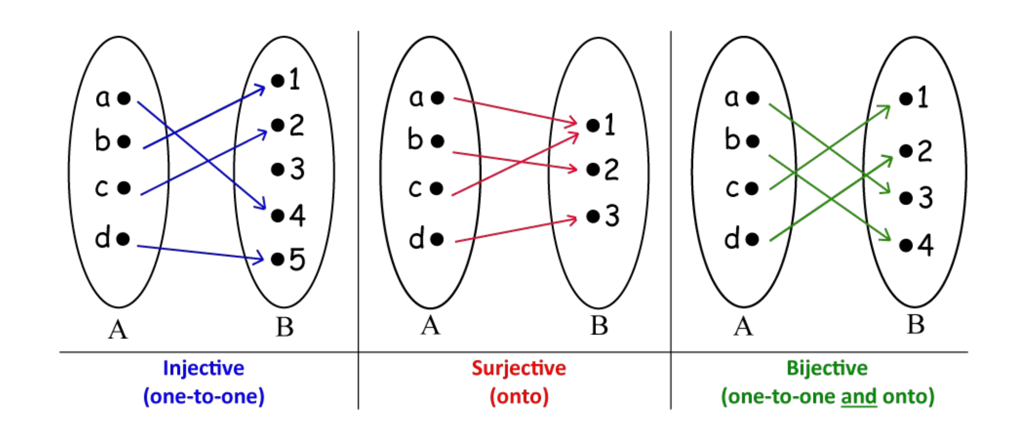
صفوف متكافئة أي مجموعاتٍ فرعية  equivalence classes=subset

عكوس  inverse

المجموعة المصدر  Domain

المجموعة الهدف  Codomain

علاقة التشارك السهمي surjection  يمكن فيها أن يصيب سهمين منطلقين من عنصرين من المجموعة المصدر عنصراً واحداً فقط في المجموعة الهدف.




Calcworkshop.com

علاقة أو وظيفة التشارك السهمي  surjection  يمكن فيها أن يصيب سهمين منطلقين من عنصرين من المجموعة المصدر عنصراً واحداً فقط في المجموعة الهدف.

SURJECTION
X f Y
X=Df

INJECTION
X g Y
X=Dg

BIJECTION
X h Y
X=Dh

NOT a Function
A has many B

General Function
B can have many A

Injective (not surjective)
B can't have many A

Surjective (not injective)
Every B has some A

Bijective (injective, surjective)
A to B, perfectly

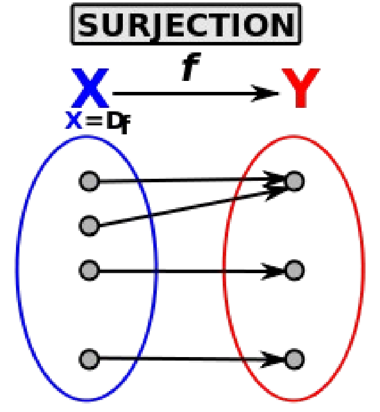
NOT a Function
A has many B

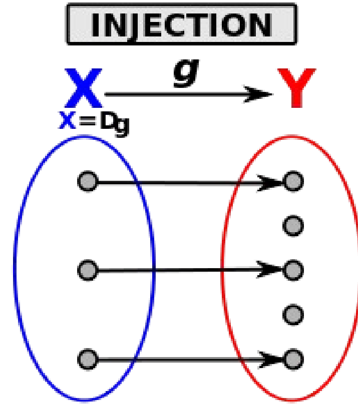
General Function
B can have many A

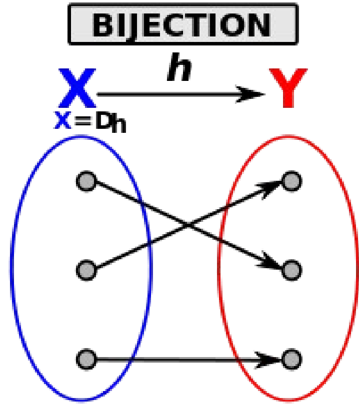
Injective (not surjective)
B can't have many A

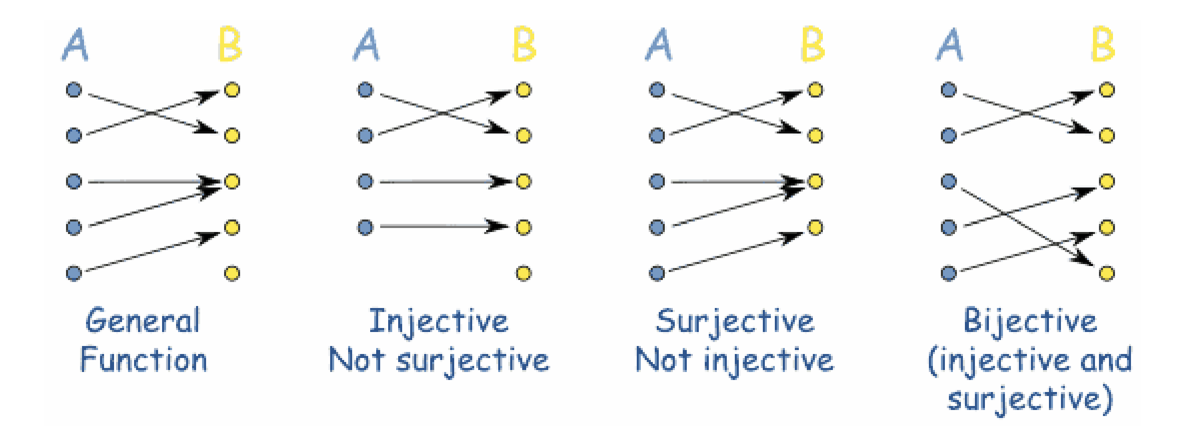
Surjective (not injective)
Every B has some A

Bijective (injective, surjective)
A to B, perfectly

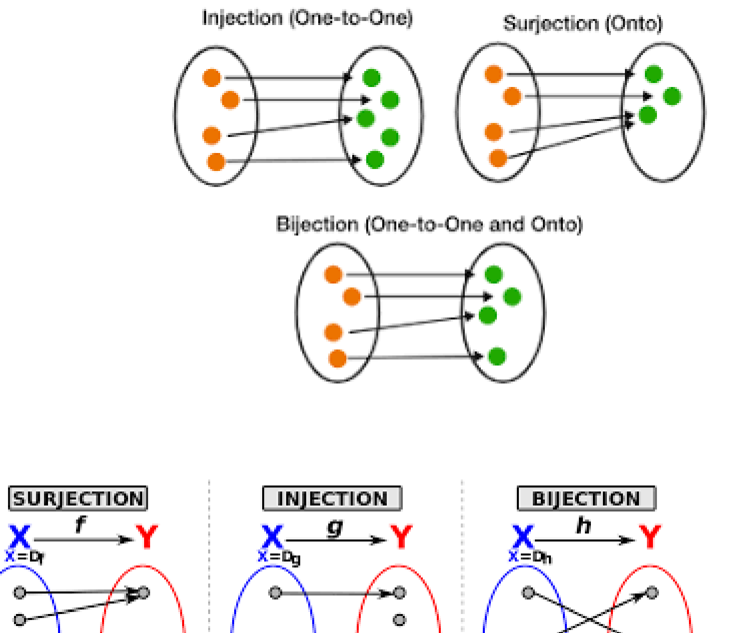


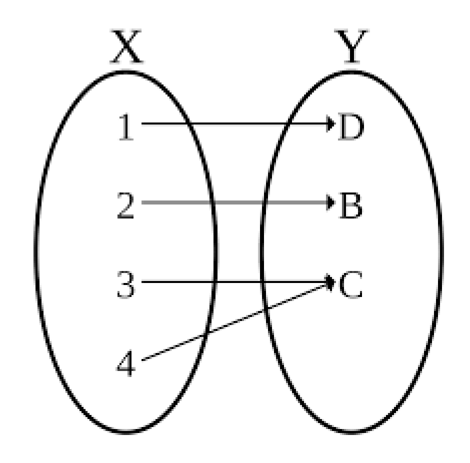



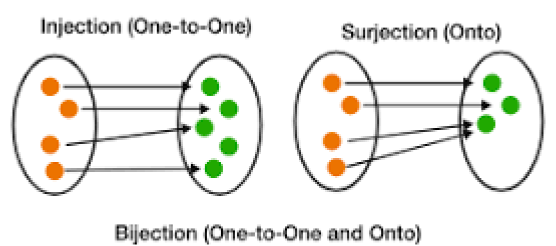


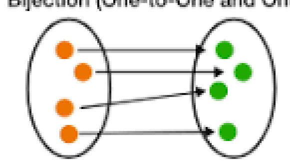
A
B
General Function
Injective Not surjective
Surjective Not injective
Bijective (injective and surjective)

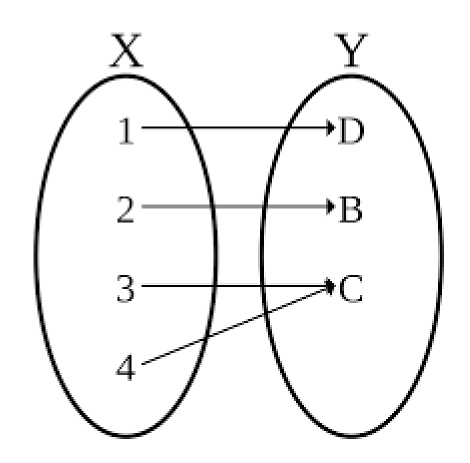



Injection (One-to-One)
Surjection (Onto)
Bijection (One-to-One and Onto)
SURJECTION
INJECTION
BIJECTION
X
Y
f
g
h

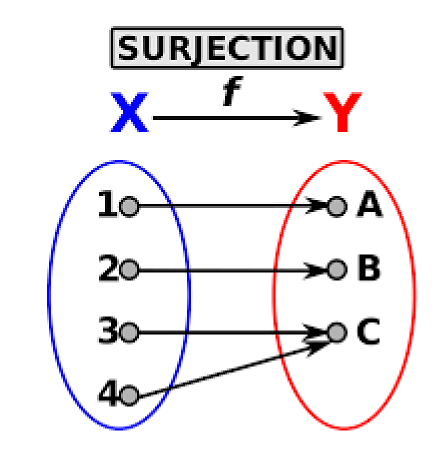


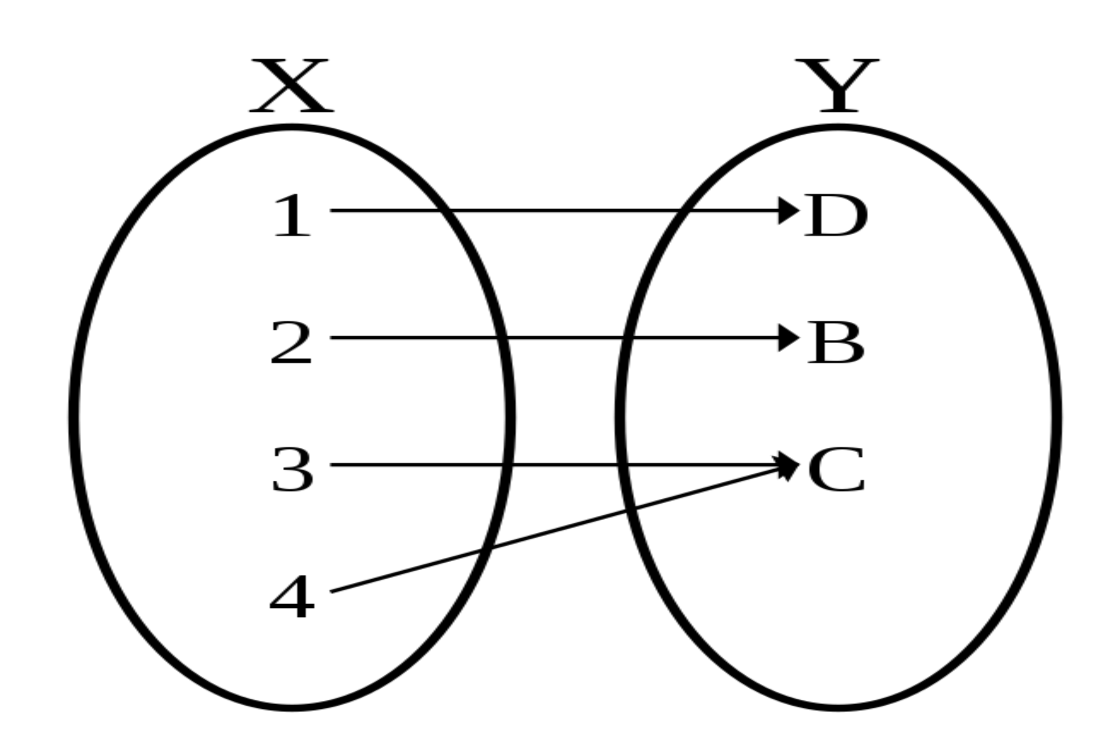



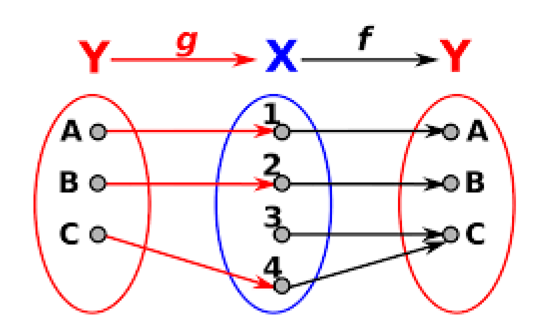




وظيفة أو علاقة تشارك سهمي:




وظيفة أو علاقة تشارك سهمي:








**شراودار-بيرنشتاين**

تستخدم طريقة شراودار-بيرنشتاين في إثبات أن مجموعتين مثلاً المجموعتين (أ) و (ب) تحويان العدد ذاته من العناصر و ذلك برسم هاتين المجموعتين في مخططين اثنين:

المخطط الأول يحوي أسهم تنطلق من المجموعة الأولى (أ) باتجاه المجموعة الثانية(ب)

أ ← ب , بحيث لا يكون في المجموعة الثانية (ب) أي عنصرٍ يشير إليه سهمين من المجموعة الأولى(أ).

المخطط الثاني : نرسم المجموعتين أ و ب بحيث نضع المجموعة (ب) قبل المجموعة (أ) ثم نرسم أسهم معاكسة تتجه من عناصر المجموعة (ب) نحو المجموعة(أ).

إذا كان باستطاعتنا أن نرسم مثل هذا المخطط فإن ذلك يعني بأن المجموعتين (أ) و (ب) تحويان العدد ذاته من العناصر حتى و إن كانتا مجموعتين لا نهائيتين.

**قوة المجموعة**

إذا كانت S مجموعة فإن المجموعات الفرعية التابعة لها تدعى بقوة المجموعة و نعبر عنها بالصيغة $2^s$ .

إن قوة مجموعةٍ $2^s$ ما هي دائماً أكبر من المجموعة الأم S ذاتها , و هذا الأمر يمكن ملاحظته عندما تكون المجموعة الأم مجموعةً متناهية و محدودة.

و فقاً لنظرية  شراودار-بيرنشتاين فإن قوة مجموعةٍ ما (أي المجموعات الفرعية التابعة لها) هي دائماً أكبر من المجموعة الأصلية ذاتها.

إذا كانت  (ب) مجموعةً غير محدودة فإن قوة تلك المجموعة أي المجموعات الفرعية التابعة لها $2^{ب}$  هي دائماً أكبر منها.

إن قوة مجموعةٍ ما تعني مجموع جميع المجموعات الفرعية التابعة لها,و هذه المجموعات الفرعية أي قوة تلك المجموعة تحوي عدداً من العناصر أكبر مما تحويه المجموعة الأصلية أو المجموعة الأم.

**العمليات الثنائية في المجموعة**

إن علم الرياضيات قائمٌ على العمليات الثنائية – و العملية الثنائية تعني أن نضم عنصرين إلى بعضهما البعض لنحصل على عنصرٍ جديد من النوع ذاته.

نأخذ عنصرين من المجموعة ونضمهما  إلى بعضهما البعض لننتج عنصراً ثالثاً من المجموعة ذاتها.

مثال على العمليات الثنائية في المجموعات:

لنفترض بأن لدينا مجموعة تضم الألوان الأساسية – إن العملية الثنائية في هذه المجموعة تعني أن نأخذ لونين اثنين بمقادير متساوية و أن نضمهما إلى بعضهما البعض لنحصل على لونٍ جديد.

و بشكلٍ مماثل فإن عملية الجمع تعني أن نضم عددين اثنين إلى بعضهما البعض لنحصل عددٍ ثالث:

9=3+6

قمنا بجمع العنصرين 3 و 6 لنحصل على عنصرٍ ثالث هو العدد 9.

فئةGroup
فئة فرعيةSubgroup

فئة متناهيةFinite group

**مخطط فن**

إن مخطط فن هو طريقةٌ لتجميع و تصنيف العناصر في دوائر أو أشكال بيضاوية و أشكال أخرى متراكبة أي متقاطعة مع بعضها البعض و ذلك لإظهار العلاقة بين تلك الأشياء.

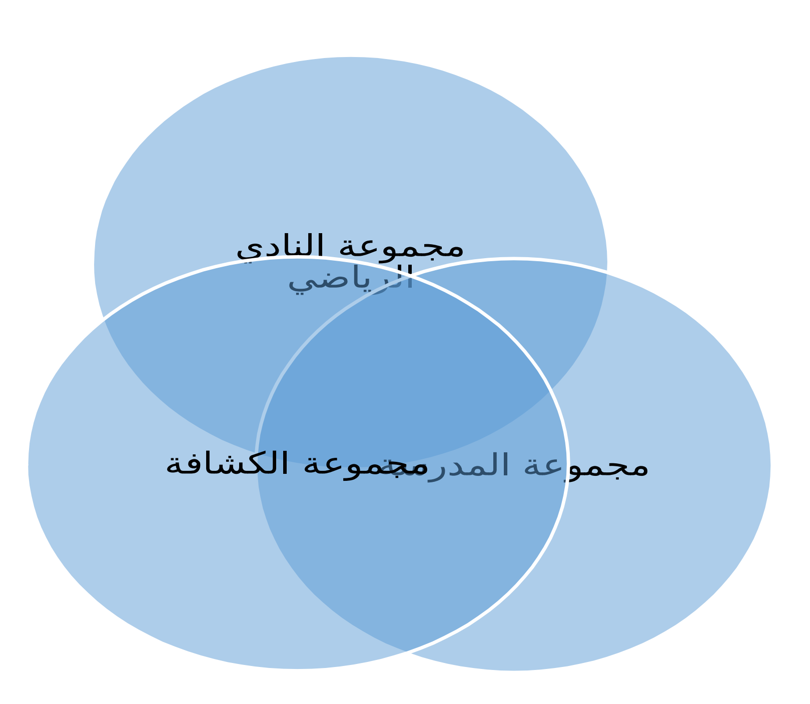
في مخطط فن يتم تمثيل كل مجموعة على شكل دائرة أو شكلٍ بيضاوي ما و عندما تكون لدينا عدة مجموعات يجمع بينها عاملٌ مشتركٌ ما فإننا نمثل تلك المجموعات على صورة دوائر أو أشكال بيضاوية متراكبة ( متقاطعة مع بعضها البعض) بحيث أن العناصر التي تنتمي إلى أكثر من مجموعة واحدة في الوقت ذاته توضع في المنطقة التي تتقاطع فيها تلك الدوائر مع بعضها البعض .

فإذا كانت لدينا مثلاً مجموعةً تمثل النادي الرياضي و تضم أسماء أعضاء ذلك النادي الرياضي و كانت لدينا مجموعةٌ ثانية تمثل المدرسة أي أن عناصرها هم تلاميذ المدرسة و مجموعةٌ ثالثة تمثل معسكر الكشافة و عناصرها هم عناصر الكشافة فإننا نمثل تلك المجموعات الثلاث على صورة ثلاثة دوائر .

و إذا كانت هنالك عناصر مشتركة بين تلك المجموعات فإن تلك الدوائر ستكون متراكبة أو متقاطعة مع بعضها البعض بحيث يضم القطاع المشترك بين تلك الدوائر جميع العناصر المشتركة بين تلك المجموعات .

فالأولاد الذين هم في الوقت ذاته تلاميذ في تلك المدرسة و أعضاء في النادي الرياضي و أعضاء في فرقة الكشافة ستوضع أسماؤهم في القطاع المشترك بين تلك الدوائر الثلاث أي المنطقة التي تتراكب فيها تلك الدوائر الثلاثة مع بعضها

البعض , و هذه العناصر المشتركة ستمثل العوامل المشتركة التي تجمع تلك المجموعات أو تلك الدوائر مع بعضها البعض.




أما مخططات فن التي تتألف من ثلاث دوائر فيمكن لها أن تمثل حالة قياسٍ منطقي أي أن تكون هنالك فرضيتين أو مقدمتين اثنتين و نتيجة واحدة .

أمثلة على القياس المنطقي:

مقدمة 1 : الدجاج من الطيور.

مقدمة 2 : الدجاج لا يطير .

نتيجة: بعض الطيور لا تطير.

مقدمة 1 : البطريق من الطيور.

مقدمة 2 : البطريق لا يطير.

النتيجة: بعض الطيور لا تطير.

مقدمة 1 : الخفاش من الثدييات.

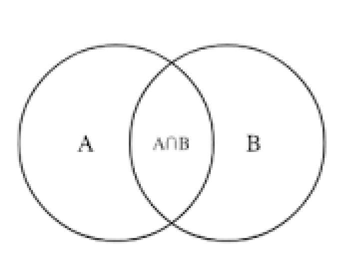
مقدمة 2 : الخفاش يطير.

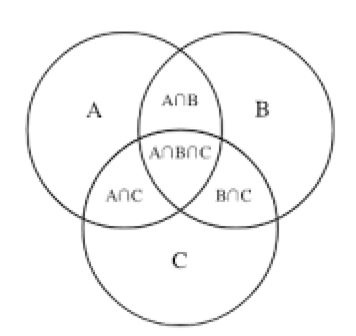
نتيجة : بعض الثدييات تطير.

مقدمة 1 : الحوت من الثدييات.

مقدمة 2 : الحوت يعيش تحت الماء.

نتيجة : بعض الثدييات تعيش تحت الماء .




Tow-circle Venn diagram

Three-circle Venn diagram

**syllogism** القياس المنطقي[syl·lo·gism || 'sɪlədʒɪzm]

القياس المنطقي syllogism

يتألف القياس المنطقي من ثلاثة أركان وهي:

الفرضية الرئيسية –الفرضية الصغرى-النتيجة التي تنتج عن تطبيق الفرضية الرئيسية على الفرضية الثانوية.

أمثلة:

المقدمة : الطلاب المتفوقين في العالم الثالث يحفظون عن ظهر قلب و يأخذون دروساً خصوصية أو أنهم يحصلون على أسئلة الامتحانات بصورة غير شرعية.

المقدمة الصغرى: س طالبٌ متفوق في العالم الثالث.

النتيجة: الطالب المتفوق س يحفظ عن ظهر قلب و يأخذ دروساً خصوصية أو أنه يحصل على أسئلة الامتحانات بطرقٍ غير شرعية.

المقدمة الكبرى : معظم جامعي التبرعات الذين لا يبينون كيف يتم إنفاق التبرعات التي يجمعونها ولا على من يتم إنفاقها هم لصوص.

المقدمة الصغرى: س جامع تبرعات لا يبين كيف ينفق التبرعات التي يجمعها ولا على من ينفقها.

النتيجة : س لص.

المقدمة الكبرى: معظم جامعي التبرعات الذين أثروا بعد قيامهم بجمع التبرعات هم لصوص.

المقدمة الصغرى: س جامع تبرعات أثرى بعد قيامه بجمع التبرعات.

النتيجة: س لص.

المقدمة الكبرى: في جميع الدول المتخلفة يمتلك الموظفون الحكوميون سلطاتٍ واسعة.

المقدمة الصغرى: س بلدٌ إفريقي يتمتع الموظفون الحكوميون فيه بسلطاتٍ واسعة.

النتيجة: س بلدٌ متخلف.

مقدمة كبرى: القضاة الذين يتم تعيينهم بالانتخاب هم قضاةٌ نزيهون.

مقدمة صغرى: س  قاضي منتخب.

النتيجة: س قاضي نزيه.

المقدمة الكبرى: المدينة التي تكون بيوتها جميلة و محاطة بالحدائق تكون مدينةً جميلة.

مقدمة صغرى:  مانهاتن مدينةٌ بيوتها جميلة و محاطة بالحدائق.

نتيجة: مانهاتن  مدينةُ جميلة.

Transfinite numbers أرقام غير نهائية

Venn diagrams  مخططات فِن

Overlapping circles  دوائر متراكبة

Set of real numbers مجموعة الأعداد الحقيقية

Set of rational numbers  مجموعة الأعداد الرشيدة



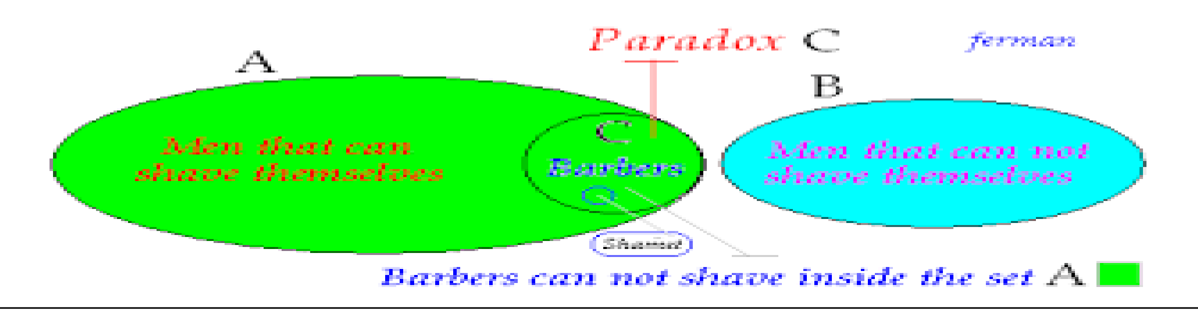
متناقضة الحلاق –برتراند راسل

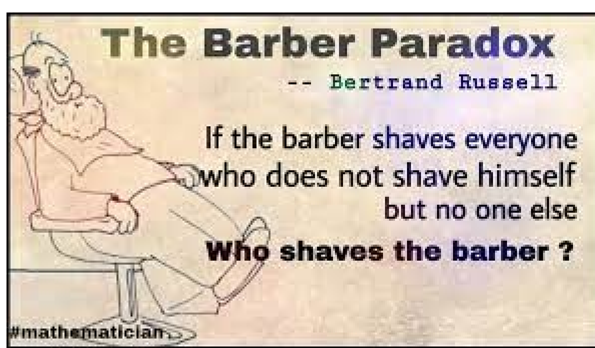
تقول إشكالية الحلاق بأنه في إحدى البلدات كان هنالك نمطين اثنين من السكان وهم:

السكان الذين يحلقون لحاهم بأنفسهم و السكان الذيم يحلقون لحاهم عند الحلاق .

فإذا كانت لدينا مجموعتين اثنتين : مجموعة الذين يحلقون لحاهم بأنفسهم و مجموعة الذين يقوم حلاق البلدة بحلق لحاهم فإن المعضلة هي في أيٍ من هاتين المجموعتين سنضع الحلاق؟

هل نضعه مع الذين يحلقون لحاهم بأنفسهم أم مع الذين يقوم الحلاق بحلق لحاهم؟




**Russell's paradox** - **Russell's antinomy** **متناقضة راسل**
**Barber paradox** متناقضة الحلاق
نظرية الأنماط theory of types

**اللانهائيات**

إن الأرقام التصورية مثل الثابت باي π و e هي أرقامٌ غير رشيدة لا نهائية حيث أنها تمتد على ما لا نهاية كما هي حال الثابت باي الذي يمتد إلى ما لا نهاية :

3.14159265358979323846264338327950

في العام 1900 بين الرياضي دافيد هيلبيرت بأن هنالك 23 معضلة رياضية سوف تشغل تفكير الرياضيين في القرن التالي و كانت المعضلة الأولى التي أوردها هيلبيرت تتعلق بمجموعة الأعداد الطبيعية أي مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة ذلك أن هذه المجموعة هي مجموعةٌ لانهائية إذ هل يوجد شخصٌ في العالم يستطيع أن يقول لنا ما هو أكبر رقمٍ طبيعي؟

أي أن يقول لنا ما هو أكبر رقم موجب صحيح لا رقم بعده و لا يمكن لنا أن نضيف إليه أي رقمٍ آخر؟

إذاً بما أنه لا وجود لمثل ذلك الرقم فإن ذلك يعني بأن تلك المجموعة هي مجموعةٌ لانهائية, و كذلك هي حال مجموعة الأعداد الحقيقية .

و من ضمن المعضلات التي أوردها هيلبيرت نجد فرضية ريمان .

في العام 2018 أعلن عالم الرياضيات البريطاني الكبير مايكل أتيا و الذي كان عندها في نحو التسعين من عمره ( 89 سنة) أنه اكتشف برهاناً بسيطاً على فرضية ريمان , غير أن عالم الرياضيات الكبير هذا قد توفي بعد بضعة أشهرٍ من إعلانه ذاك قبل أن يتمكن من عرض ما توصل إليه.

طبعاً هذه طريقة العلماء المفضلة في الإعلان عن نتائج أبحاثهم فهم يقومون أولاً باستقطاب الاهتمام حتى يعلنوا أفكارهم في مؤتمر ذو سمعة عالمية و بذلك لا تتعرض نتائج أعمالهم للسرقة .

الألف هي الحرف الأول في العديد من الأبجديات السامية بما فيها الأبجدية الفينيقية و العبرية و الآرامية و العربية .

و في الرياضيات فإن ألف صفر $\aleph_0$ $\aleph_0$ تشير إلى المجموعات المعدودة اللانهائية.

أما ألف واحد $\aleph_1$ فإنها تشير إلى المجموعات اللا نهائية الغير قابلة للعد .

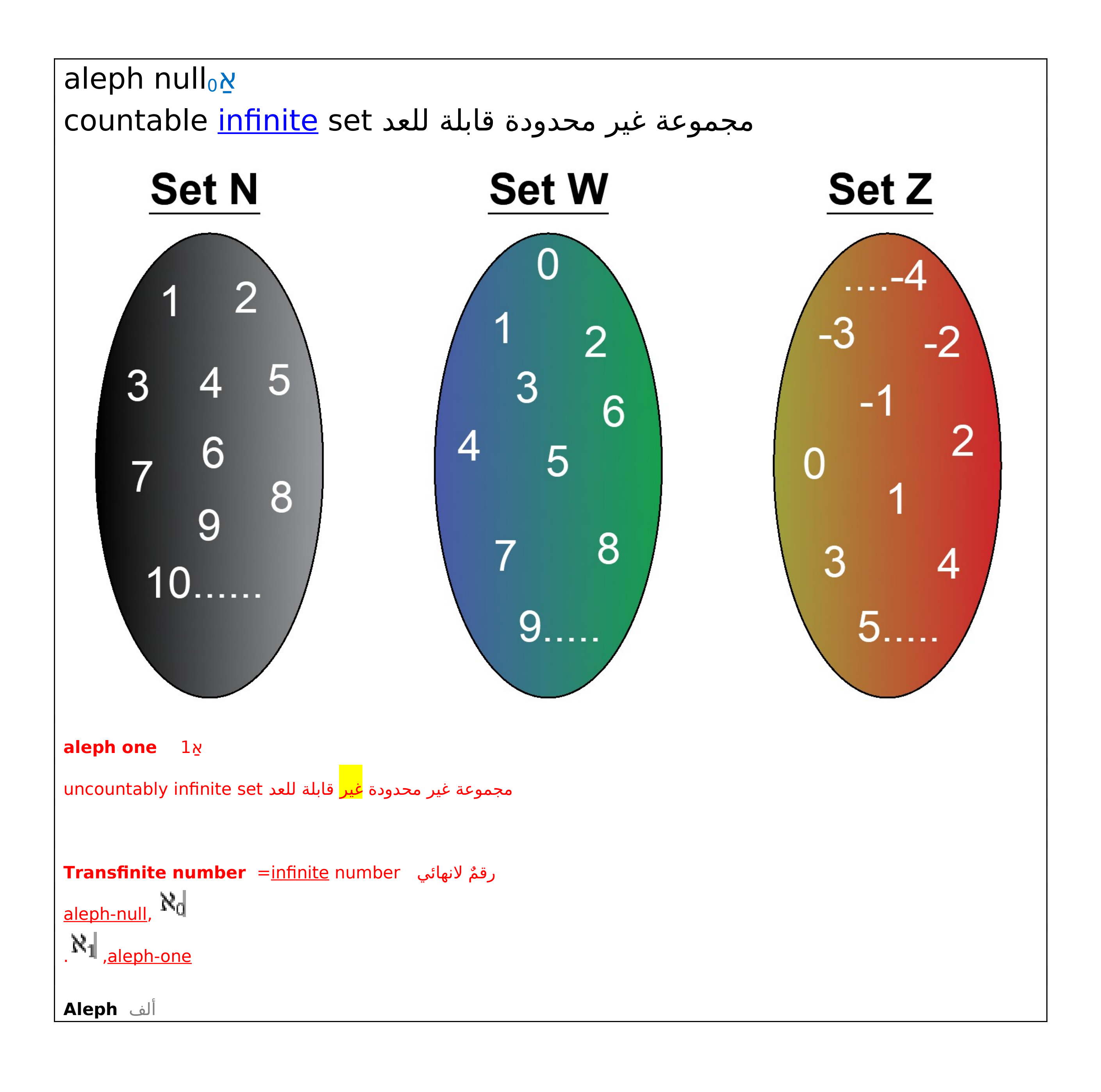
الأرقام اللامتناهية :

كما هي حال الأرقام المتناهية المجدودة فإن هنالك نوعين من الأرقام اللامتناهية وهي أرقام الترتيب و أرقام العد .

أوميغا ω هو ادنى أرقام الترتيب اللامتناهية. ω

أول الأرقام اللامتناهية هو الرقم ألف صفر $\aleph_0$.

الرقم اللامتناهي الأعلى التالي هو ألف واحد $\aleph_1$ .

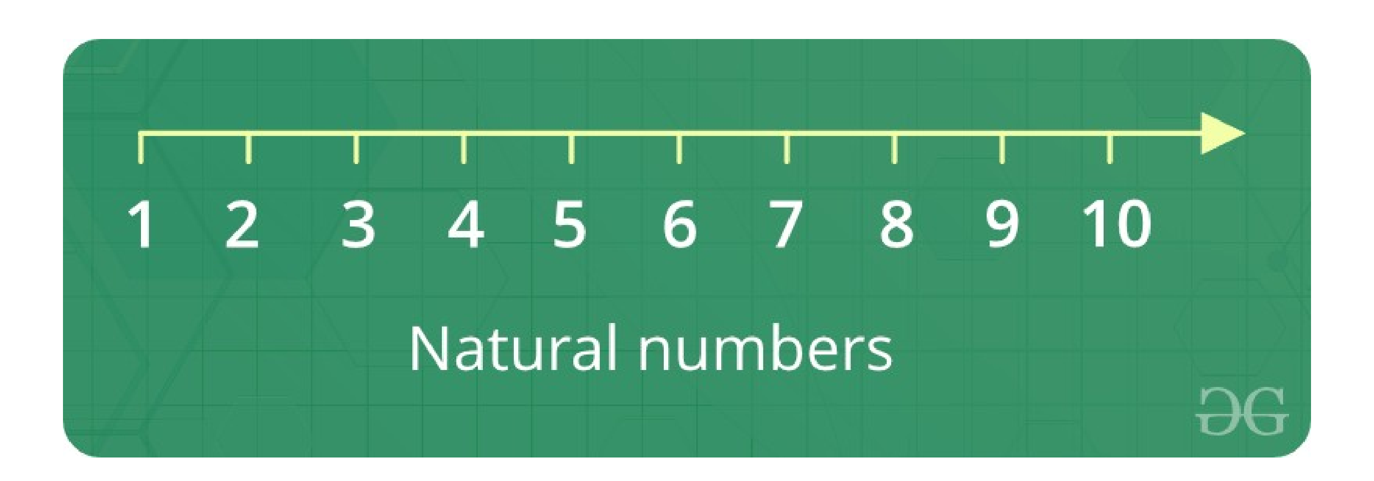


الأعداد الطبيعية

تضم الأعداد الطبيعية الأعداد الصحيحة الموجبة أو الأعداد الصحيحة الغير سلبية .

تستخدم الأعداد الطبيعية  في العد 1,2,3,4... و الترتيب: الأول,الثاني,الثالث....

Natural number عددٌ طبيعي




وفقاً لنظرية المجموعات فإن العالم ثنائي الأبعاد  2D  أي أن  الرسوم الهندسية الموجودة على سطحٍ مستوي هي ناتج ضرب خطٍ في خطٍ آخر:

خط × خط = شكلٌ هندسي ثنائي الأبعاد .

خط × خط =عالمٌ ثنائي الأبعاد 2D.

العالم الثنائي الأبعاد هو السطح المستوي و الأشكال الهندسية الموجودة على ذلك السطح مثل المربعات و المثلثات و المستطيلات و الدوائر و سواها.

أما العالم الثلاثي الأبعاد 3D  أي الفراغ و ما يحتويه من أهرامات و أسطوانات و كرات و مكعبات و مواشير و سواها من الأشكال الثلاثية الأبعاد فهو ناتج ضرب رسمٍ ثنائي الأبعاد بخط .

خط × شكلٍ ثنائي الأبعاد=شكل ثلاثي الأبعاد .

مثال:

خط × مربع=مكعب

خط ×دائرة=كرة

خط × مثلث =هرم

و هكذا... و ذلك بالطبع و فقاً لنظرية المجموعات .

يمكن أن تتعدد العلاقات بين المجموعات المختلفة فيمكن مثلاً أن تكون لدي ثلاثة مجموعات : المجموعة الأولى تتضمن أسماء التلاميذ.

المجموعة الثانية تتتضمن أسماء المقررات الامتحانية التي تقدموا إليها.

المجموعة الثالثة تتضمن الدرجات التي نالوها .

و بذلك يكون لدي سهمٌ يصل بين اسم التلميذ في المجموعة الأولى و الامتحان الذي تقدم إليه  في المجموعة الثانية ثم سهمٌ ثاني يصل إلى المجموعة الثالثة التي تتضمن الدرجة التي نالها التلميذ في كل مقررٍ دراسي.

ومن الممكن أن تكون لدي مثلاً مجموعةٌ أولى تتضمن أسماء الزبائن و مجموعةٌ ثانية تتضمن أسماء البضائع و مجموعةٌ ثالثة تتضمن أسعار تلك البضائع بحيث أصل بين اسم كل زبون و البضاعة التي قام بشرائها بسهم ثم أصل سهماً ثانياً بين اسم البضاعة في المجموعة الثانية و بين سعر تلك البضاعة في المجموعة الثالثة.

Commutative  تبديلي

## Commutative Property

**Addition**

You can add in any order.

$a + b = b + a$

$3 + 5 = 5 + 3$

**Multiplication**

You can multiply in any order.

$a \times b = b \times a$

$2 \times 6 = 6 \times 2$

distributive over the first توزيعية على الأولى.

$ab + ac = a(b+c)$

**نظرية المجموعة**

**قوة المجموعة**

إذا كانت لدينا المجموعة S فإن قوة المجموعة S هي P(S) أو $2^S$ و بالطبع فإن الحرف P هو الحرف الأول من كلمة **Power أي قوة أي أن** P(S) تعني قوة المجموعة S .

إن قوة مجموعة ما هي المجموعة التي تتضمن جميع المجموعات الفرعية التابعة لتلك المجموعة .

فإذا كانت المجموعة (S) هي المجموعة{A, B, C} أي إذا كانت تتضمن العناصر {A, B, C} فإن المجموعات الفرعية التابعة للمجموعة (S) هي :

- {} المجموعة الخالية .
- {A}

- {B}
- {C}
- {A, B}
- {A, C}
- {B, C}
- {A, B, C} المجموعة (S) ذاتها .

تذكر دائماً بأن المجموعة الخالية { } هي مجموعةٌ تابعة لأي مجموعة فإذا طلب منا أن نذكر المجموعات الفرعية التابعة لمجموعة ما فإننا دائماً نبدأ بذكر المجموعة الخالية لأنها مجوعة فرعية في كل مجموعة.

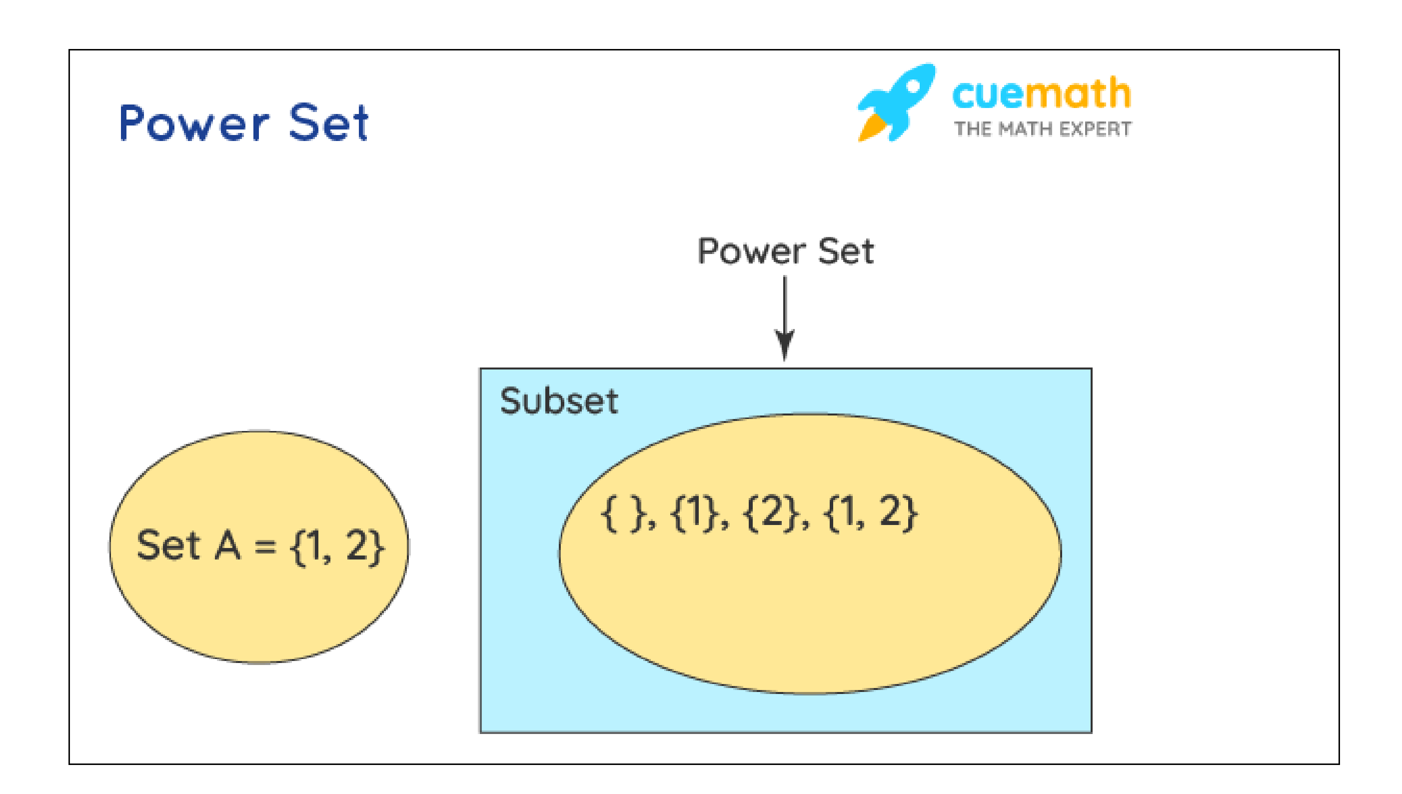
تذكر كذلك بأن كل مجموعة هي مجموعةٌ فرعية من ذاتها و لذلك فإننا نذكر المجموعة ذاتها بالعناصر التي تحتويها عندما نقوم بذكر المجموعات الفرعية التابعة لمجموعةٍ ما و في مثالنا السابق فإننا قد ذكرنا المجموعة ذاتها بجميع عناصرها أي {A, B, C} على أنها مجموعةٌ فرعية من ذاتها.

**Set theory** نظرية المجموعة

subsets مجموعة تابعة فرعية

المجموعة الخالية (the empty set)

Power set قوة مجموعة




**المجموعة الهدف**

المجموعة الهدف هي المجموعة المخرج ( مخرج العملية الثنائية) و التي تكون مرتبطةً مع المجموعة المصدر أي مجموعة المدخل في العلاقة الوظيفية f Function , فإذا كانت لدينا العلاقة الوظيفية :

f:A→B

أياً تكن طبيعة تلك العلاقة ( علاقة بضاعة ما بسعر أو علاقة اسم تلمبذ بعمره أو غير ذلك) فإن المجموعة الأولى أي المجموعة A تدعى بمجموعة المصدر , أما المجموعة الثانية B أي مجموعة القيم الممكنة فإنها تدعى بالمجموعة الهدف.

F = الوظيفة .

**العلاقة الوظيفية بين مجموعتين**

لنفترض بأن لدينا المجموعتين A, B- يمكن ان تتضمن المجموعة الأولى A مثلاً أسماء البضائع بينما تتضمن المجموعة الثانية B أسعار تلك البضائع.

عناصر المجموعة A هي أسماء تلك البضائع أما عناصر المجموعة الثانية B فهي أسعار البضائع, فإذا وصلنا بين اسم كل بضاعة من المجموعة الأولى مع سعر تلك البضاعة الموجود في المجموعة الثانية فإننا سوف نحصل على أسهم تنطلق من المجموعة المصدر و تصل إلى عناصر المجموعة الهدف B و هذه العلاقة بين عناصر هاتين المجموعتين تدعى بالعلاقة الوظيفية f .

المجموعة الأولى A أو المجموعة المصدر تمثل دخل تلك العلاقة الوظيفية بينما تمثل المجموعة الثانية B أي المجموعة الهدف خرج تلك العلاقة الوظيفية أو نتيجتها.

لنفترض مثلاً بأن هنالك حاسبٌ يحتوي أسماء بضائع و أسعارها , و نحن عندما نريد معرفة سعر بضاعة ما فإننا ندخل اسم تلك البضاعة إلى الحاسب , أي أن اسم البضاعة الذي أدخلناه يمثل مدخل تلك العلاقة الوظيفية أو مقدمتها و بعد إدخال اسم البضاعة نتخيل انطلاق سهمٍ من مجموعة أسماء البضائع و تحديداً من العنصر الذي نريد معرفة سعره إلى مجموعة أسعار البضائع و تحديداً إلى العنصر الذي يمثل سعر تلك البضاعة في المجموعة الهدف , وعندها فإن نتيجة تلك العملية أو محرجها سيكون سعر تلك البضاعة لأن سعر تلك البضاعة هو الهدف الذي نسعى لمعرفته.

المجموعة الفرعية هي المجموعة التي تكون عناصرها أعضاء أو عناصر في مجموعة أخرى.

وفقاً لنظرية المجموعات فإن المجموعة أ هي مجموعة فرعية تابعة للمجموعة ب إذا كانت المجموعة أ مشمولة و متضمنة في المجموعة ب.

إن العلاقة بين مجموعة فرعية متضمنة في مجموعة أم تدعى بعلاقة التضمن.

المجموعة المصدر domain

**Codomain** المجموعة الهدف

**Subset** مجموعة فرعية

**Inclusion** **علاقة تضمن**

و على سبيل المثال فإن غرفة الصف الدراسي (الفصل) هي مجموعة فرعية من مجموعة المدرسة , و المنزل هو مجموعةٌ فرعية من مجموعة المبنى أو العمارة.
علماً أن كل مجموعة تعتبر كذلك مجموعةً فرعية من نفسها كذلك.

مجموعة رئيسية – مجموعة أم Superset

George Cntor(1845-1914) جورج كونتور مبتكر نظرية المجموعات

Set theory نظرية المجموعات

Curtesian ديكارتي

Shroder-Bernstein Theorem شرودار بيرنيشتاين

Infinite set مجموعة لانهائية

**Power setقوة المجموعة**

Commutativeتبديلي

**بديهيات و مسلمات نظرية المجموعات**

تضم نظرية المجموعات أربع بديهيات أساسية :

البديهية الأولى ( بديهية الهوية) :

تنص هذه البديهية على أن ثمة عنصرٍ فريد في المجموعة لا يغير قيمة أي عنصرٍ في المجموعة عندما يضاف إليه و هذا العنصر يدعى بعنصر الهوية.

المسلمة الثانية ( مسلمة العكس):

تنص هذه المسلمة على أن لكل عنصرِ نظيرٌ معاكس فريد و أننا إذا ضربنا هذين العنصرين مع بعضهما البعض فإننا نحصل على عنصر الهوية (الصفر أو واحد).

المسلمة الثالثة هي المسلمة التشاركية و هي تتعلق بالخاصية التشاركية و التي تنص على أن نتيجة العمليات التي تجري على عناصر المجموعة لا تتأثر بترتيب تلك العناصر في العملية .

المسلمة الرابعة ( الانغلاقية)

و تنص هذه الخاصية على أنه لا يمكن لعملية تجري ضمن المجموعة على عناصر المجموعة أن يكون ناتجها من خارج المجموعة .

مثال على مجموعة تنطبق عليها جميع المسلمات السابقة مجموعة الأعداد الصحيحة التي تضم جميع الأعداد الصحيحة أي الأعداد الإيجابية و السلبية و الصفر.

المسلمة الأولى :

هنالك عنصرٌ فريد في المجموعة عندما نضيفه لأي عنصرٍ آخر من عناصر تلك المجموعة فإنه لا يغير من قيمة ذلك العنصر .

طبعاً ذلك العنصر الفريد هو الصفر في عملية الجمع فإذا أضفنا الصفر إلى أي عنصرِ من عناصر مجموعة الأعداد الصحيحة فإن ذلك العنصر سيبقى على حاله دون تغيير –طبعاً هذه المسلمة تدعى بمسلمة الهوية.

المسلمة الثانية- مسلمة العكس :

تنص هذه المسلمة على أن لكل عنصرِ من عناصر المجموعة نظيرٌ فريدٌ معاكس فإذا جمعنا أي عنصرِ من عناصر المجموعة مع النظير المعاكس له فإننا نحصل على عنصر الهوية أي الصفر.

طبعاً في مجموعة الأعداد الصحيحة فإن النظير المعاكس لأي عدد هو العدد المماثل ذو الشارة المعاكسة , و على سبيل المثال فإن العدد السلبي ناقص 9 هو النظير المعاكس للعدد الموجب 9 و الرقم السالب ناقص مليون هو النظير المعاكس للرقم الموجب مليون و هكذا فإذا ما جمعنا أي عددٍ مع نظيره المعاكس كان الناتج صفر و الصفر بالطبع هو عنصر الهوية:

9+(-9)=صفر

مليون + ناقص مليون=صفر

المسلمة الثالثة هي مسلمة تشاركية هي تنص على أن نتيجة العملية الجارية على عناصر المجموعة لا تتأثر بالطريقة التي يتم ترتيب تلك العناصر بها.

بالنسبة لمجموعة الأعداد الصحيحة التي تضم الأعداد السلبية و الأعداد الإيجابية و الصفر فإن عملية الجمع هي عمليةٌ تشاركية حيث لا تتأثر نتيجة عملية الجمع بالطريقة التي تم ترتيب العناصر الداخلة فيها.

المسلمة الرابعة تتعلق بكون المجموعة مجموعةً منغلقة أي أنه لا يجب أن يكون ناتج أي عملية تجري على عناصر المجموعة من خارج تلك المجموعة.

و بالطبع فإن هذه المسلمة تنطبق على مجموعة الأعداد الصحيحة من ناحية أنها مجموعةٌ منغلقةٌ على نفسها ذلك أنه عند إضافة أية أعداد صحيحة إلى بعضها البعض فإن الناتج يكون كذلك عدداً صحيحاً أي أن الناتج يكون من داخل تلك المجموعة.

إن معكوس أي عددٍ صحيح موجب n هو نظيره السلبي -n :

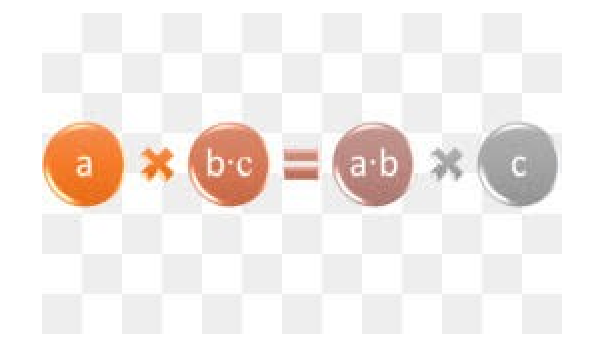
n+(-n)=0

n+(n-)=0

و يمكن أن تكون للمجموعة خاصيةٌ أخرى و هي خاصيةٌ تبديلية فإذا كانت مجموعةٌ ما مجموعةٌ تبديلية فإنها تلك المجموعة توصف بأنها مجموعةٌ تبديلية و هذا يعني بأنه يمكن أن يتم تبديل مواقع عناصرها دون أن تتعرض النتيجة للتغيير.

إن نتيجة جمع الأعداد الصحيحة لا تتغير إذا قمنا بتبديل مواقع تلك الأعداد و عليه فإن مجموعة الأعداد الصحيحة التي تتضمن عملية جمع هي مجموعةٌ تبديلية **Abelian** .

مجموعةٌ تبديلية **Abelian** .



## العلاقة الثنائية

و من أمثلة العلاقة الثنائية أكبر من و أصغر من و علاقة المساواة بين طرفين , و في الهندسة فإن العلاقة الثنائية هي علاقة التطابق , و في علم المجموعات فإن العلاقة الثنائية هي علاقة عنصر بمجموعة ما و انتماءه لها و علاقة المجموعة الفرعية بالمجموعة الأم و كذلكً فإن العلاقات الوظيفية هي علاقاتٌ ثنائية.

إن العلاقة الثنائية تتعلق بفرضية وجود علاقة ما بين شيئين سواءً أكانت هنالك علاقة بينهما أو لم تكن هنالك علاقة .

أمثلة على العلاقات الثنائية:

3 أصغر من 7

أ مجموعة جزئية من المجموعة ب

العنصر د يتبع المجموعة ل

## الفئة الأبيلية Abelian group

و تدعى كذلك باسم الفئة التبديلية و رمزها $(G, *)$ و مثالها :

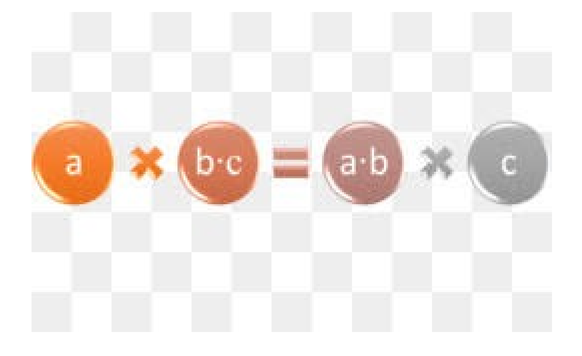
$a * b = b * a$

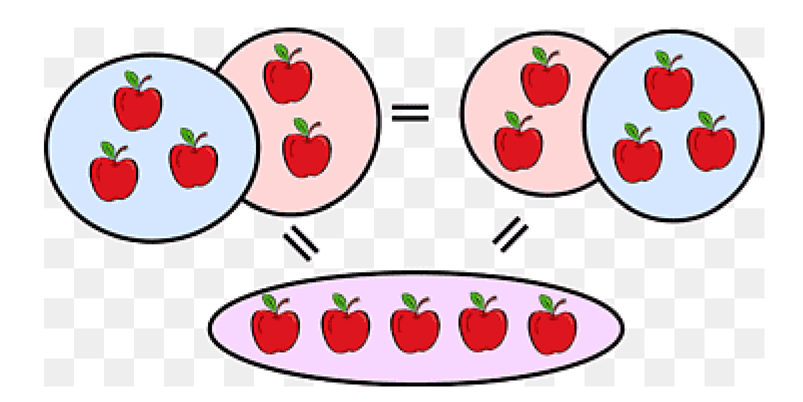
أ ضرب ب تساوي ب ضرب أ

و تعني أن ترتيب العناصر في الفئات التبديلية لا يؤثر على نتيجة العملية .

دعيت الفئات التبديلية باسم الفئات الأبيلية نسبةً إلى الرياضي نيلز هينريك أبيل .

أما الفئات اللاتبديلية فإنها تدعى باسم الفئات الغير أبيلية .





$$A\,B = B\,A$$

**فئة أبيليةAbelian group**

***فئة غير أبيلية non-abelian group***

**فئة تبديلية commutative group**

نيلز هينريك أبيل Niels Henrik Abel

*غير تبديلي.non-commutative*

الخاصية التبديلية

الخاصية التبديلية تطلق على العلاقة الثنائية التي لا يؤثر ترتيب عناصرها على نتيجتها.

مثال:

"a x b = b x a"

يقال عن علاقة ثنائية ما بأنها علاقة تبديلية عندما لا يؤثر ترتيب العناصر فيها على نتيجتها:

2 ×3 = 6 و 3 ×2 =6

الأعداد الصحيحة

الأعداد الصحيحة هي الأعداد الطبيعية أي الأعداد الموجبة و الأعداد السلبية و الصفر.

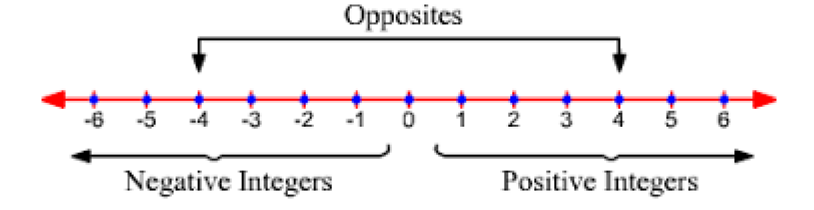
يعتبر الصفر عدداً صحيحاً .

تعتبر الأعداد السلبية  أعدادٌ صحيحة.

ما هو العدد الصحيح ؟

العدد الصحيح هو كل رقمٍ ليس بكسر.

الأعداد الصحيحة ['ɪntɪʒər] **integer** إنتيجار




**عنصر الهوية**

عنصر الهوية هو عاملٌ لا يؤثر ولا يحدث أي تتغيرٍ في العنصر الذي يتفاعل معه .

يدعى عنصر الهوية كذلك باسم  العنصر المحايد.

في العمليات الثنائية التي يتم تطبيقها على عناصر المجموعة فإن عنصر الهوية لا يحدث أي تغيير على تلك العناصر التي يتفاعل معها.

مثال على عناصر الهوية  الصفر و العدد واحد , فالصفر هو عنصر هوية بالنسبة لعمليات الجمع حيث أنه لا يحدث أي تغيير على العنصر الذي يضاف إليه :

9=9+0

99999=0+ 99999

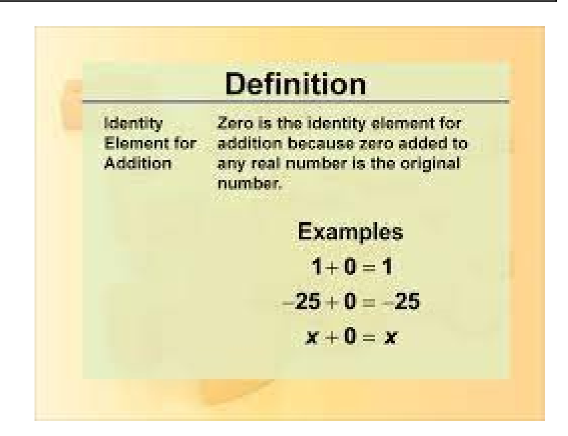
العدد واحد 1 هو عنصر هوية بالنسبة لعملية  الضرب حيث أنه لا يحدث أي تغييرٍ على العدد الذي يضرب به.

8=8× 1

77= 77× 1

identity element عنصر هوية = العنصر المحايد

neutral element عنصر محايد

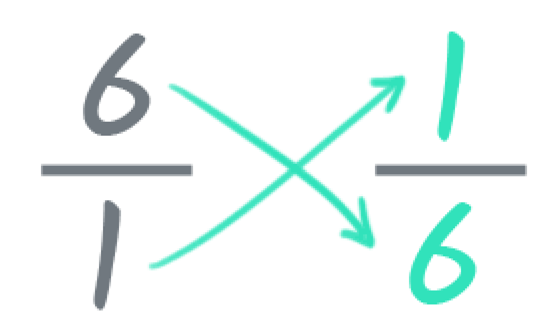



**العنصر المعاكس**

إن العنصر المعاكس لعنصر ما و ليكن $س_1$ مثلاً بالنسبة لعملية الضرب * هو العنصر $س^1$ بحيث أن عملية ضرب العنصر مع معكوسه تنتج عنصراً محايداً.

$س_1 \times س^1 =$ عنصر محايد (العدد واحد مثلاً ) .

Inverse element



$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

$$1 + ( - 1 ) = 0$$

$$a + (- a)=0 \quad a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

تعريف الفئة : الفئة هي مجموعة مغلقة تبادلية تحوي على عنصر هوية كما أن لكل عنصرٍ من عناصرها نظيرٌ معاكس.

**مكعب روبيك**

مكعب روبيك عبارة عن أحجية رياضية ابتكرها المعماري الهنغاري إيرنو روبيك في العام 1974 و هو عبارة عن مكعب بلاستيكي يتألف بدوره من 26 مكعب صغير قابلة للدوران .

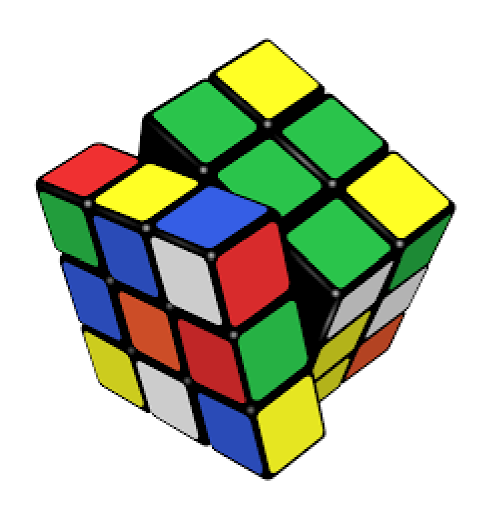
يتألف كل من أوجه مكعب روبيك من تسعة مربعات ذات لونٍ واحد.

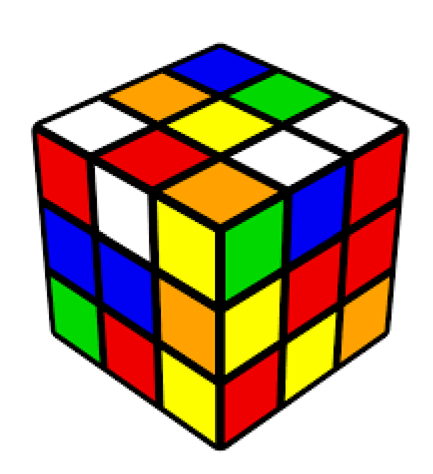
المطلوب في هذه الأحجية إعادة ترتيب الألوان بحيث يصبح كل وجهٍ من أوجه المكعب بلونٍ واحد.

يشكل مكعب روبيك مجموعةً مؤلفةً من 43,252,003,274,489,856,000 عنصر أو احتمال.

Rubik's Cube مكعب روبيك

Ernő Rubik إيرنو روبيك





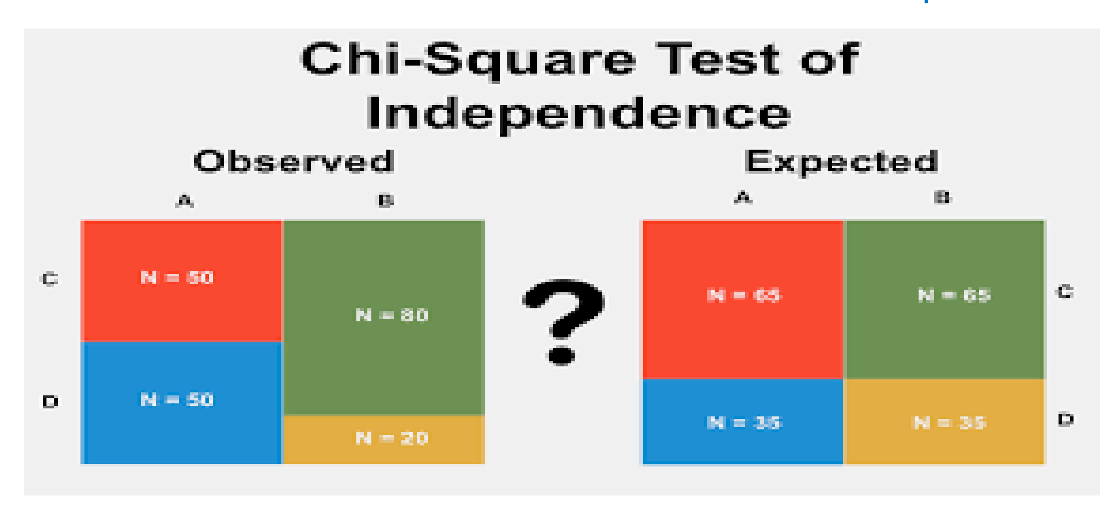
**اختبار مربع تشي**

يتناول اختبار تشي الاختلاف بين القيم المسجلة و القيم المتوقعة .

القيمة صفر تبين عدم وجود أي اختلاف ما بين القيمة المسجلة أي الحدث الذي وقع بشكلٍ فعلي و بين القيمة المتوقعة , بينما تظهر القيم الأعلى من الصفر وجود اختلاف و تباين ما بين القيم المسجلة أي الأجداث التي وقعت بشكلٍ فعلي و بين القيم المتوقعة .

إن قيمة اختبار تشي تمثل حصيلة الاختلاف ما بين جميع القيم المسجلة و القيم المتوقعة .

chi-square test




| | Blue | Green | Pink | |
|---|---|---|---|---|
| Boys | 100 | 150 | 20 | 300 |
| Girls | 20 | 30 | 180 | 200 |
| | 120 | 180 | 200 | N = 500 |

**التعالق و التقهقر**

الترابط الاخصائي- التعالق : هي عمليةٌ إحصائية تبين لنا كيفية ترابط متغيرين .

تتراوح علاقة  الترابط الاحصائي أو التعالق بين العدد السلبي ناقص واحد  -1  و تعني ترابطٌ سلبيٌ تام إلى الصفر  ثم العدد الموجب  واحد  +1 و  الذي يعني وجود ارتباطٍ إيجابي.

إن علاقة الترابط هي عبارة عن علاقة إحصائية بين متغيرين أو أكثر بحيث أن أي تغيرِ منهجي يطرأ على قيمة أحد هذين المتغيرين سوف يرافقه حتماً تغيرٌ منهجي في قيمة المتغير الثاني.

و في نظرية الاحتمالات و الترابط الاحصائي فإن علاقة الترابط هذه تدعى بمعامل الارتباط  و هو عبارة عن مقياسٍ رقمي لقوة العلاقة الخطية بين متغيرين عشوائيين.

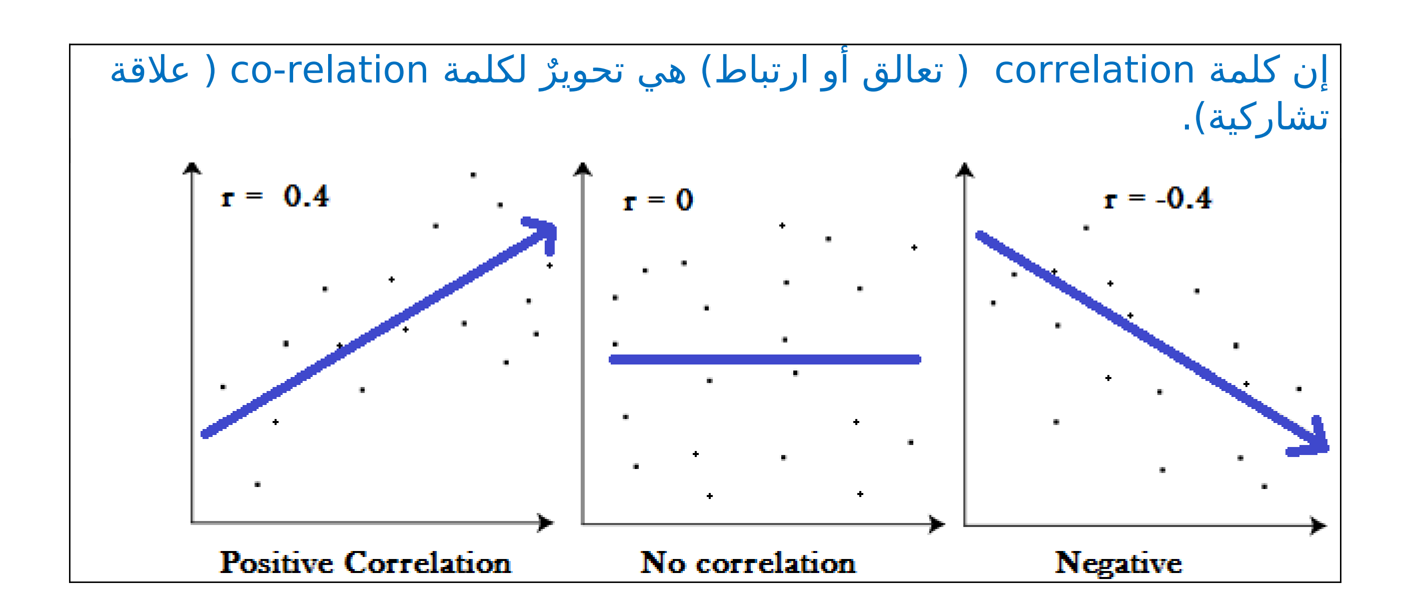
بين غالتون طريقة مقارنة مجموعتين من البيانات و ذلك لبيان ما إذا كانت هنالك علاقةٌ ما بين مجموعتي بيانات .إن طريقة غالتون تقوم على مفهومين اثنين و هما التعالق و التقهقر, حيث يبين لنا مفهوم التعالق أو الارتباط درجة التناسب بين متغيرين عشوائيين و غالباً ما يظهر ذلك على شكل علاقة خطية , أي أن علاقة التناسب تلك تظهر على شكل خطٍ بياني يظهر درجة التناسب بين متغيرين و كيفية تغيرهما معاً.

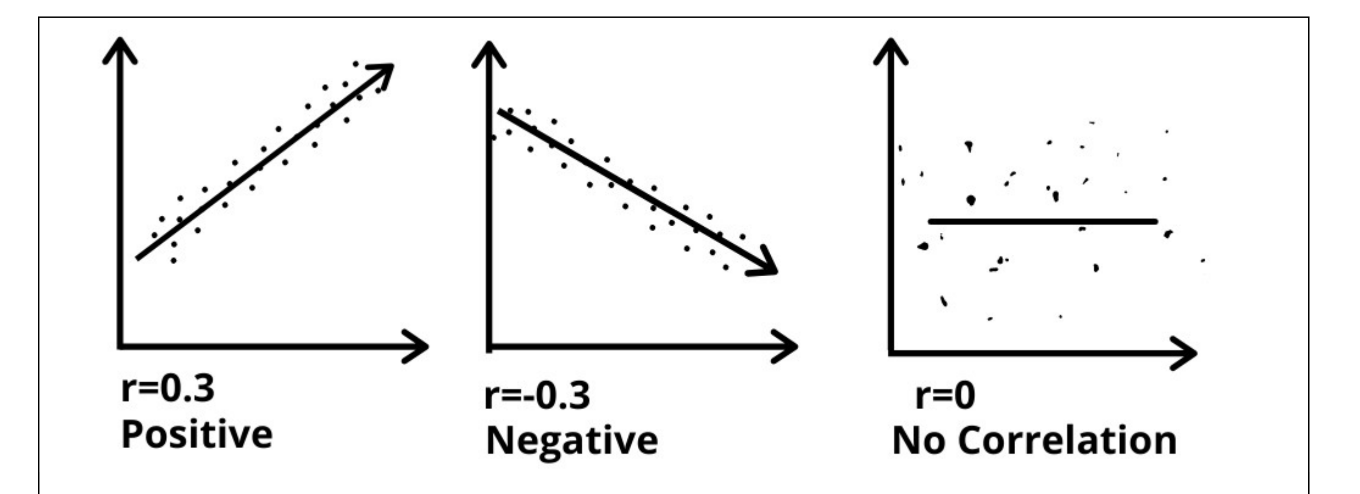
أما مفهوم التقهقر فإنه يحدد أفضل معادلة تمثل الخط البياني لهذين التغيرين بحيث يمكن التنبؤ بدرجة تغير أحد المتغيرين بناءً على درجة تغير المتغير الثاني.

و على سبيل المثال فقد بينت إحصائيات غالتون بأن الوالدين الطويلين جداً ينجبان أولاداً أقصر منهما , بينما ينجب الوالدين الشديدي القصر أبناءً أطول منهما و بذلك فإن الجيل الثاني من أبناء كلٍ من الوالدين المفرطي الطول أو المفرطي القصر يكونون كثر تقارباً من حيث الطول من الجيل الأول أي جيل الآباء و هذا يعتبر أحد أمثلة ظاهرة التقهقر نحو المتوسط.

و في مجال الزراعة وجد غالتون أن بذور البازيلاء الصغيرة تنتج ذريةً كبيرة البذور , بينما تنتج بذور البازيلاء الكبيرة ذريةً ذات بذورٍ صغيرة و بذلك فقد اكتشف غالتون ظاهرة التقهقر نحو المعتدل , أي الميل نحو التعادل مع تعاقب الأجيال.

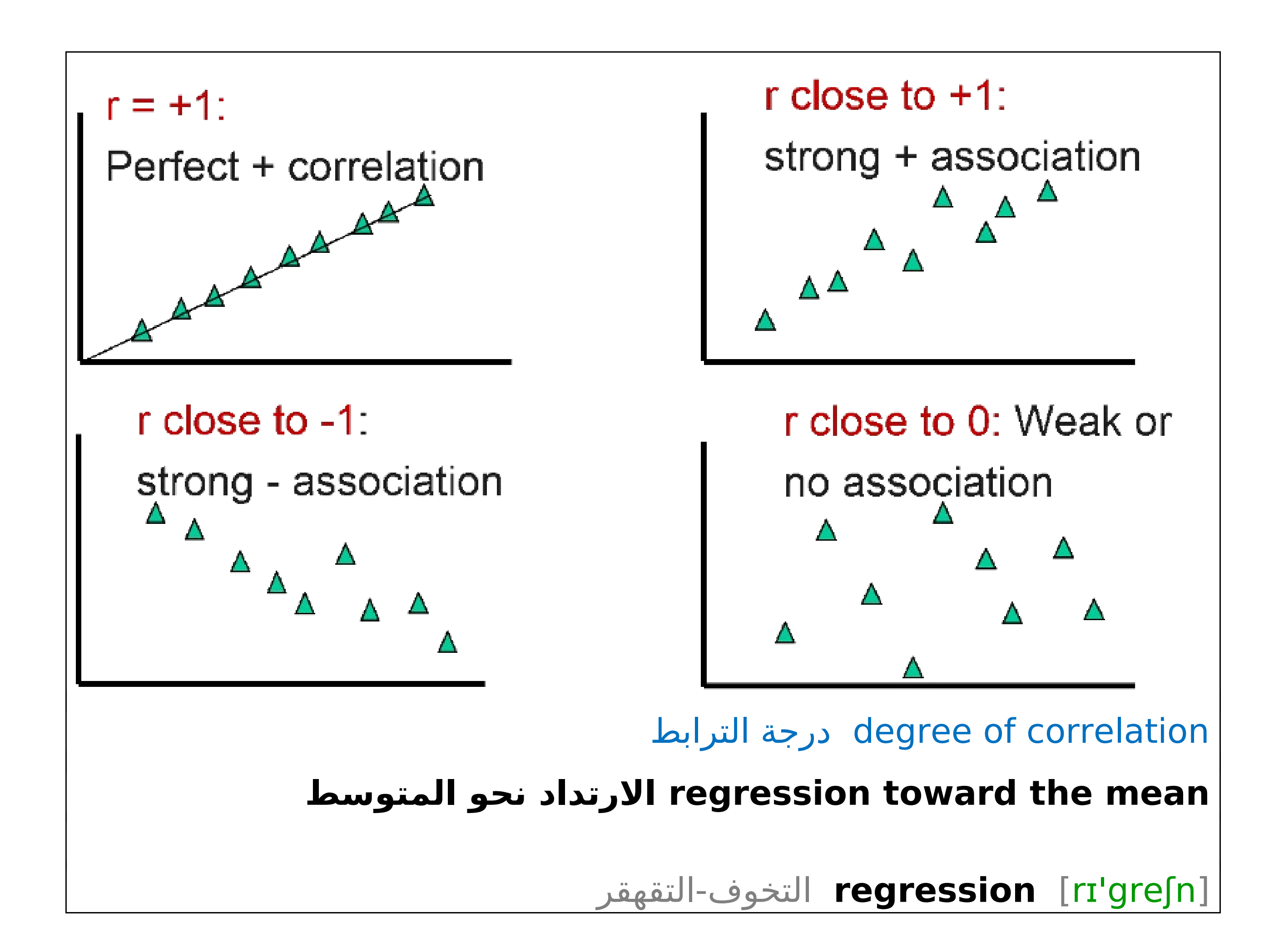
إن كلمة correlation ( تعالق أو ارتباط) هي تحويرٌ لكلمة co-relation ( علاقة تشاركية).






معامل الارتباط correlation coefficient

| Scale of correlation coefficient | Value |
|---|---|
| $0 < r \leq 0.19$ | Very Low Correlation |
| $0.2 \leq r \leq 0.39$ | Low Correlation |
| $0.4 \leq r \leq 0.59$ | Moderate Correlation |
| $0.6 \leq r \leq 0.79$ | High Correlation |
| $0.8 \leq r \leq 1.0$ | Very High Correlation |




درجة الترابط  degree of correlation

**الارتداد نحو المتوسط regression toward the mean**

التخوف-التقهقر **regression** [rɪ'greʃn]

في العام 1844 زعم يوجين كاتالان بأن هنالك حلٌ واحد للمعادلة :

$X^m-Y^n=1$

حيث أن X,Y,n أعدادٌ صحيحة موجبة و حيث أن كلا القوتين $m$-$n$ أكبر من العدد واحد.

إن الحل الوحيد لهذه المعادلة و فقاً لكاتالان هو :

X=3

M =2

$Y=2$

فتصبح المعادلة $X^m-Y^n=1$ على الصورة التالية :

$1=3^2-2^3$

$9=3\times3=3^2$

$8=2\times2\times2=2^3$

1=9-8

**معادلة دايوفانتين**

دعيت هذه المعادلة بهذا الاسم نسبةً على دايوفانثوس الإسكندري الذي عاش في القرن الثالث.

معادلة دايوفانتين هي معادلة متعددة الحدود و في هذه المعادلة لا يمكن للمتغيرات فيها إلا أن تكون أعداداً صحيحة .

لا يمكن في معادلة دايوفانتين للمتغيرات أن تكون اعداداً غير صحيحة ( كسور مثلاً).

معادلة دايوفانتين هي معادلة متعددة الحدود جميع عواملها أعدادٌ صحيحة.

مثال:

س$^2$+6س-16=0

و هذه المعادلة هي معادلةٌ صحيحة إذا كان المجهول س يساوي العدد 2 أي س=2

س$^2$+6س-16=0

س$^2$+6س=

$6+2^2\times2=12+4=16$

16-16=صفر

كما أن هذه المعادلة صحيحة إذا كان المجهول س يساوي العدد السلبي 8-

س$^2$+6س-16=0

س=(-8)

س$^2$+6س=(-8$^2$)+6×(-8)=16

-8$^2$=العدد السلبي -8 المرفوع للقوة الثانية يساوي -64

$-8^2=-64$

$-6+8^2\times(-8)=(16)$

$6+64\times(-8)=64+(-48)=16$

$6+64\times(-8)=16$

$64+(-48)=16$

16-16 =صفر

المعادلة صحيحة ‘ذا كانت س تساوي العدد السلبي -8 .

س$^2$+ع$^2$=ص$^2$

س=3

ع=4

ص=5

س$^2$+ع$^2$=ص$^2$

$4^2+3^2=5^2$

$3^2=9$

$4^2=16$

$5^2=25$

$4^2+3^2=5^2=16+9=25$

$25=25$

المعادلة صحيحة

معادلات دايوفانتين Diophantine equations

معادلة متعددة الحدود polynomial equation

دايوفانثوس Diophantus

---

**معادلة فيرمات Fermat**

$X^n+Y^n=Z^n$

$n > 3$

إذا كانت القوة n تساوي الصفر فإن أي عددٍ يرفع للقوة صفر تصبح قيمته واحد , و عليه تصبح قيمة معادلة فيرمات 1+1=1 واحد و ليس 2 .لماذا؟

لأن $X^n$ أياً تكن قيمته فإنه يساوي واحد .لماذا؟

لأنه مرفوعٌ للقوة صفر لأن القوة n تساوي الصفر.

و كذلك فإن $Y^n$ أياً تكن قيمته فإنه يساوي واحد لأنه كذلك مرفوعٌ للقوة صفر لأن القوة n تساوي الصفر.

الآن, طالما أن طرف المعادلة الأول يساوي واحد و طرف المعادلة الثاني يساوي كذلك واحد و طالما أن العملية هي عملية جمع فلماذا كان الناتج واحد و ليس 2 ؟

لأن ناتج عملية الجمع أي $Z^n$ , و هي أياً تكن قيمتها فإنها تساوي واحد لأنها مرفوعة كذلك للقوة صفر لأن القوة n تساوي الصفر.

---

$X^n+Y^n=Z^n$

و إذا كانت القوة n تساوي العدد واحد فإن هذه المعادلة سيكون لها عددٌ لا نهائي من الحلول , فإذا كان X تساوي 5 و كان Y يساوي 10 فإن Z يساوي 15 :

$15^1=5^1+10^1$

$15=5+10$

العدد المرفوع للقوة الأولى يبقى كما هو دون تغيير $5=5^1$

5 مرفوعة للقوة الأولى تساوي 5.

كل عدد هو بشكلٍ افتراضي يكون مرفوعاً للقوة الأولى.

$X^n+Y^n=Z^n$

يمكننا أن نضع أي عددٍ مكان المجهول $X^n$ و أي عددٍ مكان المجهول $Y^n$ و أن نجمعهما جمعاً اعتيادياً ثم أن نضع نتيجة الجمع مكان المجهول $Z^n$ .

و إذا كانت القوة n تساوي 2 فسيكون لدينا كذلك عددٌ لا نهائي من الحلول, إذ يمكن مثلاً أن نضع $6^2$ مكان المجهول $X^n$ و أن نضع $8^2$ مكان المجهول $Y^n$ و سنحصل في النتيجة على العدد $10^2$ مكان المجهول $Z^n$ .

تفسير العملية التي قمنا بها :

$36=6\times6=6^2$

$64=8\times8=8^2$

$100=36+64$ أي $10^2$ أي $10\times10$

$10^2=6^2+8^2$

**و لكن ماذا لو كانت القوة n أكبر من العدد 2؟**

$X^n+Y^n=Z^n$

وفقاً للرياضي بيير دي فيرمات فإنه يستحيل أن يكون للمعادلة السابقة أي حل إذا كانت قيمة القوة n أكبر من 3 , وقد تمّ إثبات هذا الأمر في العام 1994 بعد عدة قرونٍ من موت دي فيرميت 1607-1665.

لايوجد أي حلٍ صحيح لمعادلة فيرميت إذا كانت القوة n أكبر من العدد 3 .

لا يوجد أي تطبيقٍ عملي لمعادلة فيرمات و لكنها كانت تعتبر دائماً أحد ألغاز الرياضيات البحتة.

تقول فرضية بيير دي فيرمات بأنه من المستحيل أن يكون هنالك مكعب حاصل جمع مكعبين- أي انه من المستحيل أن تكون هنالك قوةٌ رابعة تمثل حاصل جمع قوتين .

القوة الرابعة هي أي عددٍ مرفوعٌ للقوة الرابعة.

و وفقاً لدي فيرمات كذلك فإنه من المستحيل على أي عددٍ مرفوعٌ لقوةٍ أعلى من القوة الثانية أن يكون حاصل جمع قوتين تماثلان قوته .

دعيت هذه الفرضية باسم آخر فرضيات فيرمات.

Fermat’s last theorem آخر فرضيات فيرمات

Trivial group فئة تافهة

$$0 + 0 = 0$$

$$1 \cdot 1 = 1$$

Fermat’s equation معادلة فيرمات

**العمليات الترابطية**

لتكن لدينا المجموعة (س) تحوي عمليةً ثنائية و تحوي العناصر (أ,ب,د) إننا نعبر عن هذه المجموعة على الصورة (س)=(أ,ب.د).

كما نعبر عن العملية الثنائية   أ¤ب

إن العملية  السابقة تعتبر عمليةً تشاركية إذا كان :

(أ¤ب)¤د=أ¤(ب¤د)

لنعبر عن العملية التشاركية السابقة على صورة عملية جمع :

(أ+ب)+د=أ+(ب+د)

لنفترض بأن  أ=2 و أن ب=3 و أن د=4 فتصبح العملية السابقة كالآتي:

(3+2)+4=2+(4+3)=9

4+5=7+2=9

**و لكن هل عملية الضرب عملية تشاركية؟**

هل(2×3)×4 تساوي 2 ×(3×4)

(2 ×3 )=6

6 ×4=24

2 ×(3×4) تساوي 2 × (12 )=24

24=24

إذاً فإن عملية الضرب هي عملية تشاركية.

إن معظم العمليات الرياضية الثنائية في الرياضيات هي عملياتٌ تشاركية مع بعض الاستثناءات فالجمع و الضرب عمليتين ترابطيتين ,غير أننا إذا جمعنا عمليتي الضرب و الجمع في عملية واحدة فإن تلك العملية قد لا تكون عمليةً تشاركية:

(أ×ب)+د=أ(ب+د)

(2 ×3)+4=2× (4+3)

الشطر الأول نتيجته 10

2 ×3 =6

4+6=10

الشطر الثاني نتيجته 14

2 ×7 =14

إذاً فإن عمليتي الضرب و الجمع عندما يردان سوياً في عملية واحدة قد لا تكونا عمليتين تشاركيتين.

**الخاصية التبديلية**

يقال عن عملية ما بأنها عمليةٌ تبديلية إذا كانت أ¤ب=ب¤أ

و هذا يعني بأننا سوف نحصل على النتيجة ذاتها بغض النظر عن ترتيب العناصر في العملية:

عملية الجمع عمليةٌ تبديلية:

أ+ب=ب+أ

3+2=2+3

5=5

عملية الضرب عمليةٌ تبديلية :

أ×ب=ب×أ

2×3= 3×2

6=6

¤ رمز العمليات الثنائية.

إن عملية جمع الأعداد الصحيحة هي عمليةٌ تبديلية و لكن عملية الطرح ليست عمليةٌ تبديلية:

أ-ب≠ب-أ

أ ناقص ب لا تساوي ب ناقص أ

3-2≠ 2-3

2 ناقص 3 لا تساوي 3 ناقص 2 لأن 2-3=(-1) 2 ناقص 3 تساوي العدد السلبي ناقص واحد بينما 3-2=1 3 ناقص 2 تساوي واحد.

**العمليات التوزيعية**

لتفترض بأن لدينا العملية §

إذا كانت أ§(ب¤د)=(أ§ب)¤(أ§د)   فإن العملية § توزيعية على العملية ¤ .

لنجعل الصورة أكثر وضوحاً فإننا نستبدل الرمز § بشارة ضرب و نستبدل الرمز ¤ بشارة جمع لتصبح لدينا عمليتي جمع و طرح :

أ×(ب+د)=(أ×ب)+(أ×د)

لنفترض بأن  أ=2  و ب=3 و د=4 فإن العملية السابقة تصبح على الصورة:

$2\times(4+3)=(2\times3)+(2\times4)$

$2\times7=8+6$

$14=14$

النتيجة متماثلة في كلا العمليتين أي أن عملية الضرب توزيعية على عملية الجمع.

عملية ثنائية Binary operation

Associativeترابطي

Commutativeتبديلي

distributiveتوزيعي

**الخاصية التوزيعية**

في الرياضيات و تحديداً في الجبر المحض فإن الخاصية التوزيعية تتعلق بالعمليات الثنائية التي تقوم على تعميم القانون التوزيعي .

مثال:

$5.(2+3)=(5.2)+(5.3)=25$

$5\times5=10+15=25$

في المثال السابق قمنت بترجمة العلاقة 5.(2+3)  أي 5 ضرب 3 +2 إلى عمليتي ضرب و عملية جمع .

قمت أولاً بضرب العدد  5 بالعدد 2 :

(5.2)=5×2=10

5 ضرب 2 يساوي 10

ثم  قمت بضرب العدد 5 بالعدد 3 :

(5.3)=5×3=15

5 ضرب 3 =15

ثم جمعت نتيجتي الضرب مع بعضهما البعض:

(5.2)+(5.3)=10+15=25

نستنتج من المثال السابق أن عملية الضرب هي عملية توزيعية على عملية الجمع, و كقاعدة عامة فإن عملية ضرب الأعداد الحقيقية هي عملية توزيعية على عملية جمع الأعداد الحقيقية.

**Distributivityتوزيعي**

real numbersأعداد حقيقية

**الخاصية التبديلية**

الخاصية التبديلية تعني بأن نتيجة العملية الثنائية لا تتغير بتغيير ترتيب عناصرها.

"a x b = b x a"

5×6 = 6×5=30

**الخاصية التشاركية**

الخاصية التشاركية تميز العمليات الثنائية التي لا تتغير نتائجها إذا قمنا بإعادة صياغتها و تبديل مواقع عناصرها.

قاعدة توزيعية عامة:

إذا تكررت العملية الرياضية ذاتها أكثر من مرة واحدة في تعبير رياضي ما عندها يمكن لنا أن نعيد صياغة ذلك التعبير الرياضي و أن نعيد ترتيب عناصره المكونة.

(2+4)+3=2+(4+3)

2+4+3=9    2+4+3=9

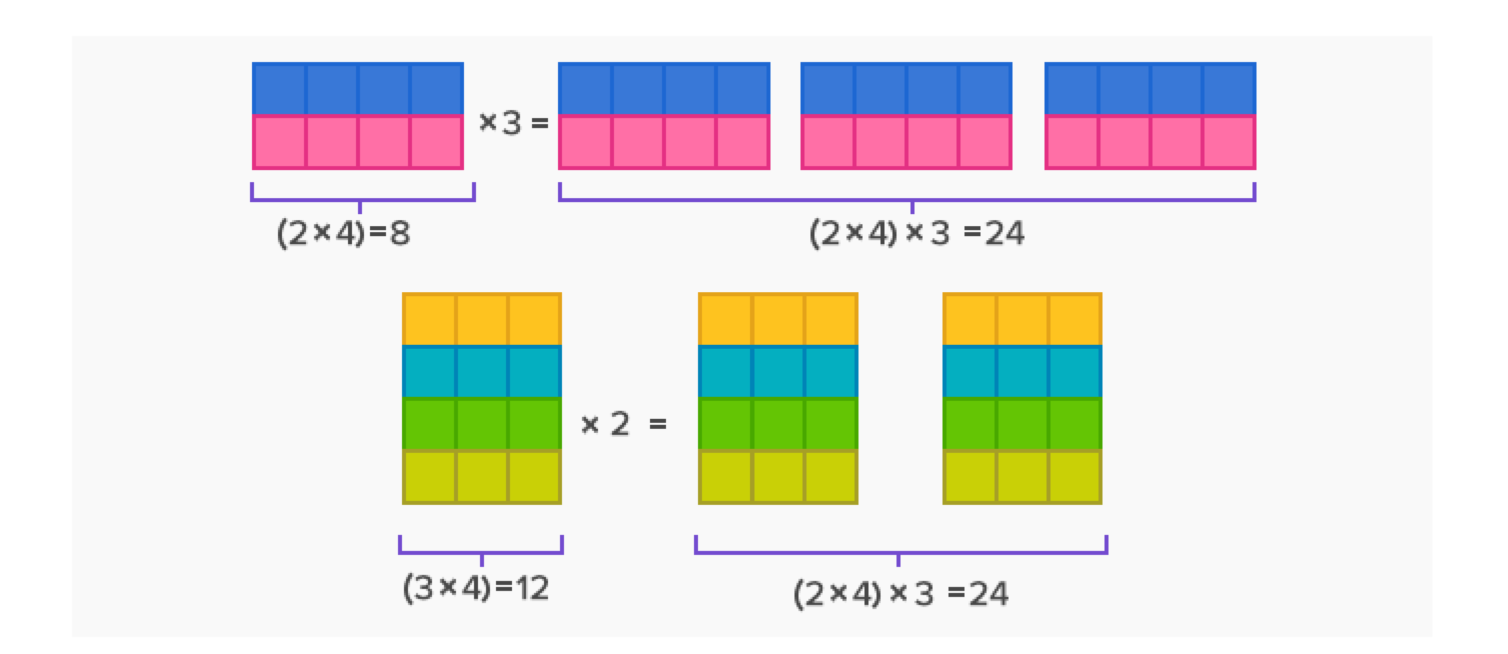
لاحظ أن كلمة السر في العمليات الثنائية التي تتميز بالخاصية التشاركية هي تكرار العملية ذاتها في ذلك التعبير الرياضي و كما تلاحظون فإن لدينا عمليتي جمع اثنتين في المثال السابق ضمن التعبير الرياضي ذاته , أي أن لدينا عملية جمعٍ مكررة :

و (3+4)   2+(4+3)

و كقاعدةٍ عامة فإن الخاصية التشاركية تنطبق على جميع الأعداد الحقيقية.

إن عملية جمع العداد الحقيقية هي عمليةُ تشاركية ( قابلة لإعادة الصياغة عند تكرار شارة الجمع)

**حاصية تشاركية Associativity**




Associative Property of Addition




$(6 + 4) + 5 = 15$

$6 + (4 + 5) = 15$

مرت معنا سابقاً العديد من المعادلات الخطية من الشكل ب س+أ=صفر حيث تكون أ و ب أعداد محددة بينما يكون س قيمةً مجهولة .

إن معادلةً مثل 3س-12=0 تكون صحيحةً في حالةٍ واحدة فقط وهي عندما يكون المجهول س مساوياً للعدد 4 .

3س-12=0

3س =3×4=12

3×4=12 -12 =0

12-12=0

أما المعادلات التربيعية كما مرت معنا سابقاً فإنها المعادلات التي يكون مجهولها مرفوعاً للقوة الثانية $س^2$ , كما يشترط فيها أن لا تحتوي على أي مجهول مرفوعاً لقوةٍ أعلى من القوة الثانية .

إن المعادلة التربيعية $س^2$+2س-15=0 تكون معادلةً صحيحةً في حالةٍ واحدة و هي عندما يكون المجهول س مساوياً للعدد 3 , أو عندما يكون المجهول س مساوياً للعدد السلبي -5 ناقص 5 .

فإذا كان المجهول س مساوياً للعدد 3 :

$3^2$ +2×3-15=0

$3^2$ =9

2×3-15=6 ناقص15 يساوي العدد السلبي ناقص تسعة(-9)

9 +(-9 )=صفر

و إذا كانت س تساوي العدد لسلبي ناقص 5 (-5 ):

$س^2$+2س-15=0

-25 +(-10)-15=0

$س^2$=(-$5^2$) =(-25)

العدد السلبي ناقص 5 المرفوع للقوة الثانية يساوي الرقم السلبي -25 .

2س= 2 ضرب العدد السلبي -5= العدد السلبي (-10).

2س= 2 ×(-5)=(-10)

-25+(-10)=15

الرقم السلبي  -25 +العدد السلبي -10يساوي العدد الموجب 15

15 -15=صفر 0

---

هنالك صيغةٌ واحدة لحل المعادلات التربيعية , و هنالك صيغةٌ واحدة لحل المعادلات التكعيبية و صيغةٌ واحة لحل المعادلات الرباعية , و لكن ليست هنالك صيغة واحد و لا يمكن أن تكون هنالك صيغةٌ واحدة لحل المعادلات الخماسية.

Quadratic equations  معادلات تربيعية

Cubic equations  معادلات تكعيبية

Quatric equations معادلات رباعية

Quantic equations معادلات خماسية

يتألف كل عددٍ زوجي من عددين أوليين :

10=7+3

12=5+7

كل عددٍ فردي صحيح يكون ناتج جمع ثلاثة أعداد أولية.

**تحويل العدد إلى عوامله**

تحويل العدد 10 إلى عوامله يعطي 2×5=10

الأعداد التي لا يمكن تحويلها إلى عواملها هي الأعداد الأولية مثل العدد 5 مثلاً .

عوامل الرقم 20 هي  5×2×2 =20

العدد الأولي لا يقبل القسمة الصحيحة إلا على نفسه و على العدد واحد.

Factorizing  تحويل العدد إلى عوامله الأولية.

Prime number  عددٌ أولي.

يمكن تحويل أي رقمٍ إلى رقمٍ سالب إذا ضربناه بالعدد  ناقص واحد  -1 .

مليون × (-1 ) = ناقص مليون

مليار × (-1) = ناقص مليار.

يمكن تمثيل العدد صفر على صورة نسبة أو كسر على أن يكون بسطها أو عاليها هو الصفر :

$\frac{0}{9}$

$\frac{0}{10}$

$\frac{0}{100}$

$\frac{0}{1000}$

أي كسر بسطه أو عاليه الصفر فإن قيمته تكون مساوية للصفر.

$\frac{0}{مليون}$ = صفر

$\frac{0}{مليار}$= صفر

لمعرفة قيمة كسرٍ ما فإننا نقسم بسطه على مقامه أي أننا نقسم عاليه على سافله.

الصفر هو عددٌ محايد بالنسبة لعمليتي الجمع و الطرح – أي أن الصفر لا يؤثر على نتائج عمليتي الجمع و الطرح.

العدد واحد هو عددٌ محايد بالنسبة لعمليتي الضرب و القسمة – أي أن العدد واحد لا يؤثر على نتائج عمليتي الصرب و القسمة.

ليس هنالك عددٌ طبيعي يمثل حلاً لعملية قسمة مثل 15÷2 أو 9 ÷2

إذا كان أ و ب عددين صحيحين فإن $\frac{أ}{ب}$ هو عددٌ رشيد شريطة أن لا يكون ب مساوياً للصفر.

## المصفوفات

المصفوفة عبارة عن منظومة مربعة الشكل من العناصر التي تنتظم ضمن أعمدة و صفوف محاطة بأقواس مربعة.

تستخدم المصفوفة في تخزين البيانات و إجراء العمليات عليها.

بالرغم من احتواء المصفوفة على العديد من العناصر فإنها تعامل كوحدةٍ واحدة .

أول من استخدم المصفوفات هم شعب المايا.

ابعاد المصفوفة مسألةٌ شديدة الأهمية ذلك أن عملياتٍ مثل عمليتي الجمع و الطرح تستدعي أن تكون كلا المصفوفتين موضوع عملية الجمع و الطرح أن تكون لهما الأبعاد ذاتها.

إذا كانت لدينا مصفوفتين بالحجم ذاته أي إذا كان كلتا هاتين المصفوفتين تمتلكان العدد ذاته من العناصر في أعمدتهما و صفوفهما فإنه يتم جمع هاتين المصفوفتين عن طريق إضافة العناصر المتماثلة في كلتا المصفوفتين إلى بعضهما البعض أي أن نقوم بجمع كل خلية من المصفوفة الأولى مع الخلية المماثلة لها في الموقع من المصفوفة الثانية.

لا يمكن جمع المصفوفات ذات الحجم المختلف مع بعضها البعض أي أنه لا يمكن جمع المصفوفات التي تمتلك عدداً مختلفاً من العناصر(الخلايا) مع بعضها البعض.

لا يمكن ضرب المصفوفات مع بعضها البعض إلا إذا كان عدد الصفوف الأفقية للمصفوفة الثانية مساوياً لعدد أعمدة المصفوفة الأولى.

أي أنه  لا يمكن ضرب مصفوفتبن ببعضهما البعض إلا إذا كان عدد أعمدة المصفوفة الأولى مساوية لعدد الصفوف الأفقية في المصقوفة الثانية.

إن عملية ضرب مصفوفتين ببعضهما البعض ليست عمليةً تبديلية , أي أنه حتى و إن كانت كلا المصفوفتين A B مصفوفتين مربعتين فإن :

$AB \neq BA$

$A \times B \neq B \times A$

أي أن ناتج ضرب المصفوفة  A مع المصفوفة  B لا يساوي ناتج ضرب المصفوفة B مع المصفوفةA.

يعتقد المؤرخون بأن المايا كانوا يستخدمون المصفوفات في حل المعادلات الخطية .

**المصفوفات المربعة**

المصفوفة المربعة هي المصفوفة التي تتألف من أربعة عناصر أو أربعة خلايا .

يتم حصر عناصر المصفوفة دائماً بين قوسين مربعين.

**عملية جمع مصفوفتين**

إذا كانت المصفوفة  أ  تساوي :

أ =[ع  ب ]

[س  د ]

و إذا كانت المصفوفة  ب تساوي :

ب = [ي  ف ]

[ج    ه  ]

فإن المصفوفة أ + المصفوفة  ب تساوي :

[ع  ب ]     [ي  ف ]     [ع+ي    ب+ف]

[س  د ] + [ج    ه  ]  =  [ س+ج   د+ه]

لجمع المصفوفتين أ و ب مع بعضهما البعض قمت بجمع العنصر الأفقي الأول من المصفوفة أ أي العنصر ع مع نظيره الذي يشغل ذات موقعه و لكن من المصفوفة ب أي العنصر الأول من المصفوفة ب أي العنصر ي .

قمت بجمع العنصر الأفقي الثاني من المصفوفة الأولى أي العنصر ب مع نظيره الذي يشغل ذات موقعه و لكن من المصفوفة الثانية أي العنصر ف .

قمت بجمع العنصر الثالث من المصفوفة الأولى أي العنصر س مع نظيره الذي يشغل ذات موقعه و لكن من المصفوفة الثانية أي العنصر ج .

قمت بجمع العنصر الرابع من المجموعة الأولى أي العنصر د مع نظيره الذي يشغل ذات موقعه من المجموعة الثانية أي العنصر ه .

لتكن لدينا المصفوفتين أ و ب .

المصفوفة الأولى أ :

[3    1 ]

[4   2 ]

المصفوفة الثانية ب :

[7  5 ]

[8   6]

الأن فإن ناتج جمع هاتين المصفوفتين مع بعضهما البعض أي أ+ب يساوي :

[10   6]  =  [3+7 ]   [ 1+5 ]     [ 7   5 ]   [3  1 ]

[12   8 ]    [ 4+8]   [  2+6] =  [8    6] +[4   2  ]

لجمع المصفوفتين أ و ب مع بعضهما البعض قمت بجمع العنصر الأول من المجموعة أ أي العنصر 1 مع نظيره الذي يشغل ذات موقعه و لكن من المجموعة ب أي العنصر الأول من المجموعة ب أي العنصر 5 .

قمت بجمع العنصر الثاني من المجموعة الأولى أي العنصر 3مع نظيره الذي يشغل ذات موقعه و لكن من المجموعة الثانية أي العنصر 7 .

قمت بجمع العنصر الثالث من المجموعة الأولى أي العنصر 2 مع نظيره الذي يشغل ذات موقعه و لكن من المجموعة الثانية أي العنصر 6 .

قمت بجمع العنصر الرابع من المجموعة الأولى أي العنصر 4 مع نظيره الذي يشغل ذات موقعه من المجموعة الثانية أي العنصر 8.

[1 3] [5 7] [1+5 ] [3+7 ] [6 10]

[2 4]+ [6 8] = [2+6] [4+8] = [8 12]

و بذلك نحصل على مصفوفة جديدة تضم عناصر المصفوفتين أ و ب في عملية جمع :

[1+5 ] [3+7 ]

[2+6] [4+8] =

إن ناتج كل عملية جمع يجب أن يشغل خانةً واحدة و المصفوفة التي ستنتج عن عملية الجمع يجب أن تشغل الموقع ذاته و بذلك فإن المصفوفة الناتجة عن عملية الجمع ستتألف من 4 خانات حالها كحال المصفوفتين موضوع عملية الجمع.

1+5=6 نضع الناتج 6 في ذات الموقع الذي كانت تشغله عملية الجمع أي الزاوية العلوية اليمنى من المصفوفة الناتجة عن عملية الجمع.

3+7=10 نضع الناتج 10 في ذات الموقع الذي كانت تشغله عملية الجمع أي الزاوية العلوية اليسرى من المصفوفة الناتجة عن عملية الجمع.

2+6=8 نضع الناتج 8 في ذات الموقع الذي كانت تشغله عملية الجمع أي الزاوية السفلية اليمنى من المصفوفة الناتجة عن عملية الجمع.

4+8=12 نضع الناتج 12 في ذات الموقع الذي كانت تشغله عملية الجمع أي الزاوية السفلية اليسرى من المصفوفة الناتجة عن عملية الجمع.

[10 6 ]

= [ 8 12]

و بذلك نكون قد تعلمنا كيفية القيام بجمع المصفوفات مع بعضها البعض.

بالطبع فقد أجريت العملية السابقة ابتداءً من الجهة اليمنى لأننا نكتب باللغة العربية و لكن في امتحانات الرياضيات في مدارس اللغات و المدارس الدولية يجب القيام بعملية الجمع ابتداءً من الجهة اليسرى.

لمعلوماتٍ مفصلة حول إجراء العمليات الرياضية على المصفوفات يمكنكم الرجوع إلى كتابي مفتاح الجبر ( موجود مجاناً على الأنترنت).

https://archive.org/details/@ash790

**استخدام المصفوفات**

في أيام هذه تستخدم البنوك المصفوفات في تشفير بياناتها , كما أن البيانات الحاسوبية تكون مختزنة ضمن مصفوفات ذلك أنه يمكن للمصفوفات أن تختزن كمياتٍ هائلة من البيانات بصورة مضغوطة , كما تستخدم المصفوفات في نظرية التصوير و ذلك لتشفير طريقة اتصال مجموعة الزوايا أو الرؤوس مع الخطوط . كما نجد المصفوفات في فيزياء الكم حيث تدعى هنالك بالمصفوفة الآلية , كما تستخدم مصفوفات الاستحالة و نظرية المجموعات في دراسة ي دراسة تناظر الكون , كما تستخدم المصفوفات في مجال الإلكترون و الكهرباء لحل مشكلات الجهد و التيار , و تستخدم المصفوفات في مجال المعلومات في تشفير البيانات الحاسوبية و في لوغاريتمات محركات البحث و ذلك لترتيب صفحات الأنترنت , كما يستخدم المبرمجون المصفوفات ككلمات سر لتشفير البيانات.

**Graph theory** جبر المخطط
**matrix algebra** جبر المصفوفات

$$3 \cdot 0 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 0 = 2$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & \\ & \end{bmatrix}$$

$2 \times 3$ $\quad$ $3 \times 2$ $\quad$ $2 \times 2$

---

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F+G} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+1 & 2+0 \\ 3+1 & 4+1 \\ 6+0 & 7+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 5 \\ 6 & 8 \end{bmatrix},$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 8 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1+3 & 2+6 & 3+9 \\ 4+8 & 5+5 & 6+2 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 12 & 10 & 8 \end{bmatrix}$$

3+4=7

$$\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

2 x 3 + 0 x 4 = 6

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 9 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 18 \\ 39 & 72 \end{bmatrix}$$

مساحة المربع تساوي طول أحد أضلاع المربع ضرب نفسه, فإذا كان طول ضلع مربعٍ ما ب فإن مساحة ذلك المربع تساوي ب×ب أي $ب^2$ .

إذا كنا نعرف مساحة مربعٍ ما فكيف نحسب طول ضلعه؟

بما أن مساحة المربع تساوي الضلع×الضلع , أي طول الضلع مرفوعاً للقوة الثانية فإن طول الضلع يساوي الجذر التربيعي لمساحة المربع .

لماذا؟

لأن عملية إيجاد الجذر التربيعي (التجذير التربيعي) هي العملية المعاكسة لعملية التربيع أي عملية الرفع للقوة الثانية.

فإذا كانت مساحة مربعٍ ما تساوي س مثلاً فإن طول ضلعه يساوي الجذر التربيعي لسين أي √س أو $\sqrt[2]{س}$.

أما حجم المكعب فإنه يساوي طول أحد أضلاعه مضروباً بنفسه ثلاث مرات , فإذا كان طول ضلع مكعبٍ ما هو ب فإن حجم هذا المكعب يساوي ب×ب×ب أي $ب^3$.

بما أن حجم المكعب يساوي الضلع×الضلع×الضلع , أي طول الضلع مرفوعاً للقوة الثالثة فإن طول الضلع يساوي الجذر التكعيبي لحجم المكعب.

لماذا؟

لأن عملية إيجاد الجذر التكعيبي (التجذير التكعيبي) هي العملية المعاكسة لعملية التكعيب أي عملية الرفع للقوة الثالثة.

فإذا كان حجم مكعبٍ ما يساوي س مثلاً فإن طول ضلعه يساوي الجذر التكعيبي لسين أي $\sqrt[3]{س}$.

للمكعب ثلاثة محددات تبين أبعاده وهي:

وجه المكعب : أي مساحة سطح أحد أوجه المكعب – للمكعب 6 أوجه مربعة الشكل : وجهٌ سفلي و وجهٌ علوي و أربع أوجه جانبية.

**الحواف** : و هي عبارة عن أضلاع المكعب أي أنها أضلاع المربعات التي تشكل أوجه المكعب – للمكعب 12 ضاعاً أو 12 حافة و هي : 4 أضلاع سفلية و 4 أضلاع علوية و 4 أضلاع جانبية .

**الرؤوس او الزوايا** : للمكعب 8 رؤوس أو 8 زوايا .

**صيغة ويلار في المكعب**

V+F-E=2

عدد الرؤوس أو عدد الزوايا زائد عدد الأوجه ناقص عدد الأضلاع يساوي 2 .

V=Vertex  رأس (زاوية)

F=face   وجه ( مربع)

E=Eadge  جافة ( ضلع)

للمكعب كما تعلمون  8 زوايا و 6 أوجه و 12 ضلعاً فإذا طبقنا صيغة  ويلار السابقة :

V+F-E=2

عدد الرؤوس أو عدد الزوايا زائد عدد الأوجه ناقص عدد الأضلاع يساوي 2 .

8+6-12=2

8 زوايا+6 أوجه-12ضلع =14 -12=2

إذاً فإن صيغة ويلار في المكعب صحيحة.

Euler's formula  صيغة ويلار

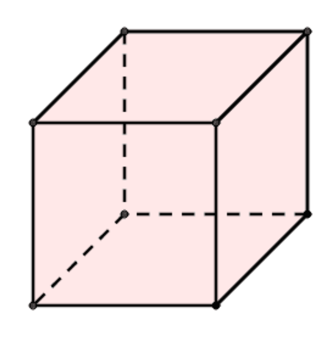
Euler's Formula

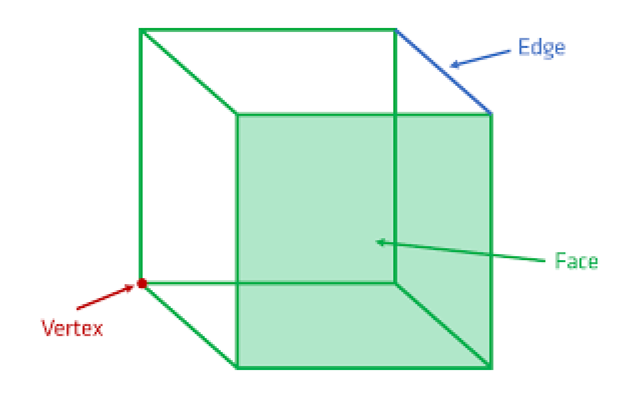
For real though, what hasn't he done?

$$v - e + f = 2$$

Polar Pi

Euler's formula for polyhedra V - E + F = 2






تخمين ويلارEuler's conjecture

[enθ] Nth ( إينث) العنصر الأكبر أو الأخير في سلسلة.

حاصل ضرب قوتين يساوي حاصل جمعهما معاً

$س^{5} \times س^{3} = س^{5+3} = س^{8}$

س المرفوع للقوة الخامسة ضرب س المرفوع للقوة الثالثة يساوي س المرفوع للقوة 5 +3 = س المرفوع للقوة الثامنة.

أي عنصر مرفوع للقوة الأولى فإنه يبقى كما هو دون تغيير :

$س^{1} =س$

س المرفوع للقوة الأولى يساوي س .

أي عنصرٍ عندما يرفع للقوة صفر يكون الناتج صفر :

$س^{0} = 0$

س المرفوع للقوة صفر يساوي صفر.

إذا كانت لدينا العلاقة :

$ب^5 + ب^د = ب^0$

إذا كان ب مرفوع للقوة الخامسة + ب المرفوع للقوة د يساوي ب المرفوع للقوة صفر فإن ذلك يعني بأن القوة د يجب أن تساوي -5 ناقص 5.

د=-5

(-5)+5=0

$ب^5 + ب^د = ب^5 + ب^{-5} = ب^0$

لأن حاصل جمع العدد الموجب و نظيره السلبي يساوي الصفر:

5+(-5) =صفر

العدد الموجب 5 +نظيره السلبي ناقص 5 يساوي صفر.

$ب^5 + ب^د = ب^0$

$ب^د = \frac{1}{ب^5}$

ب المرفوع للقوة د يساوي واحد على ب المرفوع للقوة الخامسة.

لنفترض بأن ب=8 و أن القوة د كما ذكرت من قبل تساوي -5 أو يجب أن تساوي -5 فإن $ب^د = 8^{-5}$

الآن إن 8 المرفوعة للقوة السلبية -5 تساوي 0.000030517578125

كما أن $\frac{1}{8^5}$ =0.000030517578125

واحد على 8 مرفوعة للقوة الخامسة.



القوة السلبية تساوي واحد مقسوما على القوة الإيجابية .

ب$^{-5}$ = $\frac{1}{ب^{5}}$

و إذا كانت ب=8 مثلاً فإن 8$^{-5}$=$\frac{1}{8^{5}}$

8 المرفوعة للقوة السلبية -5 تساوي واحد على 8 المرفوعة للقوة الموجبة الخامسة .



لأن القوة السلبية تساوي واحد على القوة الإيجابية.

القوة السلبية تساوي واحد مقسوماً على القوة الإيجابية.



جرب أي عدد آخر و ليكن مثلاً 9$^{-3}$ أي 9 مرفوعاً للقوة السلبية ناقص 3 .

إن هذا العدد يجب أن يساوي واحد على 9 مرفوعة للقوة الموجبة الثالثة.

لأن القوة السلبية تساوي واحد على القوة الإيجابية.

القوة السلبية تساوي 1 مقسوماً على القوة الموجبة.

كيف نحسب الكسر؟

الكسر هو عملية قسمة البسط على المقام , أي قسمة عالي الكسر على سافله.

للرفع للقوة الثانية في الآلة الحاسبة نضغط الزر $X^2$

للرفع لأية قوة على الآلة الحاسبة نستخدم الزر $X^Y$ .

فإذا أردنا مثلاً أن نرفع العدد 9 للقوة الثالثة فإننا نضغط العدد 9 ثم نضغط الزر $X^Y$ ثم نضغط الزر 3 .

لتغيير شارة العدد إلى عددٍ سالب فإننا نستخدم زر تبديل الشارة ± قبل أو بعد إدخال العدد الذي نريد تغيير شارته وذلك وفقاً لنوعية الحاسبة التي نستخدمها.

**حالة خاصة**

(س$^{ب}$)$^{د}$ = س$^{ب×د}$

س مرفوعة للقوة ب ضمن قوسٍ مرفوعة للقوة د تساوي س مرفوعة للقوة ب ضرب د .

نفترض بأن س=5 و أن القوة ب=3 و القوة د =2

$(5^3)^2 = 250$

$(5^3)^2 = 5^3 \times 2 = 125 \times 2 = 250$.

إذاً فإن هذه المقولة صحيحة.

2×س=1

تعني بأن س=1

لأن $2 \times \frac{1}{2} = 1$

2 ضرب نصف يساوي واحد.

$A^n=B$

إذا كنا نعلم قيمة الأساس A و قيمة القوة $n$ فإننا نستخدم حساب القوة لمعرفة B.

و لكن ماذا لو كنا نعرف قيمة كلٍ من A و B و أردنا معرفة القوة $n$ التي يجب أن نرفع إليها B حتى نحصل على A؟ إننا نستخدم عندها حساب اللوغاريتم .

إن استخدام اللوغاريتم يحول كل مجهول إلى قوة يجب ان نرفع إليها B حتى نحصل على A .

$Log^2(8)=3$

يستخدم اللوغاريتم في حل المعادلات عندما يكون مجهول المعادلة هو القوة التي يتوجب علينا أن نرفع إليها عدداً ما.

يقال بأن ريني ديكارت هو أول من وضع علاقة ما بين الأشكال و الأعداد و ذلك في العام 1600 و ذلك باستخدام ما دعي بالهندسة الإحداثية محولاً بذلك الهندسة إلى جبر , أما مؤلفي كتاب نيكولاس بورباكي فقد قاموا بعكس ذلك حيث أنهم قد قاموا بتحويل الجبر إلى هندسة مما أدى إلى ظهور ما يدعى بالجبر الهندسي .

تعتمد الكثير من التطبيقات مثل أكواد البرمجة في الهواتف الخليوية و البطاقات الذكية على الجبر الهندسي في عملها.

في العام 1937 تم تصميم أول دارة تبديل كهربائية تعمل على مبدأ الجبر البوليني وذلك لصناعة دارة رقمية تعمل وفق مبادئ المنطق.

كل واحد بيت يساوي إما واحد أو صفر.

**قانون بينفورد-قانون العدد الأول**

وفقاً لقانون بينفورد أو قانون العدد الأول فإنه في قائمة أعداد مأخوذة من مصادر طبيعية من البيانات فإن العدد واحد كعددٍ قائد يرد أكثر من أي عددٍ آخر بنسبة 30% , و كلما كان العدد أكبر من العدد واحد قل احتمال أن يكون ذلك العدد هو العدد القائد في ذلك الرقم.

إن هذه النظرية تنطبق على الأرقام المأخوذة من مصادر طبيعية مثل فواتير لم يتم التلاعب بها ,عناوين شوارع, أعداد السكان,معدل الوفيات, نتائج انتخابات نزيهة,

مساحات المناطق و طول الأنهار, أسعار البورصات و الأسهم , الثوابت الفيزيائية و الرياضية و سواها من الأرقام الطبيعية .

اقترح بعض الاقتصاديين و رجال المال اعتماد قانون بينفورد لكشف عمليات التلاعب المالية ..

نتائج الانتخابات التي لا تتوافق مع قانون بينفورد تشير إلى أنه قد تم التلاعب بها.

قانون بينفورد Benford's law

*Table 2: First, Second, Third, and Fourth Digit Proportions of Benford's Law*

| Position Frequency | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Digit** | **1st digit** | **2nd digit** | **3rd digit** | **4th digit** |
| 0 | | 0.119679 | 0.101784 | 0.100180 |
| 1 | 0.301030 | 0.113890 | 0.101376 | 0.100140 |
| 2 | 0.176091 | 0.108821 | 0.100972 | 0.100100 |
| 3 | 0.124939 | 0.104330 | 0.100573 | 0.100006 |
| 4 | 0.096910 | 0.100308 | 0.100178 | 0.100200 |
| 5 | 0.079181 | 0.096677 | 0.099788 | 0.099980 |
| 6 | 0.066947 | 0.093375 | 0.099401 | 0.099940 |
| 7 | 0.057992 | 0.090352 | 0.099019 | 0.099900 |
| 8 | 0.051153 | 0.087570 | 0.098641 | 0.099860 |
| 9 | 0.045757 | 0.084997 | 0.098267 | 0.099820 |

قانون العدد الأول first-digit law

عدد قائد leading digit

**Leading-digit estimation**

| | |
|---|---|
| 24 | Lead digit is 2. |
| 51 | Lead digit is 5. |
| + 10 | Lead digit is 1. |
| 80 | |

عدد digit

رقم Number

في العام 1931 أطلق الرياضي الأمريكي من أصلٍ نمساوي كرت غودل فرضيه دعاها بفرضية انعدام التوافق حيث وجد بأن هنالك انعدام توافق ما بين الحقيقة الرياضية و برهان الرياضي .

**Kurt Gödel**

تشير الدراسات الاجتماعية إلى أننا بعيدون عن بعضنا البعض بمقدار 6 خطوات أو 6 أشخاص فإذا ما تتبعنا معارف و أصدقاء أي شخص 6 درجات أي بعمق 6 أشخاص أي أصدقاء أصدقاء أصدقاء أصدقاء الأصدقاء و أقرباء أقرباء أقرباء أقرباء أقرباء الأقرباء فإننا نصل لأي شخص غير أنه غالباً ما يتم إسقاط الأصدقاء و الأقارب من الدرجة الثالثة من الحسابات الاجتماعية .

فإذا كانت لدينا شبكة عشوائية مؤلفة من عدد N عقدة اجتماعية –أي صلة وصل اجتماعية و كانت كل واحدة من تلك العقد تحوي عدد K وصلة تؤدي إلى عقد اجتماعية أخرى فإن المسافة الوسطية بين عقداين اجتماعيتين تساوي :

**In N÷ In k**

حيث In ترمز إلى ما يدعى باللوغاريتم الطبيعي.

أي أن القانون In N÷ In k يعني :

اللوغاريتم الطبيعي لعدد العقد الاجتماعية N تقسيم اللوغاريتم الطبيعي لعدد العقد k يعطينا المسافة الوسطية بين عقدتين اجتماعيتين.

فإذا كانت لدينا 12 عقدة اجتماعية في كلٍ منها 3 وصلات تؤدي بدورها إلى عقدٍ اجتماعية أخرى فإن المسافة الوسطية بين عقدتين اجتماعيتين تم اختيارهما بشكلٍ عشوائي تساوي :

In 12/In 3≈2.39

اللوغاريتم الطبيعي للعدد 12 تقسيم اللوغاريتم الطبيعي للعدد 3 يساوي تقريباً 2.39 و هي المسافة الوسطية بين عقدتين اجتماعيتين.

≈ تساوي تقريباً

لحساب اللوغاريتم الطبيعي ننقر  زر حساب اللوغاريتم الطبيعي In قبل أو بعد العدد الذي نريد حساب لوغاريتمه الطبيعي وفقاً لنوع الحاسبة التي نستخدمها.

تظهر نظرية البعد و الخطوات الستة كيف أنه يمكن لأي شخصين أن يجتمعا من خلال أقاربهما و أقارب أقاربهما و أصدقاء أقاربهما و من خلال أصدقائهما و أصدقاء أصدقائهما و أقارب أصدقائهما بستة خطوات.

و لقد بينت البحاث التي أجرتها شركة مايكروسوفت في العام 2008 بأن كل شخص يفصله عن أي شخصٍ آخر  6.6  أشخاص , أي أنه يمكن لأي مواطن أمريكي مثلاً أن يصل إلى الرئيس دونالد ترامب عن طريق ستة من أصدقائه و أصدقاء أصدقائهم أو أقربائهم و أصدقاء أقاربهم ...

تذكرة:

اللوغاريتم الطبيعي : اللوغاريتم الطبيعي هو لوغاريتم مرفوع للأساس e حيث أن الثابت  e يساوي 2.71828تقريباً لأنه عددٌ لا نهائي يمتد على مالا نهاية .

يدعى اللوغاريتم الطبيعي كذلك باسم اللوغاريتم النيبيري  و ذلك نسبةً على مكتشفه  جون نيبير .

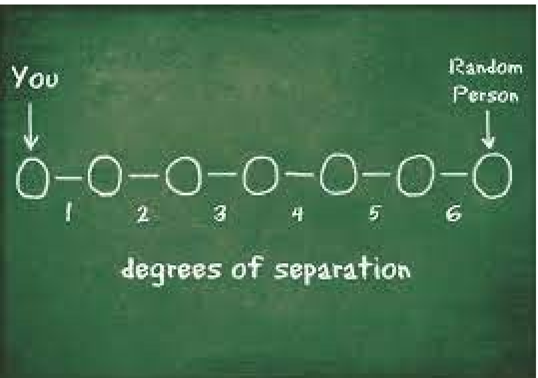
اللوغاريتم الطبيعي.natural logarithm

لوغاريتم مرفوع للأساس e a logarithm to the base e

البعد بست درجات  six degrees separation






لا يوجد عددٌ طبيعي بين الصفر و الواحد.

يمكن لبعض الأعداد غير الرشيدة أن تكون حلولاً للمعادلات المتعددة الحدود .

مثال:

إذا كانت 2س-2=0

يمكن عندها القول بأن المجهول س إما أن يساوي الجذر التربيعي الموجب للعدد 2

√2 أو أنه يساوي الجذر التربيعي السلبي للعدد 2 :

-√2

و إذا كانت  س بمثل حلاً ممكناً لأي معادلة  متعددة الحدود فإنها توصف عندها بأنها عددٌ جبري.

العناصر التصورية لا يمكن أن تكون حلاً لأي معادلة متعددة الحدود.

يعتبر الثابت  باي π من أشهر الأرقام  التصورية و هذا الثابت يمثل نسبة محيط الدائرة إلى قطرها و قد تم إثبات أنه رقمٌ تصوري في العام 1882 , و الحقيقة أن معظم الأعداد الحقيقية هي أعدادٌ تصورية.

في كل دائرة فإن نسبة المحيط إلى القطر ثابتة يمثلها الثابت  باي π .

قطر   الدائرة هو البعد بين أي نقطة على محيط الدائرة و النقطة المقابلة لها على محيط الدائرة شريطة أن يمر الخط الوهمي بينهما عبر مركز الدائرة.

محيط الدائرة يساوي الثابت  باي π ضرب قطر الدائرة:

$C=\pi d$

$\pi$

**التعامل مع الثابت بايπ**

نقوم بإدخال الثابت  باي π إلى الآلة الحاسبة عن طريق ضغط الزر π باي.

بمجرد ضغط هذا الزر تظهر على شاشة الآلة الحاسبة قيمة الثابت  باي أي 3.14159265358979323846264338327950  فيصبح بإمكاننا إجراء العمليات الرياضية عليها.

Algebric number  رقمٌ جبري

Exponentiation=raising to apower   الرفع للقوة

Transcendental  تصوري-افتراضي

# معضلة رياضية

2س =(-2)

حل هذه المعادلة كما يبدو هو الجذر التربيعي للعدد السلبي ناقص 2 (-2).

√(-2)

غير أن المشكلة تكمن في أنه لا وجود للجذر التربيعي للعدد ناقص 2 ولا يمكن أن يوجد مثل هذا العدد.لماذا؟

لأن جذر عددٍ ما هو العدد الذي إذا ضربناه بنفسه حصلنا على ذلك العدد .

مثال : 5√ ×5√ =5

الجذر التربيعي للعدد 5 ضرب الجذر التربيعي للعدد 5 يساوي 5.

غير أن المشكلة تكمن في أن (-2) √×(-2) √ لا يعطي ناقص 2 .

الجذر التربيعي للعدد السلبي ناقص2 ضرب الجذر التربيعي للعدد السلبي ناقص 2 لا يعطي العدد السلبي ناقص 2 .

إن الجذر التربيعي للعدد السلبي ناقص 2 هو أحد أمرين فهو إما أن يكون سلبياً (كما يبدو) , و إما أن يكون إيجابياً , و في تلك الحالتين فإننا إذا ضربناه بنفسه لا يمكن أن تكون النتيجة عدداً سلبياً أي (-2) .

لماذا؟

لأن موجب ضرب موجب يعطي موجب , كما أن سالب ضرب سالب يعطي موجب , أي أن النتيجة في كلا الحالتين لا يمكن أن تكون عدداً سلبياً مثل ناقص 2 .

أي أن الجذر التربيعي للعدد -2 إذا كان موجباً فإن النتيجة ستكون موجبة إذا ضربناه بنفسه و إذا كان الجذر التربيعي للعدد السلبي -2 سلبياً فإن النتيجة ستكون كذلك موجبة عندما نضربه بنفسه.

إن الجذر التربيعي لأي عددٍ سلبي لا يمكن أن يكون له وجود و لذلك فإن الآلة الحاسبة ترفض إيجاد الجذر التربيعي لأي عددٍ سلبي, لأن الجذر التربيعي لأي عدد هي القيمة التي إذا ضربناها بنفسها حصلنا على ذلك العدد .

مثال :

9=√9×√9

الجذر التربيعي للعدد 9 ضرب الجذر التربيعي للعدد 9 يساوي 9 .

فإذا كان الجذر التربيعي لذلك العدد السلبي ذو قيمةٍ موجبة فإن موجب×موجب يعطي موجب , و لا يعطي العدد الأصلي السالب و بذلك فإنه يخالف تعريف الجذر التربيعي .

و إذا كان الجذر التربيعي لذلك العدد السلبي ذو قيمةٍ سلبية فإن سالب × سالب يعطي موجب كذلك ولا يعطي العدد الأصلي السالب مخالفاً بذلك تعريف الجذر التربيعي على اعتبار أنه القيمة التي إذا ضربناها بنفسها فإننا نحصل على العدد الأصلي أي المطلوب الجذري (الراديكاند) دون شارة جذر.

و بالتالي لا يمكن أن يكون هنالك وجودٌ حقيقي لأي جذرٍ تربيعي لعددٍ سالب.

و لحل هذه المعضلة فقد ابتكر الرياضيون مفهوماً جديداً دعي بالرقم التخيلي و رمزوا له بالحرف i

إن العدد التخيلي i يساوي الجذر التربيعي للعدد ناقص واحد :

**i=√(-1)**

أي أن الجذر التربيعي للعدد السلبي ناقص 2 (-2)√ يمكن التعبير عنه بالصورة التالية ( من الجهة اليمنى إلى الجهة اليسرى):

**i 2√ = √2×√ (1- ) ← √( 2× 1-)**

الجذر التربيعي للعدد السلبي ناقص واحد ضرب 2 ← الجذر التربيعي للعدد السلبي ناقص واحد ضرب الجذر التربيعي للعدد 2 يساوي العدد الخيالي الجذر التربيعي للعدد 2 .

إن تعريف رياضيي عصر النهضة للعدد التخيلي i على أنه يساوي جذر العدد السلبي ناقص واحد $i=\sqrt{(-1)}$ قد ساعد رياضيي عصر النهضة على تجاوز الطرق المسدودة التي تسببها الجذور التربيعية للأعداد السلبية.

**الرقم التخيلي i**

الرقم الخيالي في الرياضيات هو رقمٌ صيغته a+bi حيث يكون كلٌ من a و b عددين حقيقيين بينما يكون i الجذر التربيعي للعدد السلبي ناقص واحد -1.

يدعى هذا الرقم الخيالي بأسماء أخرى مثل الرقم المعقد –الكمبة المعقدة.

يرى الرياضيون بأنه ما من وجود حقيقي للرقم التخيلي , أي أن الرقم التخيلي مثله مثل الصفر و الأعداد السلبية من ناحية أن لا وجود حقيقي لها.

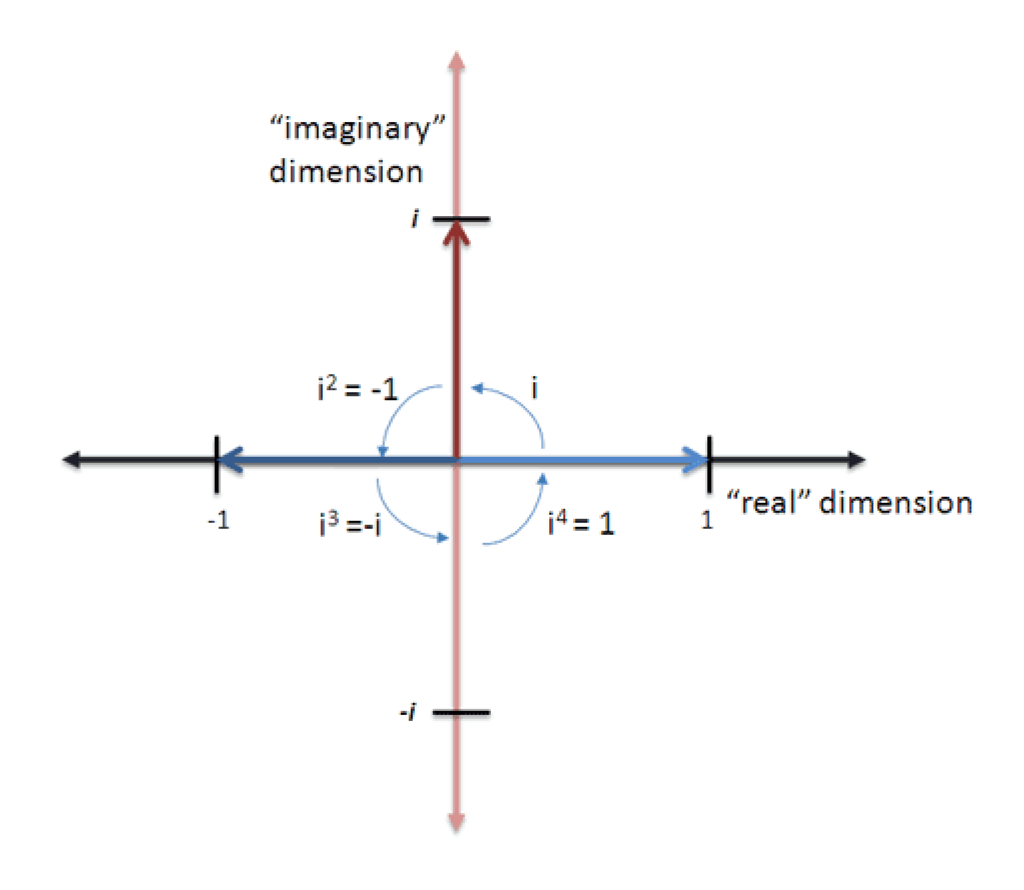
complex number رقم معقد

imaginary تخيلي

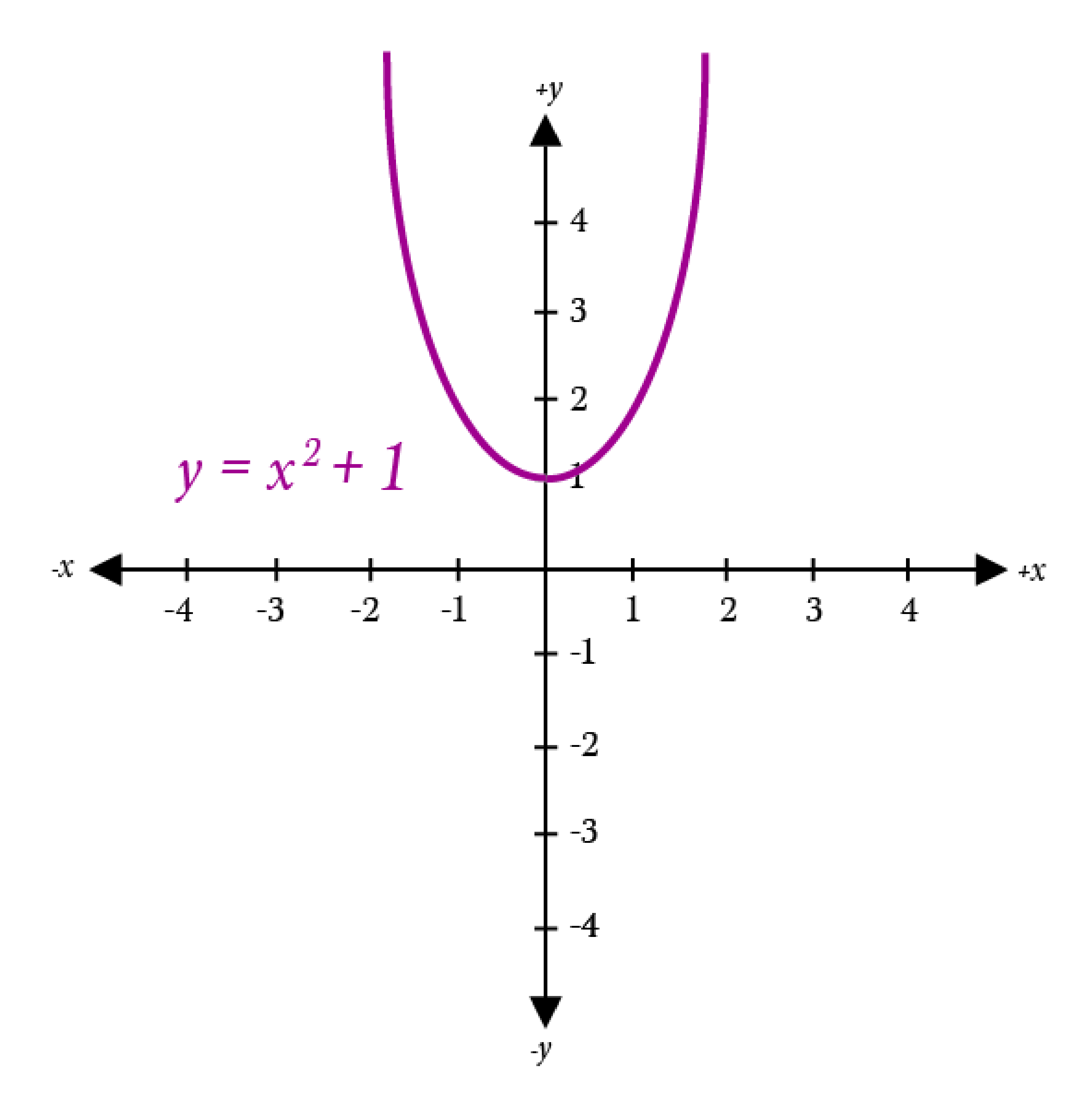
imaginary number رقم خيالي

Imaginary dimension البعد التخيلي

real dimension البعد الحقيقي

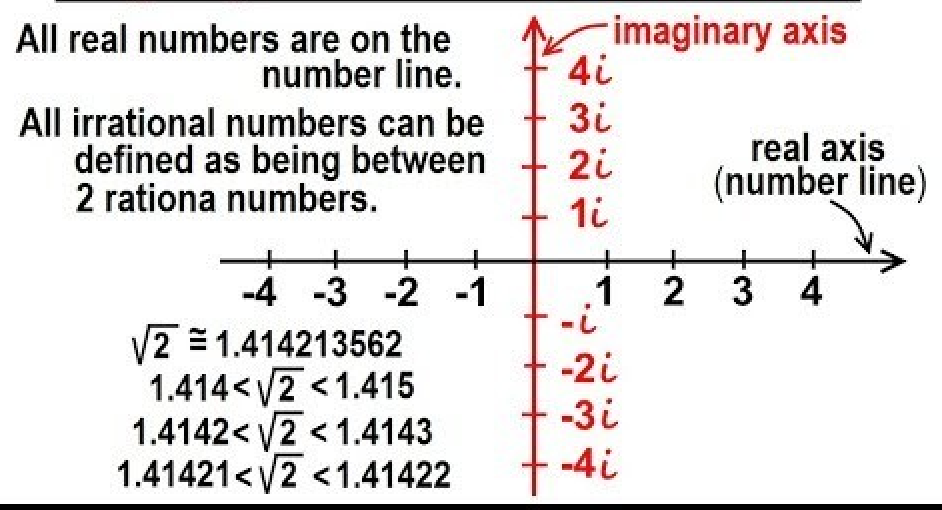


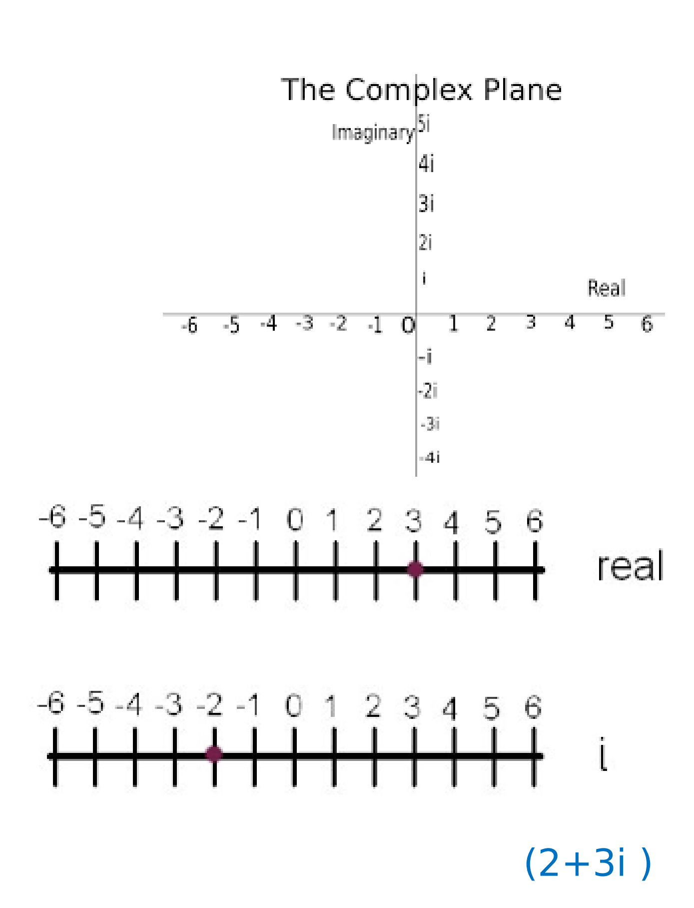
"imaginary"
dimension
i
i² = -1
i
-1
i³ =-i
i⁴ = 1
1
"real" dimension
-i




جميع الأعداد الحقيقية تقع على مستقيم الأعداد.

كل عددٍ غير رشيد يقع بين عددين رشيدين.


Imaginary Numbers and the Number Line
All real numbers are on the number line.
All irrational numbers can be defined as being between 2 rationa numbers.
imaginary axis
4i
3i
2i
1i
-i
-2i
-3i
-4i
real axis (number line)
-4 -3 -2 -1 1 2 3 4
$\sqrt{2} \cong 1.414213562$
$1.414 < \sqrt{2} < 1.415$
$1.4142 < \sqrt{2} < 1.4143$
$1.41421 < \sqrt{2} < 1.41422$


The Complex Plane
Imaginary
5i
4i
3i
2i
i
Real
-6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6
-i
-2i
-3i
-4i
-6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6
real
-6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6
i

(2+3i )

الاحداثية ( 2+3i) عبارة عن رقمٍ معقد يتألف من عددٍ حقيقي هو العدد 2 و رقمٍ خيالي هو الرقم 3i.

كيف عرفنا بأن الرقم 3i هو رقمٌ خيالي؟

لأنه ورد مع رمز الأرقام الخيالية i.

العدد 2 في الاحداثية ( 2+3i) يقع على المجور الأفقي.

كيف عرفنا أن العدد 2 يقع على المحور الأفقي؟

لأننا ذكرناه أولاً : على اعتبار أننا كتبنا هذه الصيغة ابتداءً من الجهة اليسرى.

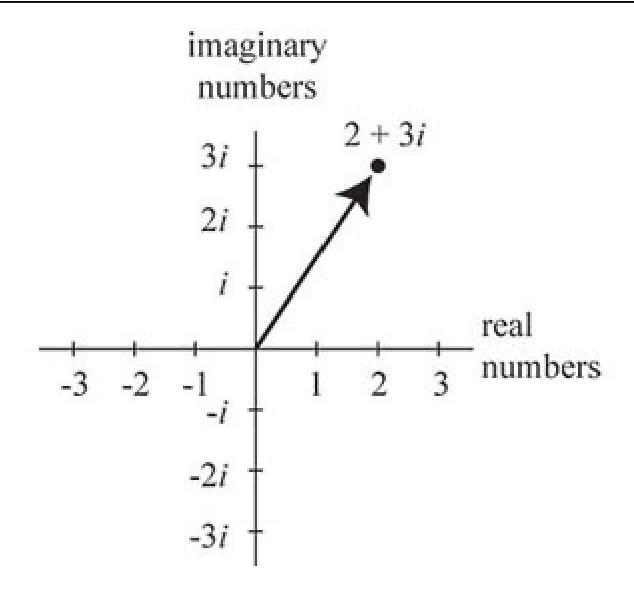
الرقم الخيالي 3i يقع على محور الأعداد العمودي.

كيف عرفنا بأن الرقم الخيالي يقع على المحور العمودي؟

لأننا ذكرناه لاحقاً : على أساس أننا كتبنا هذه الصيغة ابتداءً من الجهة اليسرى .

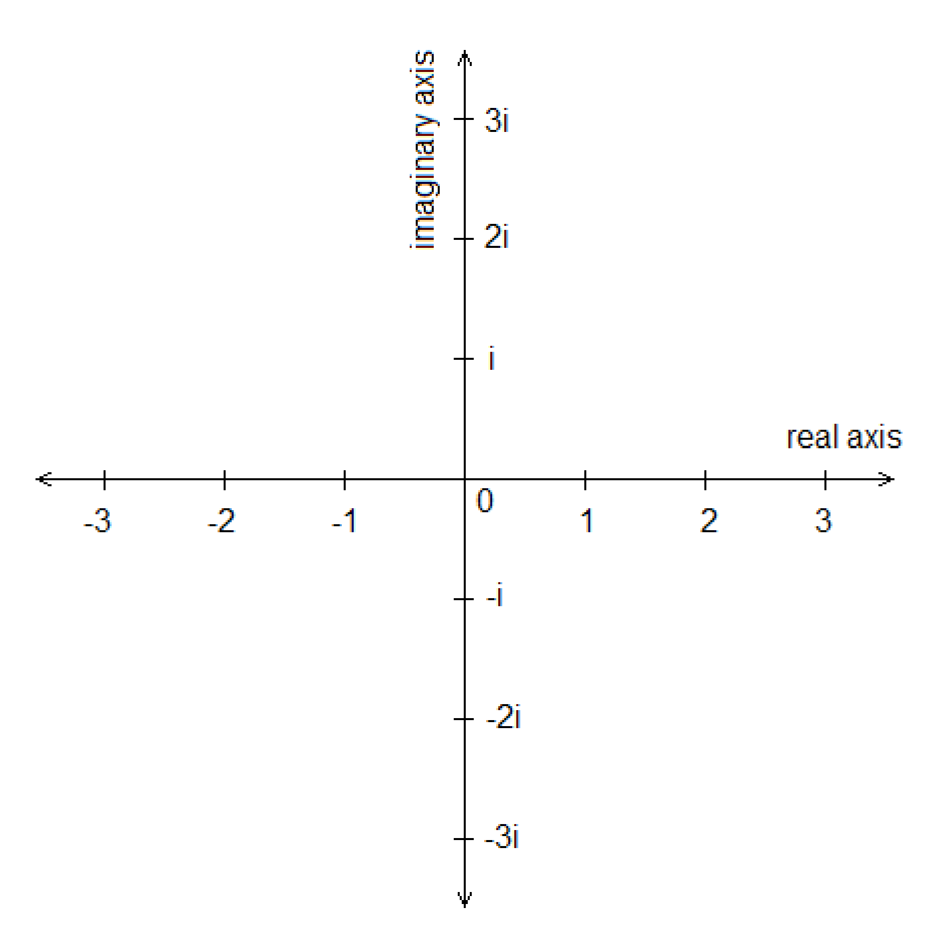
يمكننا أن نرسم خطاً مستقيماً عمودياً يمتد من النقطة التي تمثل الإحداثية

( 2+3i) و يصل إلى العدد 2 الذي يقع على محور الأعداد الأفقي , كما أن بإمكاننا أن نرسم مستقيماً أفقياً يمتد من النقطة التي تمثل هذه الإحداثية و يصل إلى الرقم الخيالي 3i الذي يقع على محور الأعداد العمودي.



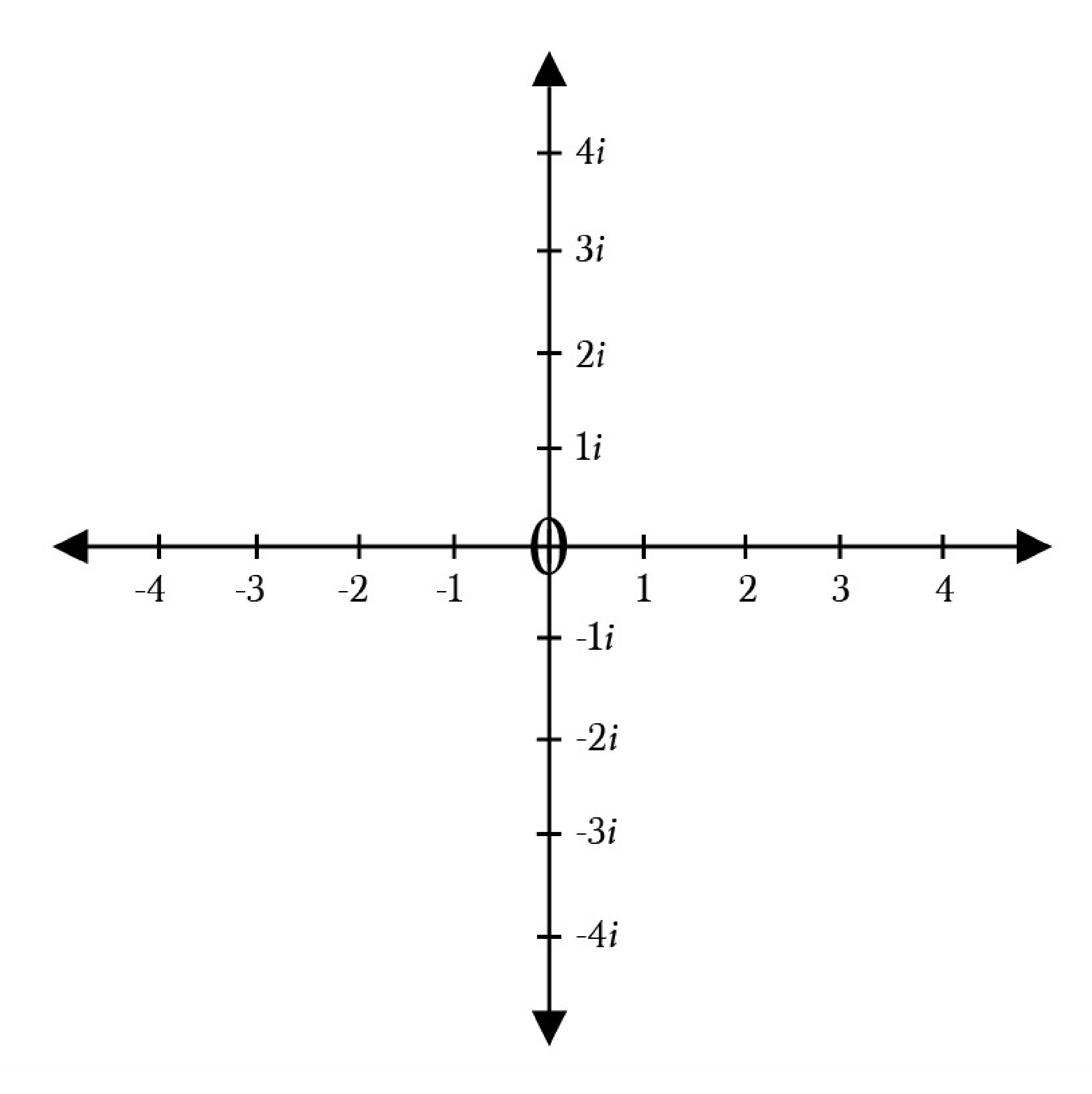
Imaginary axis  المحور الخيالي : وهو المحور الذي تتوضع عليه الأرقام الخيالية و التي نميزها برمز الأرقام الخيالية i.

Real axis المحور الحقيقي : وهو المحور الذي تتوضع عليه الأعداد الحقيقية .




Imaginary axis  المحور الخيالي : وهو المحور الذي تتوضع عليه الأرقام الخيالية و التي نميزها برمز الأرقام الخيالية i.

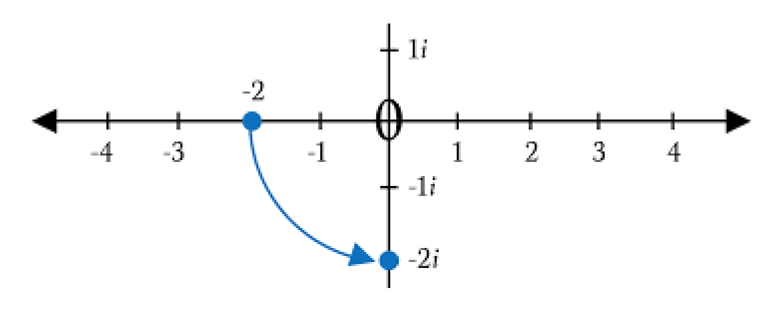
Real axis المحور الحقيقي : وهو المحور الذي تتوضع عليه الأعداد الحقيقية .




لاحظ كيف مثلنا الإحداثية (-2-+2i) التي تتألف من رقمين سلبيين و قد بدأنا بالعدد الحقيقي السلبي -2 لأنه ذكر أولاً (ابتداءً من الجهة اليسرى) و هذا يعني بأنه يقع على المحور الأفقي لأننا دائماً نبدأ بذكر الأعداد الأفقية , و من ثم فقد قمنا بتمثيل الرقم الخيالي السلبي -2i لأنه ذكر لاحقاً و هذا يعني بأنه موجودٌ على المحور العمودي.

بما أن هذه الإحداثية تتألف من رقمين سلبيين فهذا يعني بأنها ستحتل الجزء السفلي الأيسر من المتقاطعة . لماذا؟

لأن الربع السفلي الأيسر من المتقاطعة يتألف من أعداد سلبية فقط أفقية و عمودية.




(3+2i)

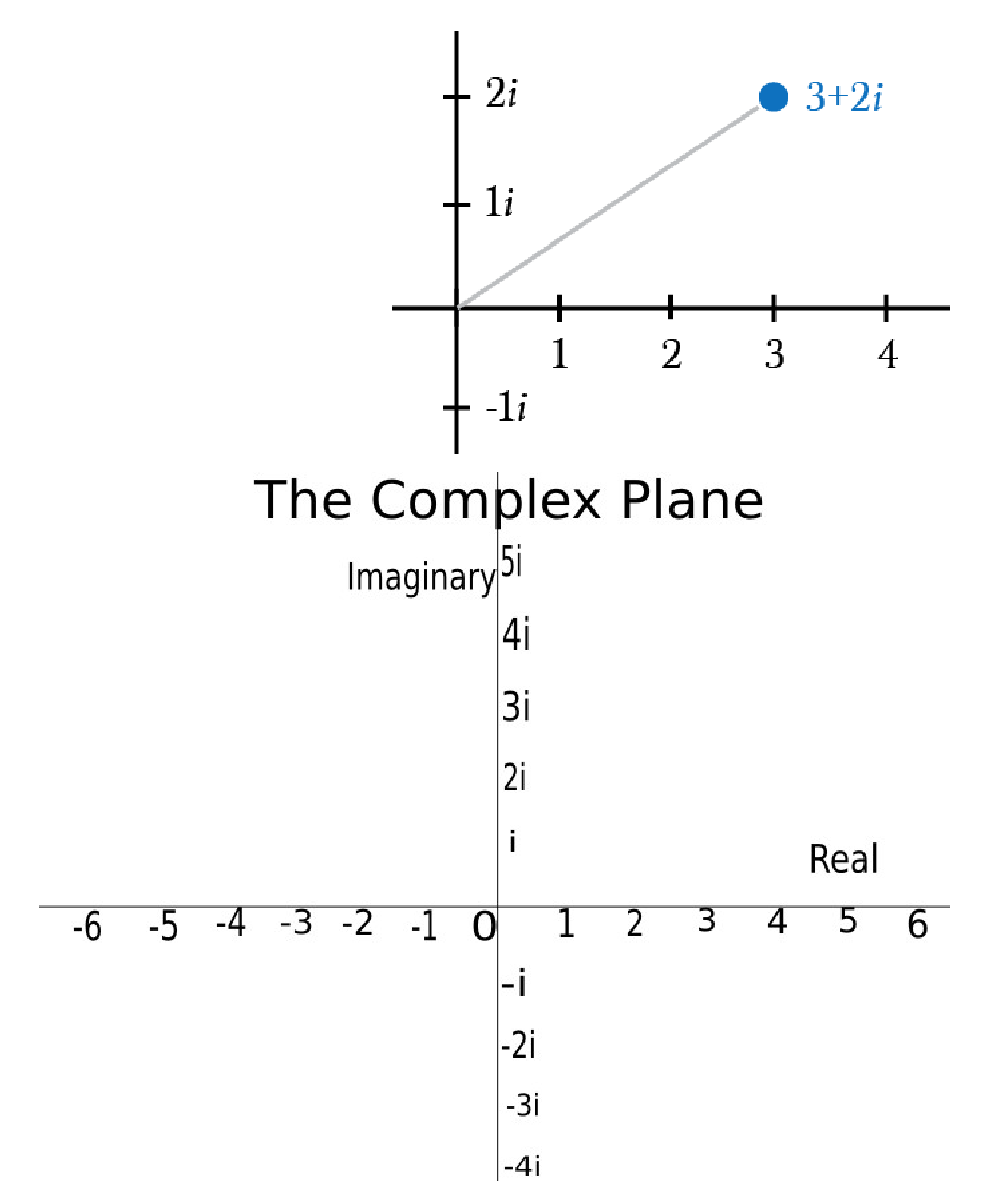
لدينا الإحداثية (3+2i)   و هي تتألف من رقمين موجبين و لذلك فإن موقعها سيكون في الربع اليميني العلوي من المتقاطعة .

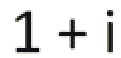
لماذا؟ لأن الربع العلوي اليميني من المتقاطعة يحتوي على أعداد موجبة فقط أفقية و عمودية.

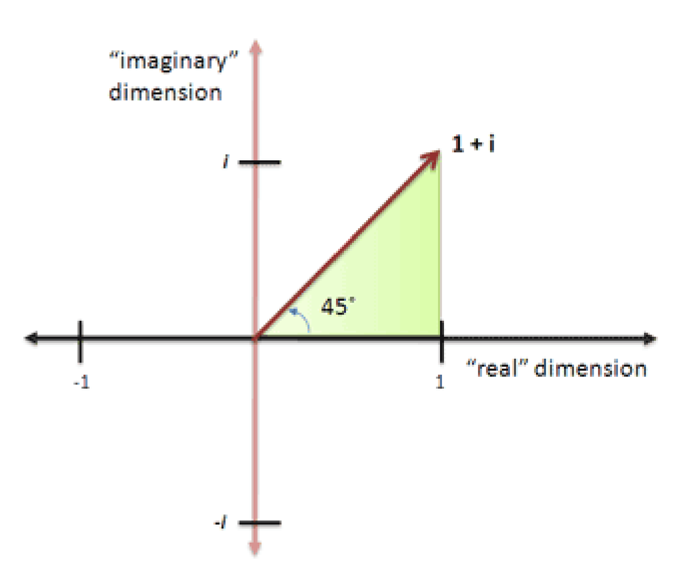
ورد العدد 3 أولاً ابتداءً من الجهة اليسرى و هذا يعني بأنه يقع على المحور الأفقي لأننا نبدأ دائماً بذكر الأعداد الأفقية  و بالطبع فإن العدد 3 هو عددٌ حقيقي لأنه لا وجود لرمز الأرقام الخيالية  i  بجواره.

يمكنك أن تسقط خطاً عمودياً من النقطة التي تمثل الإحداثية السابقة إلى العدد 3 الموجود على المحور الأفقي.

الرقم 2i  هو رقمٌ خيالي و آية ذلك وجود رمز الأرقام الخيالية  i  بجوار العدد 2 و هذا الرقم الخيالي هو رقمٌ عمودي , وقد عرفنا ذلك لأنه ذكر لاحقاً و لذلك يمكننا أن نرسم خطاً أفقياً يمتد من النقطة التي تمثل هذه الإحداثية إلى الرقم الخيالي 2i الذي يقع على محور الأرقام الخيالية العمودي.


2i
3+2i
1i
1
2
3
4
-1i
The Complex Plane
Imaginary
5i
4i
3i
2i
i
Real
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
-i
-2i
-3i
-4i



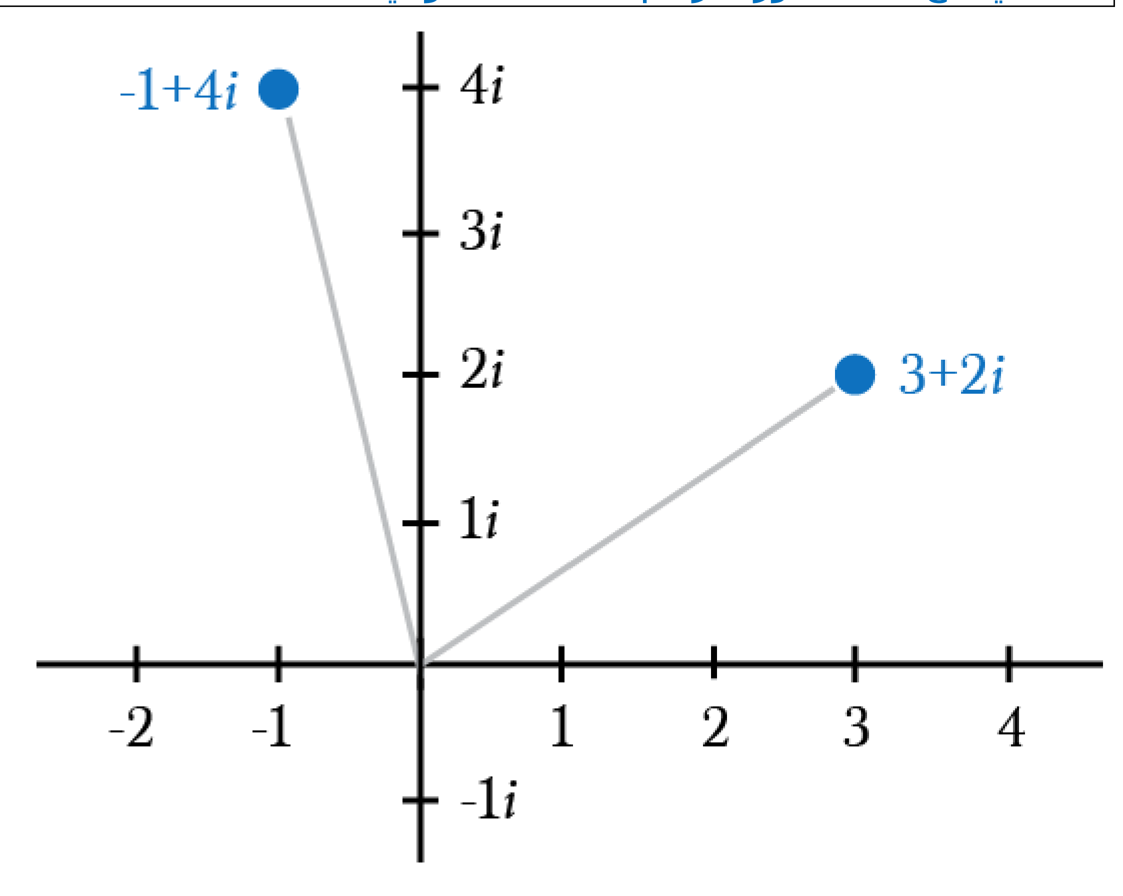

(1+4i-)

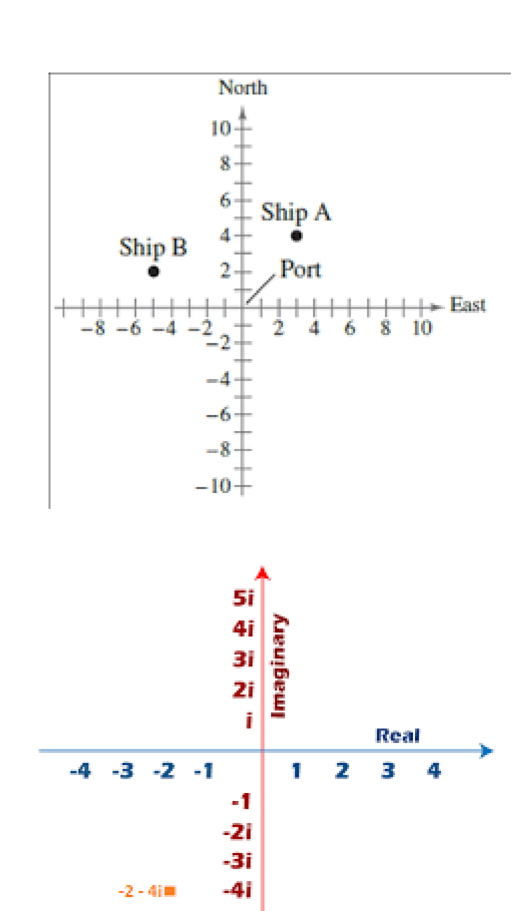
لدينا الإحداثية (-1+4i)   و هي تتألف من عددٍ أفقي سلبي -1  و رقم خيالي موجب عمودي 4i و لذلك فإن موقعها سيكون في الربع اليميني العلوي من المتقاطعة .

لماذا؟ لأن الربع العلوي الأيسر من المتقاطعة.

يمكنك أن تسقط خطاً عمودياً من النقطة التي تمثل الإحداثية السابقة إلى العدد السلبي -1 الموجود على المحور الأفقي.

الرقم 4i هو رقمٌ خيالي و آية ذلك وجود رمز الأرقام الخيالية i بجوار العدد 4 و هذا الرقم الخيالي هو رقمٌ عمودي , وقد عرفنا ذلك لأنه ذكر لاحقاً و لذلك يمكننا أن نرسم خطاً أفقياً يمتد من النقطة التي تمثل هذه الإحداثية إلى الرقم الخيالي 4i الذي يقع على محور الأرقام الخيالية العمودي.




North
10
8
6
4
2
Ship A
Ship B
Port
East
−8 −6 −4 −2
2 4 6 8 10
−2
−4
−6
−8
−10
5i
4i
3i
2i
i
Imaginary
Real
-4 -3 -2 -1
1 2 3 4
-1
-2i
-3i
-4i
-2 - 4i

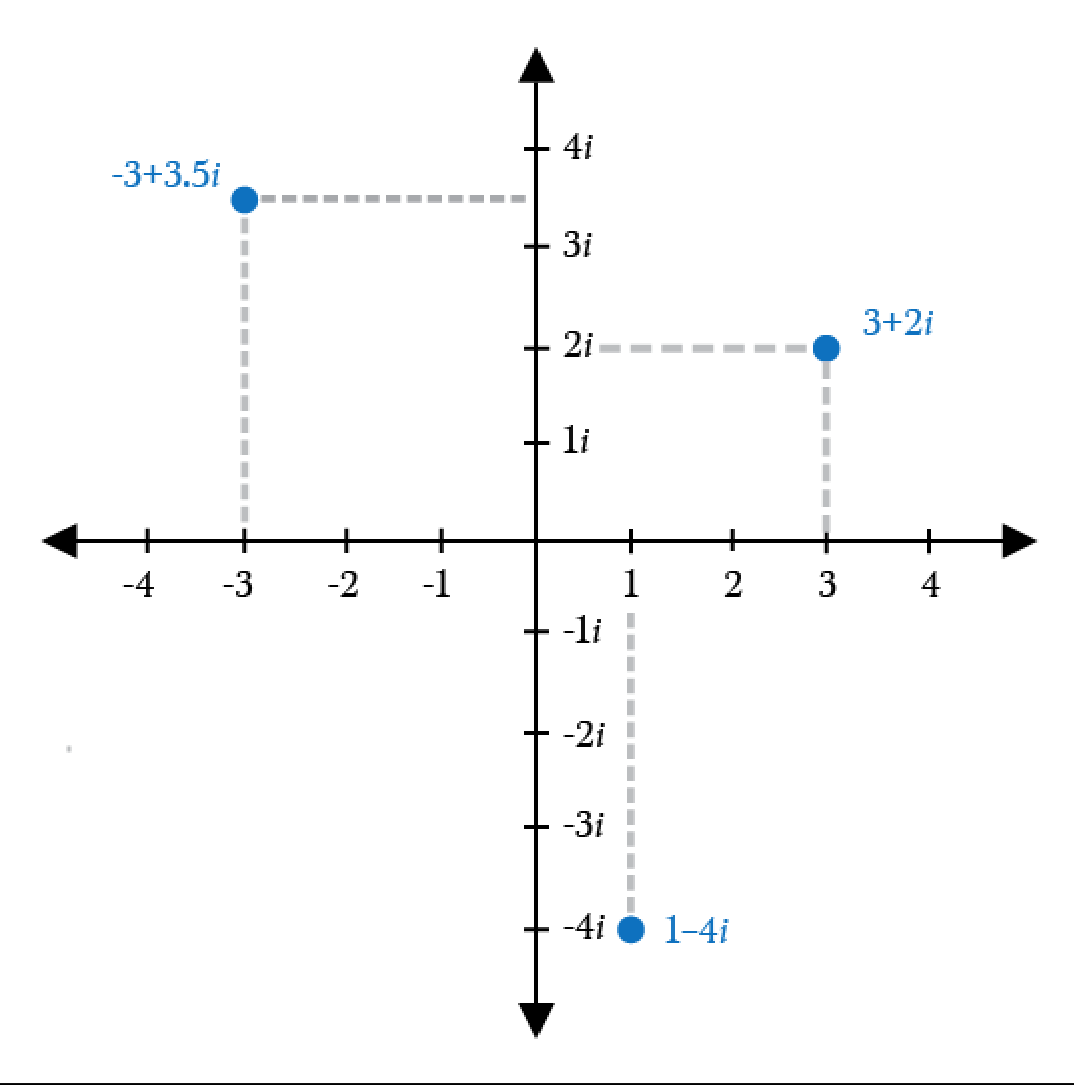
(3+3.5i-)

لدينا الإحداثية (-3+3.5i)   و هي تتألف من عددٍ أفقي سلبي -3  و رقم خيالي موجب عمودي 3.5i .

ورد العدد السلبي -3 أولاً ابتداءً من الجهة اليسرى و هذا يعني بأنه يقع على المحور الأفقي لأننا نبدأ دائماً بذكر الأعداد الأفقية  و بالطبع فإن العدد السلبي -3 هو عددٌ حقيقي لأنه لا وجود لرمز الأرقام الخيالية i  بجواره.

يمكنك أن تسقط خطاً عمودياً من النقطة التي تمثل الإحداثية السابقة إلى العدد السلبي -3 الموجود على المحور الأفقي.

الرقم 3.5i  هو رقمٌ خيالي و آية ذلك وجود رمز الأرقام الخيالية i  بجوار العدد 3.5 و هذا الرقم الخيالي هو رقمٌ عمودي , وقد عرفنا ذلك لأنه ذكر لاحقاً و لذلك يمكننا أن نرسم خطاً أفقياً يمتد من النقطة التي تمثل هذه الإحداثية إلى الرقم الخيالي 3.5i الذي يقع على محور الأرقام الخيالية العمودي.




(3+2i)

لدينا الإحداثية (3+2i) و هي تتألف من عددٍ أفقي موجب 3 و رقم خيالي موجب عمودي 2i .

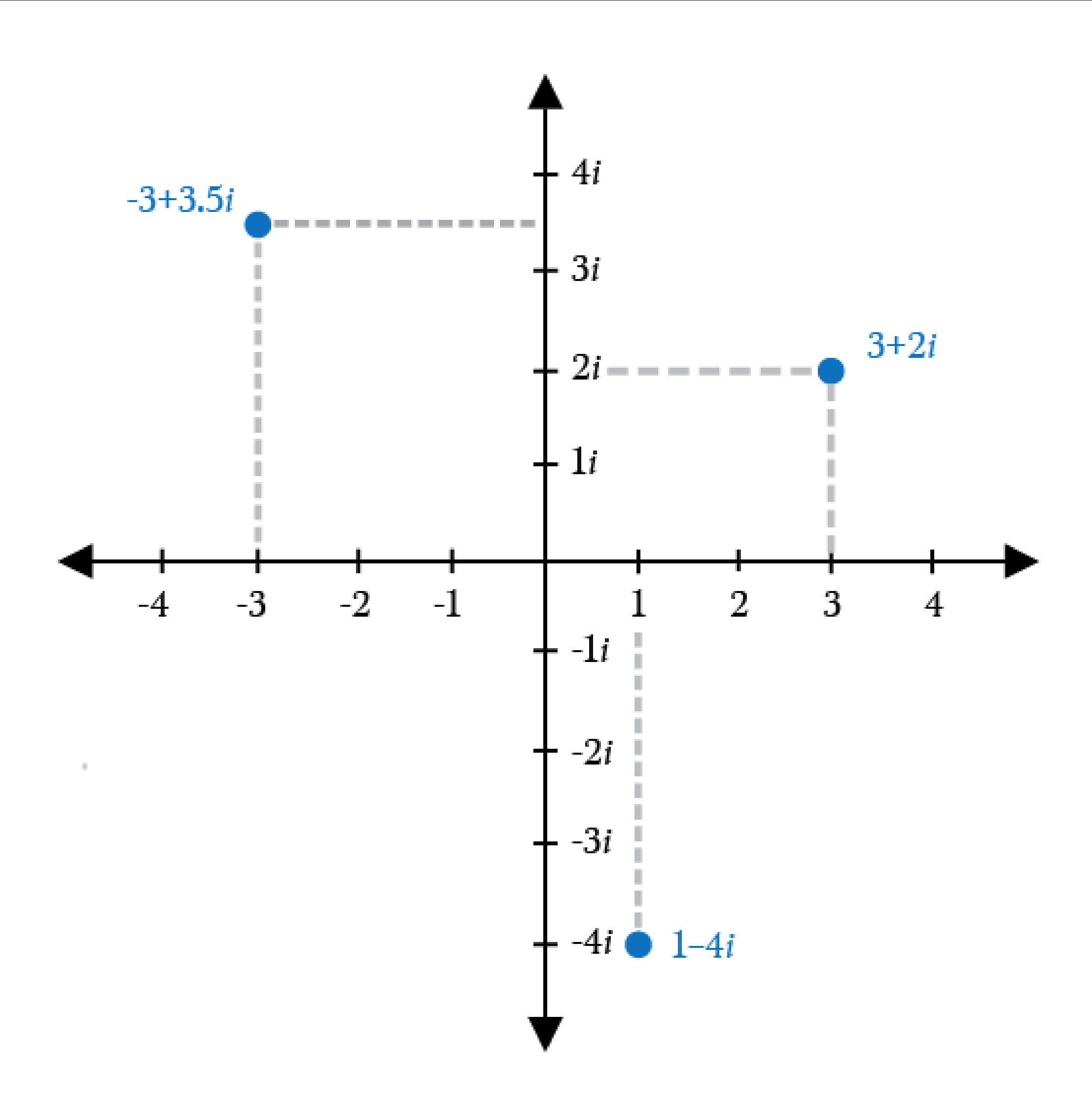
قمنا بتمثيل هذه الإحداثية في الربع العلوي الأيمن من المتقاطعة .لماذا؟

لأن هذا الربع يجتوي على الأعداد الموجبة فقط الأفقية و العمودية و بما أن العددين المكونين لهذه الإحداثية أو لهذا الرقم المعقد هما عددين موجبين فقد وقعا في الربع العلوي الأيمن.

ورد العدد الموجب 3 أولاً ابتداءً من الجهة اليسرى و هذا يعني بأنه يقع على المحور الأفقي لأننا نبدأ دائماً بذكر الأعداد الأفقية و بالطبع فإن العدد الموجب 3 هو عددٌ حقيقي لأنه لا وجود لرمز الأرقام الخيالية i بجواره.

يمكنك أن تسقط خطاً عمودياً من النقطة التي تمثل الإحداثية السابقة إلى العدد الموجب 3 الموجود على المحور الأفقي.

الرقم i2 هو رقمٌ خيالي و آية ذلك وجود رمز الأرقام الخيالية i بجوار العدد 2 و هذا الرقم الخيالي هو رقمٌ عمودي , وقد عرفنا ذلك لأنه ذكر لاحقاً و لذلك يمكننا أن نرسم خطاً أفقياً يمتد من النقطة التي تمثل هذه الإحداثية إلى الرقم الخيالي i2 الذي يقع على محور الأرقام الخيالية العمودي.




(1-4i)

لدينا الإحداثية (4i-1)

و هي تتألف من عددٍ أفقي موجب 1 و رقم خيالي سلبي عمودي (4i-)

.

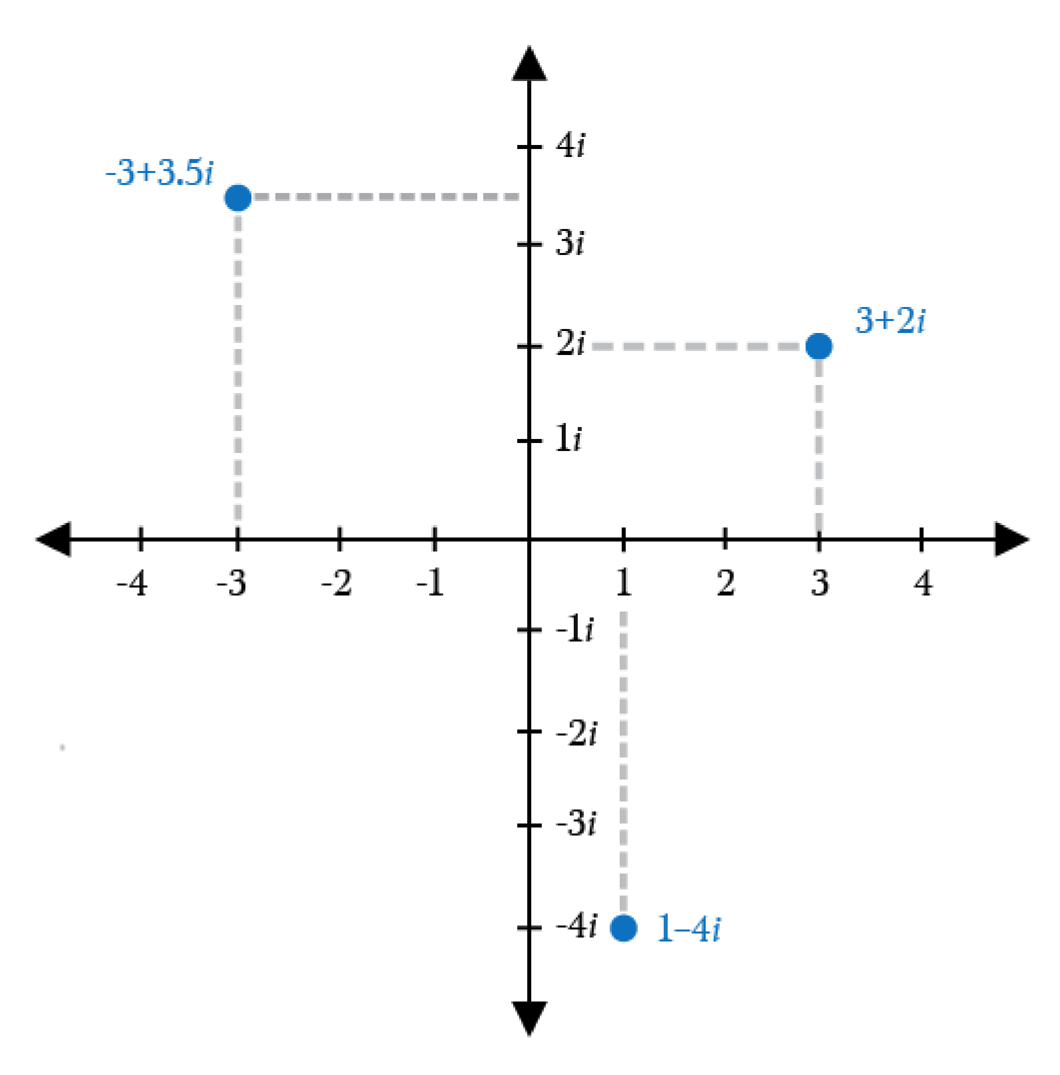
قمنا بتمثيل هذه الإحداثية في الربع السفلي الأيمن من المتقاطعة .لماذا؟

لأن هذا الربع يحتوي على الأعداد الموجبة الأفقية و الأرقام السلبية العمودية.

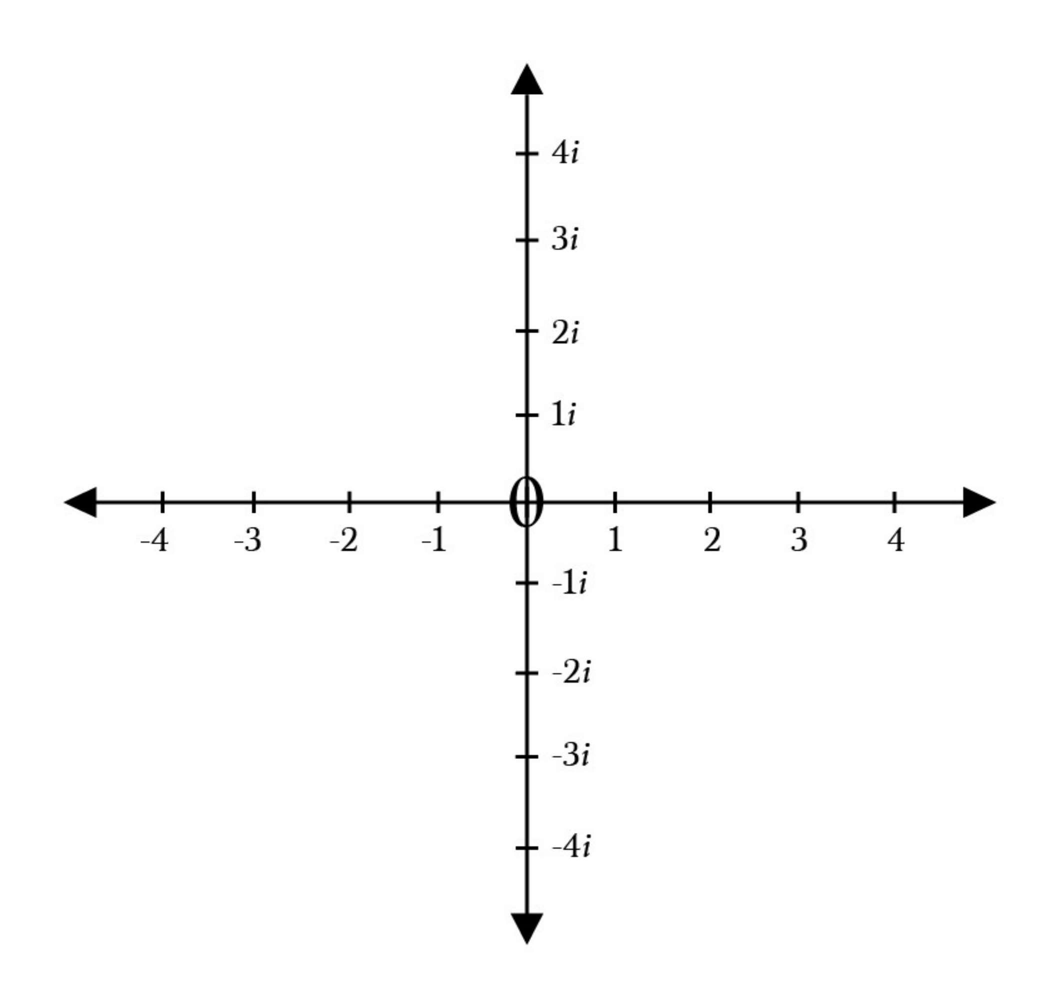
ورد العدد الموجب 1 أولاً ابتداءً من الجهة اليسرى و هذا يعني بأنه يقع على المحور الأفقي لأننا نبدأ دائماً بذكر الأعداد الأفقية و بالطبع فإن العدد الموجب 1 هو عددٌ حقيقي لأنه لا وجود لرمز الأرقام الخيالية i بجواره.

يمكنك أن تسقط خطاً عمودياً من النقطة التي تمثل الإحداثية السابقة إلى العدد الموجب 1 الموجود على المحور الأفقي.

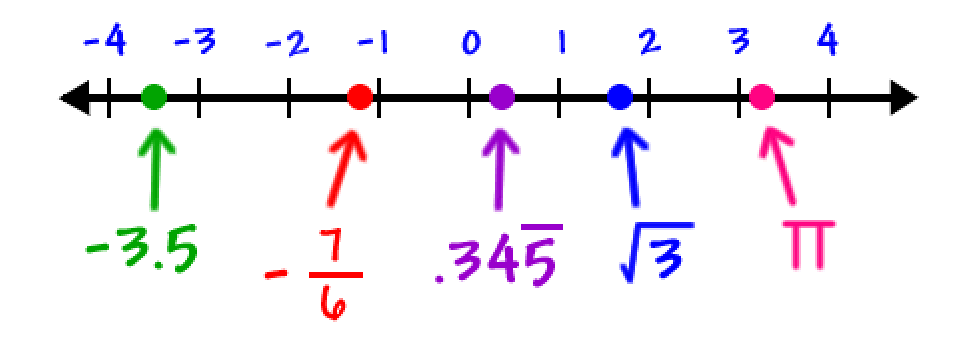
الرقم السلبي i4- هو رقمٌ خيالي و آية ذلك وجود رمز الأرقام الخيالية i بجوار العدد السلبي 4 و هذا الرقم الخيالي هو رقمٌ عمودي , وقد عرفنا ذلك لأنه ذكر لاحقاً و لذلك يمكننا أن نرسم خطاً أفقياً يمتد من النقطة التي تمثل هذه الإحداثية إلى الرقم الخيالي السلبي i4- الذي يقع على محور الأرقام الخيالية العمودي.



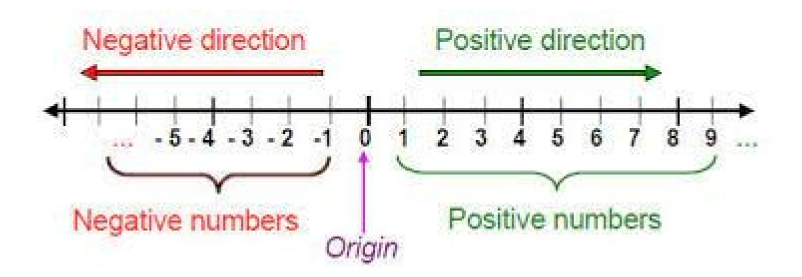

و بذلك أعتقد بأنه لم تعد لديكم أي مشكلة بعد اليوم في تمثيل الأعداد الحقيقية و الخيالية الإيجابية و السلبية علة مستقيم الأعداد.



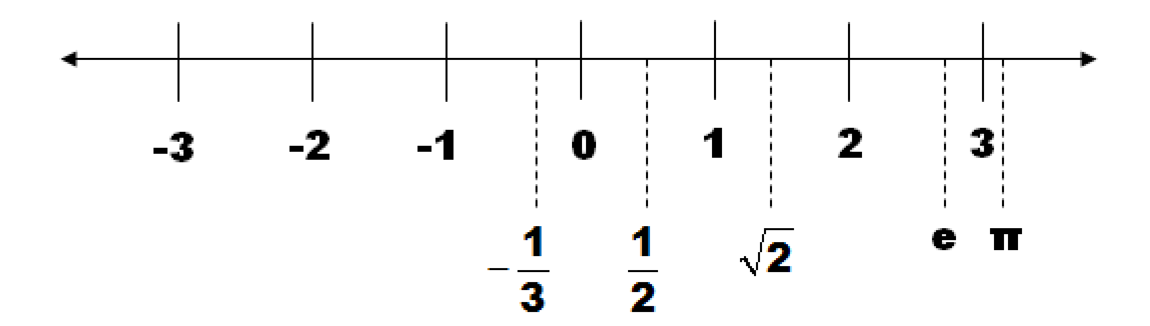
4i
3i
2i
1i
0
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
-1i
-2i
-3i
-4i

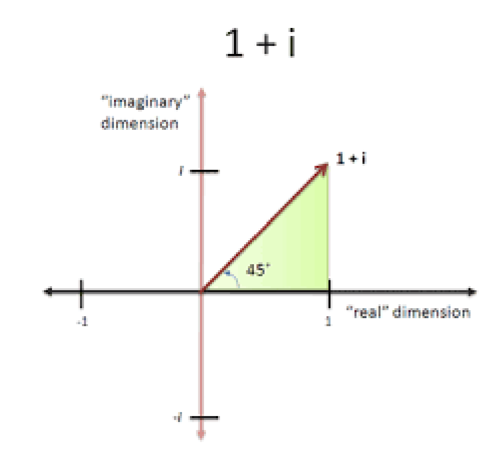



-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
-3.5
- 7/6
.345
√3
π

Negative direction
Positive direction
... -5 -4 -3 -2 -1
0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 ...
Negative numbers
Origin
Positive numbers


-3
-2
-1
0
1
2
3
$-\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$
$\sqrt{2}$
e
π


1 + i
"imaginary" dimension
1 + i
45°
"real" dimension



**قواعد المنطق**

**الجبر البوليني**

و فقاً للمنطق البوليني فإن نتائج جميع العمليات في الجبر البوليني يمكن إما أن تكون صحيحة أو أن تكون خاطئة و لذلك فإن جميع العمليات في الجبر البوليني لها نتيجتين محتملتين اثنتين فقط و هما واحد أو صفر و لهذا السبب فإن الجبر البوليني يوافق النظام الرقمي (الديجيتال) الذي يعتمد على حالتي الواحد و الصفر.

إذا كانت الإجابة صحيحة يتم تمثيلها عادةً بالعدد واحد ,أما إذا كانت الإجابة خاطئة فيتم تمثيلها بالعدد صفر.

الجبر البوليني ليس إلا صياغةً للمسائل المنطقية بصورةٍ جبرية رياضية.

في الجبر البوليني هنالك قيمتين ممكنتين فقط لأي كمية و هما واحد أو صفر.

لا يوجد طرح في الجبر البوليني.

في الجبر البوليني هنالك ثلاث عمليات رئيسية و هي :

AND و

OR أو

NOT لا النفي

في الجبر البوليني يستخدم حرف العطف أو و كأنه شارة جمع بينما يستخدم حرف العطف و و كأنه شارة ضرب.



في الجبر البوليني فإن واحد زائد واحد تساوي واحد و ليس اثنين

فإذا قلنا :

نور تلميذ أو نور صبي

فإن لدينا عبارتين منطقيتين : العبارة الأولى ( نور تلميذ) هي عبارةٌ صحيحة أي أن قيمتها تساوي واحد –العبارة الثانية ( نور صبي) هي كذلك عبارةٌ صحيحة و لذلك فإن قيمتها كذلك واحد .

غير أن كلتا هاتين العبارتين ( نور تلميد أو نور صبي) قيمتهما تساوي واحد :

**1=1+1**

يمكن تمثيل عمليات الجبر البوليني على شكل مخططات ( مخططات فن) و هذه المحططات تتضمن عمليات الجمع و النفي و الاستثناء بين المجموعات المختلفة.

تتألف مخططات فن من دوائر متقاطعة مع بعضها البعض بحيث تكون فيما بينها قطاعاتٌ مشتركة و بحيث تمثل كل دائرة مجموعةً بعينها و بذلك فإن مخطط فن الذي يحتوي على دائرتين يتألف من مجموعتين اثنتين و المخطط الذي يحتوي 3 دوائر يمثل ثلاث مجموعات و هكذا.

يتم اختبار مدى صحة المقدمات و الاقرارات في الجبر البوليني عن طريق ما يدعى بجدول الحقيقة و من حلال ذلك الجدول يتم اختبار جميع المدخلات الممكنة .

و على سبيل المثال فإن الإقرار أ و ب هو إقرارٌ صحيح إذا كانت كلتا العبارتين المؤلفتين له أي ا و ب صحيحة.

أما إذا كانت إحدى تلك العبارتين سواءً أ أو ب خاطئة أو إذا كانت كلتا المقدمتين خاطئتين فإن ذلك يعني بأن البيان أ و ب بيانٌ خاطئ.

و لهذا السبب فإنه من بين الاحتمالات المنطقية الممكنة الأربعة لضم أ و ب في بيانٍ واحد فإن احتمالاً واحداً فقط يكون صائباً من بين كل تلك الاحتمالات.

تعمل الوحدة المنطقية و هي عيارة عن دارة إلكترونية على مبدأ الجبر البوليني, كما يستخدم الجبر البوليني في صياغة برامج الكمبيوتر و في تشغيل محركات البحث على الأنترنت فنحن مثلاً عندما نبحث عن موقع المملكة النباتية على الانترنت و خصوصاً عندما نضع الاسم بين علامتي اقتباس فإن محرك البحث سيضع بشكلٍ آلي حرف العطف )و ( AND بين كلمتي )المملكة( و) النباتية ( و لذلك فلن تظهر في صفحة النتائج إلا الصفحات التي تحتوي على كلمتي المملكة و النباتية أي الصفحات التي تكون فيها كلا المدخلتين أي المملكة و النباتية موجودةً و صحيحة .

## البوابات المنطقية

نقصد بالبوابات المنطقية العمليات المنطقية التي تجرى على المقدمات و المدخلات و ذلك للوصول إلى نتائج منطقية.

بوابة النفي NOT : عند استخدام بوابة النفي NOT يكون ناتج العملية معاكساً تماماً لمدخلها

أي أن نتيجة العملية المنطقية تكون معاكسةً تماماً لمقدمتها, فإذا كان المدخل أو المقدمة صحيحاً و مثبتاً أي إذا كانت قيمته مساوية للعدد واحد كانت نتيجة العملية المنطقية خاطئة و منفية ومساوية للصفر , و إذا كان المدخل أو المقدمة في تلك العملية المنطقية منفياً , أي مساوياً للصفر كانت النتيجة مثبتة أي مساوية للعدد واحد .

البوابة المنطقية AND (و) أي بوابة الجمع بين مدخلين أو مقدمتين:

عند استخدام البوابة المنطقية AND تكون لدينا مقدمتين صحيحتين و مثبتتين و قيمة كلٍ منهما مساوية للعدد واحد لأن كلاً منهما صحيحتين.

بينما تكون قيمة المخرج أو النتيجة واحد كذلك و ليس اثنين و لذلك يقال بأنه في الجبر البوليني فإن واحد زائد واحد يساوي واحد أي أننا نتيجة جمع مقدمتين أو مدخلين قيمة كلٍ منهما واحد فإننا نحصل على خرج أو نتيجة قيمتها واحد كذلك .

1=1+1

يقال بأنه في الجبر البوليني فإن واحد زائد واحد يساوي واحد أي أننا نتيجة جمع مقدمتين أو مدخلين قيمة كلٍ منهما واحد فإننا نحصل على خرج أو نتيجة قيمتها واحد كذلك .

1=1+1

جدول الحقيقة الخاص بهذه العملية و الذي يستخدم في اختبار صحة هذه العملية المنطقية:

إذا كانت قيمة كل مقدمة من المقدمتين أ و ب تساوي الصفر أي إذا كانت كلا المقدمتين خاطئتين فإن ناتج أ و ب يساوي الصفر .

إذا كانت قيمة إحدى المقدمتين أ أو ب صحيحة تساوي واحد و كانت قيمة المقدمة الثانية خاطئة أي مساوية للصفر نتيجة هذه العملية المنطقية ستكون خاطئة و مساوية للصفر .

أ تساوي صفر و ب تساوي صفر هذا يعني بأن أ و ب تساويان الصفر.

A=0 , B=0→ A AND B=0

أ تساوي صفر و ب تساوي واحد و هذا يعني بأن أ و ب تساويان صفر.

A=0,B=1 → A AND B=0

أ تساوي واحد و ب تساوي صفر و هذا يعني بأن كلاً من أ و ب تساويان صفر.

A=1,B=0 →A AND B=0



إن الامكانية الوحيدة للحصول على نتيجة صحيحة قيمتها تساوي واحد في عملية ضم مقدمتين إلى بعضهما البعض باستخدام AND تكمن في أن تكون كلا المقدمتين صحيحة , أي أن تكون قيمة كل منهما تساوي واحد.

A=1,B=1 → A AND B =1

و بناءً على مقدمتين صحيحتين قيمة كلٍ منهما تساوي واحد فإننا نحصل على نتيجةٍ صحيحة قيمتها واحد.

و لذلك يقال بأنه في الجبر البوليني فإن واحد زائد واحد يساوي واحد أي أننا عند جمع مقدمتين أو مدخلين قيمة كلٍ منهما واحد فإننا نحصل على خرج أو نتيجة قيمتها واحد كذلك .

1=1+1

إذاً فإن عملية ضم مقدمتين (و) AND هي عملية إضافةٍ و جمع.

**حتى لا تنسى**

لماذا تؤثر قيمة نتيجة خاطئة وحيدة على النتيجة النهائية في العملية AND؟

لأن العملية AND هي عملية تضم المقدمة الخاطئة إلى المقدمة الصحيحة و لا تستثنيها.

العملية (أو) أي البوابة المنطقية OR

يكون مخرج أو ناتج البوابة المنطقية أو العملية (أو) OR خاطئاً و مساوياً للصفر في حالةٍ واحدة و هي أن تكون كلا المقدمتين خاطئة , أي في الحالة التي تكون فيها قيمة كلا المقدمتين خاطئة و مساوية للصفر.

حتى لا تنسى:

لماذا يكون مخرج أو ناتج البوابة المنطقية أو العملية (أو) OR خاطئاً و مساوياً للصفر في حالةٍ واحدة و هي أن تكون كلا المقدمتين خاطئة , أي في الحالة التي تكون فيها قيمة كلا المقدمتين خاطئة و مساوية للصفر؟

لماذا لا تؤثر العملية أو المقدمة الخاطئة الوحيدة على النتيجة النهائية في العملية OR ؟

لأن العملية OR ( أو) تتضمن الاستثناء أي أنها تستثني المقدمة الخاطئة و تستبعدها في حال كانت المقدمة الثانية صحيحة .

جدول الحقيقة الخاص بالبوابة المنطقية(أو) OR :

المقدمتين خاطئتين و مساويتين للصفر تعطيان مقدمة خاطئة و مساوية للصفر:

أ تساوي صفر و ب تساوي صفر و هذا يعني بأن أ أو ب خاطئة.

**$A=0,B=0 \rightarrow A\ OR\ B=0$**

OR 0=0 0

:أ تساوي  صفر و ب تساوي واحدو هذا يعني بأن أ أو ب تساوي واحد

A=0,B=1→A OR B=1

OR 1=1 0

أ تساوي واحد و ب تساوي صفر و هذا يعني بأن    أ  أو ب تساوي واحد .

A=1,B=0→A OR B=1

OR 0=1 1

أ تساوي  واحد  و ب تساوي  واحد  و هذا يعني بأن أ أو ب تساوي  واحد .

A=1,B=1→A OR B=1

OR 1=1 1

صفر أو صفر تساوي صفر

صفر أو واحد تساوي واحد

واحد أو صفر تساوي واحد

واحد أو واحد تساوي واحد.

**البوابة المنطقية  ناند  NAND  ( و لا )**

البوابة المنطقية  NAND  ( و لا ) عبارة عن  حرف العطف   و    متبوعاً بأداة النفي  لا .

NAND=AND+NO  ( و لا )

جدول الحقيقة الخاص بالأمر     ناند  ( و  لا ) :

إذا كانت قيمة كلا المدخلين تساوي الصفر أي إذا كان كلا المدخلين خاطئاً فإن النتيجة أو المخرج تكون صحيحة و مساوية للعدد واحد :

أ تساوي صفر و ب تساوي صفر  فإن أ ولا ب تساوي واحد.

A=0  ,B=0 →A NAND B=1

إذا كان كلا المدخلين أو إذا كانت كلتا المقدمتين مساويتين للعدد واحد و حقيقيتين فإن الناتج سيكون خاطئاً و مساوياً للصفر:

أ تساوي واحد و ب تساوي واحد  فإن أ ولا ب تساوي الصفر.

A=1 ,B=1 →A NAND B =0

إذا كانت إحدى المقدمتين صحيحة و مساوية للعدد واحد و كانت الثانية خاطئة و مساوية للصفر فإن النتيجة ستكون صحيحة  و مساوية للعدد واحد :

A=0 , B=1 →A NAND  B=1

A=1 ,B=0 → A NAND B=1



| تذكر دائما<br><br>الحالة الوحيدة التي تكون فيها النتيجة خاطئة و مساوية للصفر في البوابة المنطقية ( و  لا ) ناند NAND  هي عندما تكون كلا المدخلتين صحيحة و مساوية للعدد واحد. |
|---|

| **البوابة المنطقية  (  أو  لا ) NOR**<br><br>**أو لا    تساوي  أو +لا**<br><br>**NOR =OR+NOT** |
|---|

إذا كانت كلا المدخلتين أو المقدمتين خاطئة و مساوية للصفر فإن النتيجة أو الخرج في البوابة المنطقية ( أو لا ) NOR ستكون صحيحةً و مساوية للعدد واحد:

أ تساوي صفر و ب تساوي صفر فإن أ ولا ب تساوي واحد

A=0,B=0→A NOR B=1

إذا كانت إحدى المدخلتين صحيحة و مساوية للعدد واحد و كانت المدخلة الثانية خاطئة و مساوية للصفر فإن النتيجة ستكون خاطئة و مساوية للصفر:

أ تساوي صفر و ب تساوي صفر فإن أ ولا ب تساوي صفر.

A=0 ,B=0→A NOR B=0

أ تساوي واحد و ب تساوي صفر فإن أ ولا ب تساوي صفر .

A=1,B=0→A NOR B=0

إذا كانت كلتا المقدمتين أو المدخلتين صحيحة و مساوية للعدد واحد فإن النتيجة ستكون خاطئة و مساويةً للصفر:

أ تساوي واحد و ب تساوي واحد فإن أ ولا ب تساوي صفر.

A=1 ,B=1 →A NOR B=0



إذاً فإن الحالة الوحيدة التي تكون فيها النتيجة صحيحة و مساوية للعدد واحد في البوابة المنطقية NOR هي عندما تكون كلا المقدمتين صحيحةً و مساويةً للعدد واحد .



إذاً حتى نتذكر قواعد البوابات المنطقية

في بوابة النفي (لا) NOT دائماً تكون النتيجة معاكسة للمقدمة : إذا كانت المقدمة صحيحة و مساوية للعدد واحد كانت النتيجة خاطئة و مساوية للصفر.

إذا كانت المقدمة خاطئة و مساوية للصفر فإن النتيجة تكون صحيحة و مساوية للعدد واحد.

جدول الحقيقة الخاص ببوابة النفي NOT (لا) :

INPUT 1→ 0 OUTPUT

INPUT 0→ 1 OUTPUT

المدخل 1 ←المخرج 0

المدخل 0 ←المخرج 1

**بوابة الضم و الجمع المنطقية ( و) AND**

جميع مخرجاتها تكون خاطئة و مساوية للصفر باستثناء حالة وحيدة و هي الحالة التي تكون فيها كلتا المقدمتين صحيحة و مساوية للعدد واحد.

أ تساوي واحد ب تساوي واحد ← أ و ب تساوي واحد.

A=1 ,B=1 →A AND B=1

الحالة الوحيدة التي تكون فيها النتيجة صحيحة و مساوية للعدد واحد في البوابة المنطقية AND هي عندما تكون كلتا المقدمتين صحيحةٌ و مساوية للعدد واحد 1 .

**البوابة المنطقية ( أو) OR**

جميع مخرجات و نتائج البوابة المنطقية OR (أو) تكون صحيحة و مساوية للعدد واحد باستثناء حالة واحدة وهي عندما تكون كلتا المقدمتين أو كلتا المدخلتين خاطئة و مساوية للصفر و عندها تكون النتيجة خاطئة و مساوية للصفر:

أ تساوي صفر ب تساوي صفر← أ أو ب تساوي صفر

A=0,B=0→A OR B=0

أي أن البوابة المنطقية ( أو) OR تمثل حالةً معاكسة لحالة بوابة الضم و الجمع المنطقية ( و) AND.

**بوابة الضم و الجمع المنطقية ( و) AND**

جميع مخرجاتها تكون خاطئة و مساوية للصفر باستثناء حالة وحيدة و هي الحالة التي تكون فيها كلتا المقدمتين صحيحة و مساوية للعدد واحد.

**البوابة المنطقية ( أو) OR**

جميع مخرجات و نتائج البوابة المنطقية OR (أو) تكون صحيحة و مساوية للعدد واحد باستثناء حالة واحدة وهي عندما تكون كلتا المقدمتين أو كلتا المدخلتين خاطئة و مساوية للصفر و عندها تكون النتيجة خاطئة و مساوية للصفر.

**البوابة نائد NAND**

تكون جميع مخرجاتها صحيحة و مساوية للعدد واحد باستثناء الحالة التي تكون فيها كلتا المدخلتين صحيحة و مساوية للعدد واحد عندها تكون النتيجة خاطئة و مساوية للصفر:

أ تساوي واحد و ب تساوب واحد ← أ نائد ب تساوي صفر.

A=1,B=1→A NAND B =0

أي أن البوابة المنطقية نائد NAND تمثل الحالة المعاكسة لحالة البوابة المنطقية ( أو) OR.

البوابة المنطقية ( أو) OR

جميع مخرجات و نتائج البوابة المنطقية OR (أو) تكون صحيحة و مساوية للعدد واحد باستثناء حالة واحدة وهي عندما تكون كلتا المقدمتين أو كلتا المدخلتين خاطئة و مساوية للصفر و عندها تكون النتيجة خاطئة و مساوية للصفر.

**البوابة نائد NAND**

تكون جميع مخرجاتها صحيحة و مساوية للعدد واحد باستثناء الحالة التي تكون فيها كلتا المدخلتين صحيحة و مساوية للعدد واحد عندها تكون النتيجة خاطئة و مساوية للصفر.

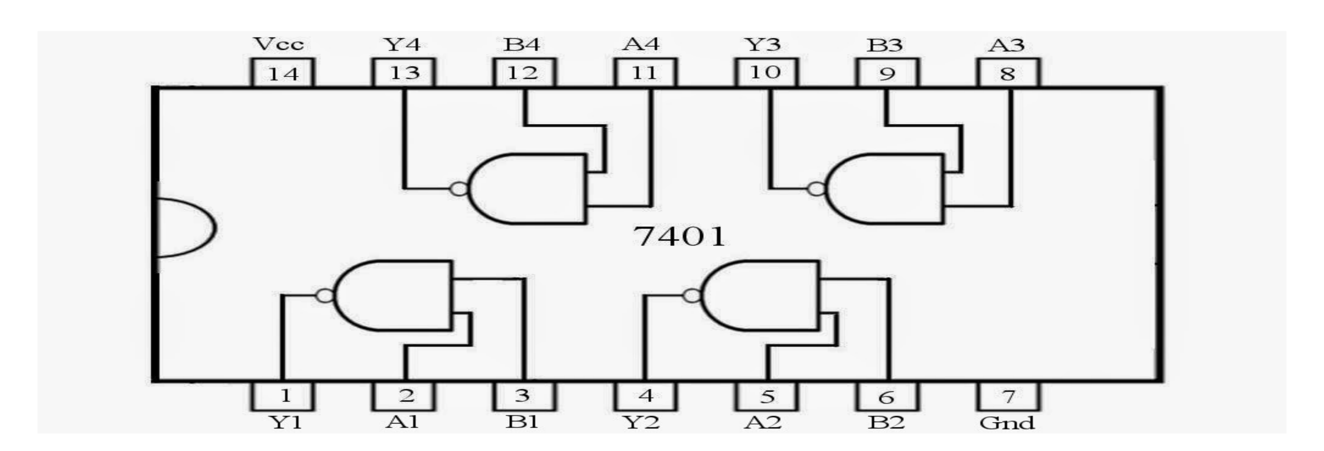
بوابة النفي المنطقية NOR

تكون جميع مخرجاتها خاطئة و مساوية للصفر باستثناء الحالة التي تكون كلتا المقدمتين فيها خاطئة و مساوية للصفر:

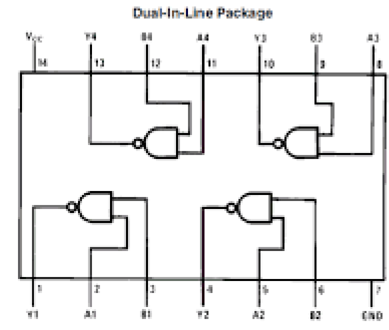
A=0,B=0→A NOR B=1

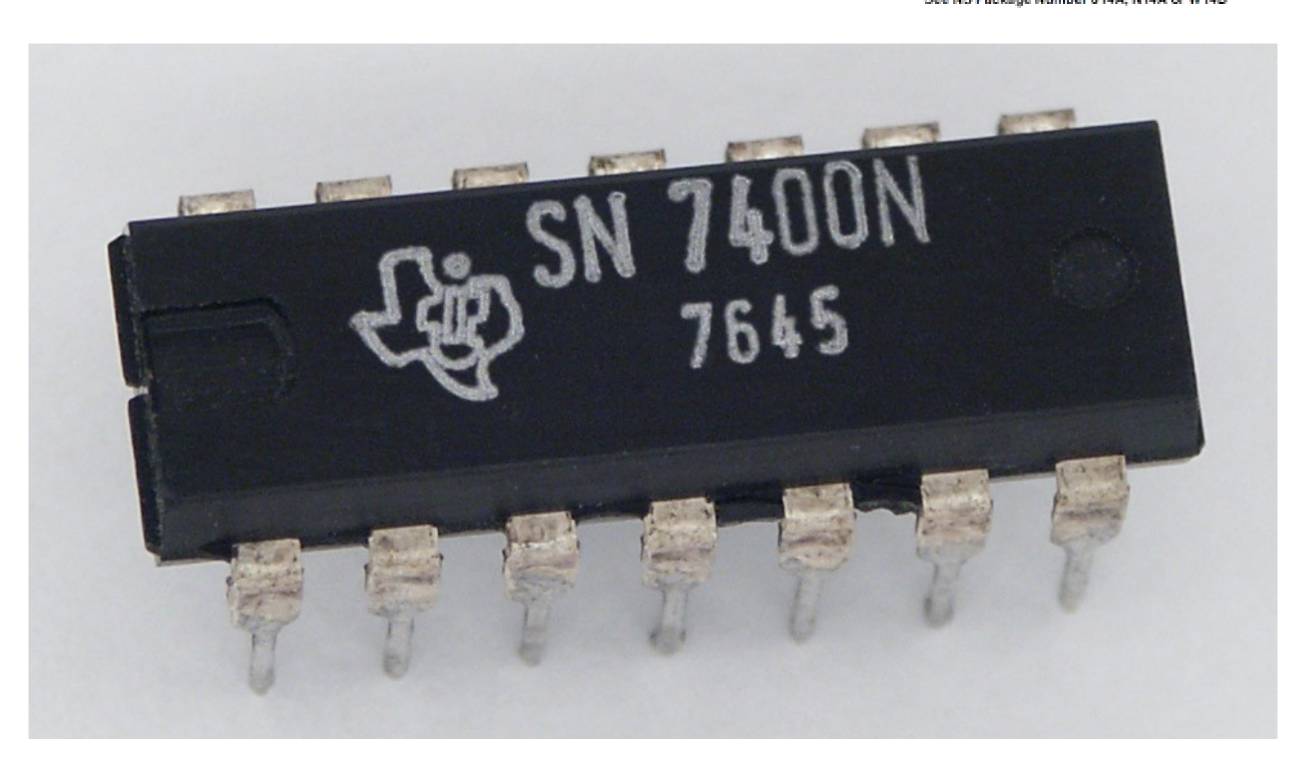
| NAND | | |
|---|---|---|
| IN | IN | OUT |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

| Truth Table of 2-input NAND Gate | | |
|---|---|---|
| A | B | Q |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |



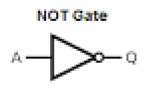
# 7401




## AND+NOT=NAND

**NOT Gate**




**Q** = NOT( **A** )

Truth Table

| Input A | Output Q |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

**AND Gate**

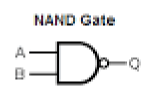



**Q** = **A** AND **B**

Truth Table

| Input A | Input B | Output Q |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

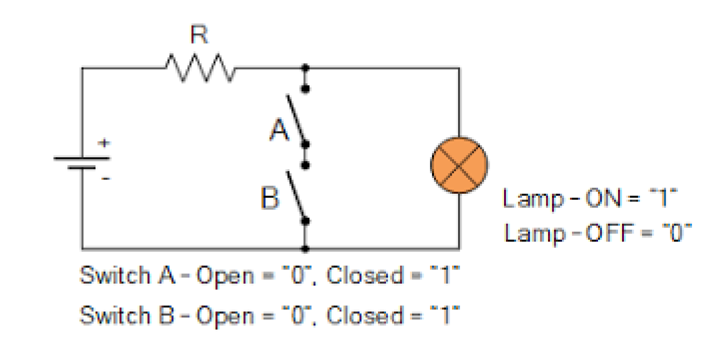
**NAND Gate**

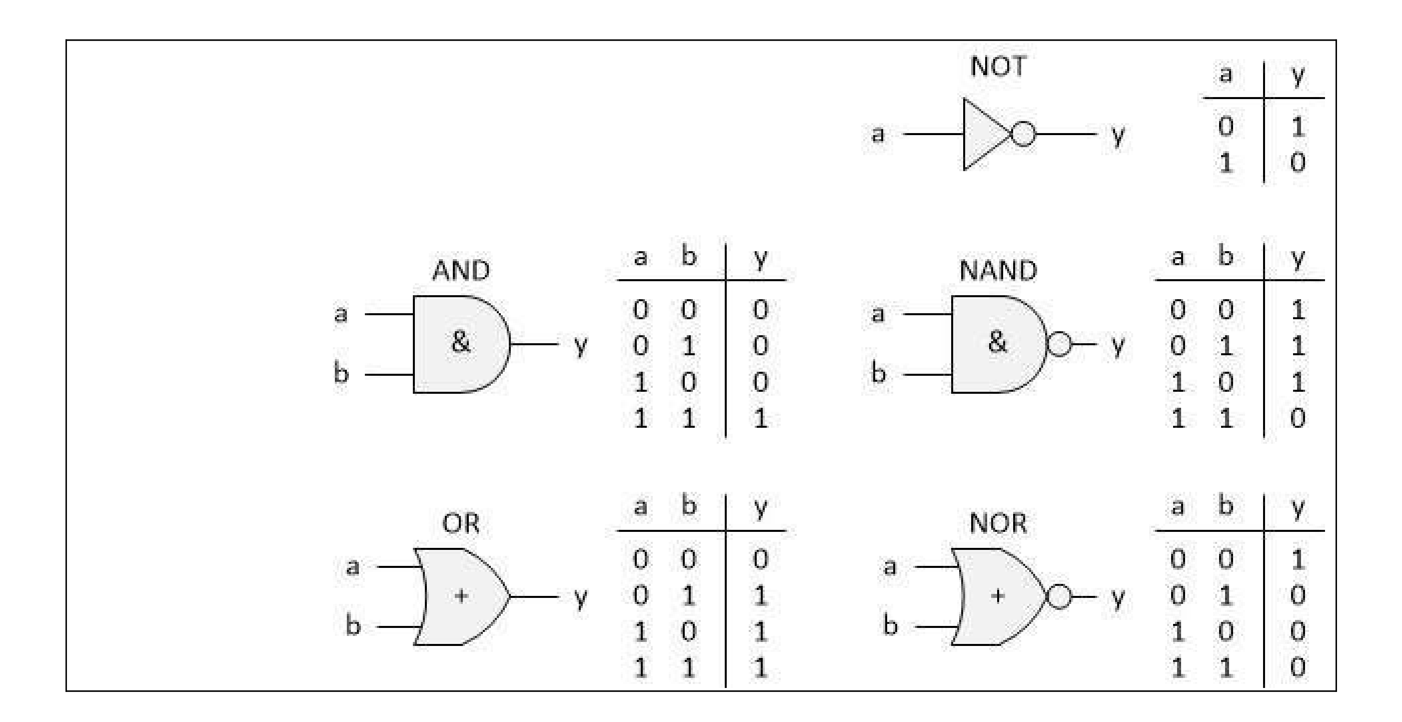



**Q** = **A** NAND **B**

Truth Table

| Input A | Input B | Output Q |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |




NOT

| a | y |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

AND

| a | b | y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

NAND

| a | b | y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

OR

| a | b | y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

NOR

| a | b | y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

---

**AND**

| A | B | Q |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

**OR**

| A | B | Q |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

**NAND**

| A | B | Q |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

**NOR**

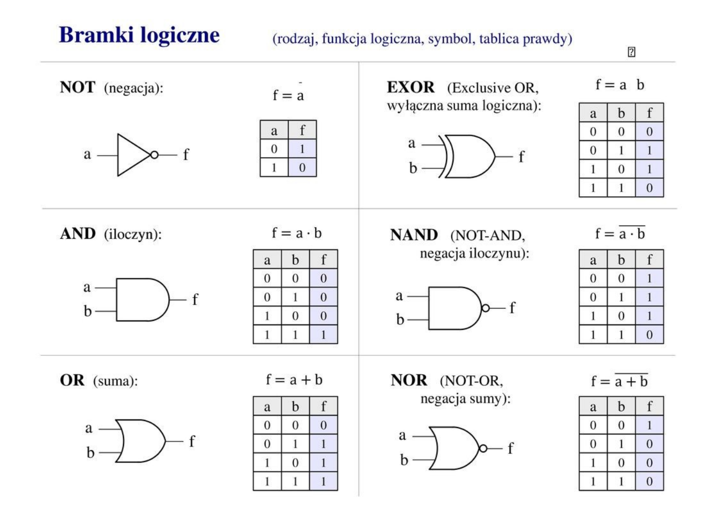
| A | B | Q |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

**NOT**

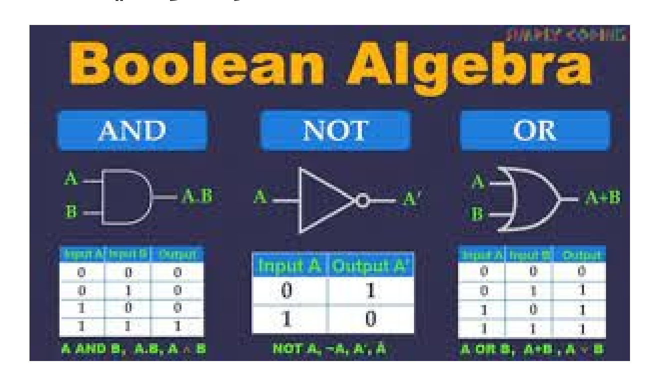
| A | Q |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

**XOR**

| A | B | Q |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

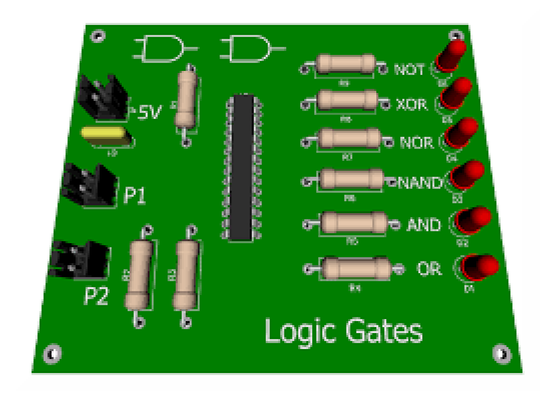



الجبر البوليني Boolean algebra




NAND = ("Not And")

بوابة منطقية Logic gate




ريليهات كهرومغناطيسية.electromagnetic relays



دارة رقميةdigital circuits

جدول الحقيقةTruth table

مخطط فنVenn diagram

الجبر البوليني**l**. Boolean lattice -Boolean algebra

المنطق البوليني.Boolean logic

البوابة المنطقية عبارة عن مبدلات و قواطع تقوم بإجراء العمليات الرياضية باستخدام مبادئ الجبر البوليني و ذلك في الدارات الرقمية ( دارات الديجيتال) .

و يمكن تنفيذ الدارات المنطقية باستخدام ريليهات كهرومغناطيسية و دايودات كما يمكن تنفيذ الدارات المنطقية باستخدام عناصر ميكانيكية.

إن البوابة المنطقية هي دارة توجد في الكمبيوتر مداخلها متعددة غير أن مخرجها واحد و يمكن تفعيل هذه الدارة عن طريق تفعيل تركيبة معينة من المداخل.

**جدول الحقيقة** : جدول الحقيقي هو جدولٌ رياضي يستخدم في المنطق لتحديد ما إذا كان تعبيرٌ رياضي ما صحيحٌ أو صالح .

التعبير الرياضي يكون عبارة عن مقدمتين و نتيجة ,و النتيجة هي التي تذكر في نهاية التعبير الرياضي.

الجبر البوليني عبارة عن مزيج من ثمانية احتمالات.

المنطق البوليني : دعي بهذا الاسم نسبةً إلى الرياضي البريطاني جورج بول و اليوم يستخدم الجبر البوليني في مجال الإلكترونيات , كما يستخدم في صناعة دارات الكمبيوتر ( العتاد –الهاردوير) كما يستخدم في كتابة برامج الكمبيوتر(السوفتوير).

**المنطق الغامض – المنطق البيني**

في نظرية المجموعات القياسية هنالك حالتين فقط للعنصر فإما أن ينتمي ذلك العنصر لمجموعةٍ ما او أن لا ينتمي إليها بينما تتيح نظرية المجموعات الغامضة حالةً بين هاتين الحالتين .

و كما مر معنا عند دراستنا للجبر البوليني و المنطق البوليني فإن هنالك قيمتين فقط لا ثالث لهما و هما واحد و صفر , أما في المنطق الغامض فإن هنالك حالة ثالثة بينية بين هاتين الحالتين .

إن المنطق الغامض هو أكثر ملائمة للتعامل مع مدخلات العالم الحقيقي الغير واضحة مثل حالة التعرف على خط اليد و تمييز الأحرف و الكلمات المكتوبة بخط اليد مثلاً و التعرف على الكلام و سواها من الحالات.

يعتبر المنطق الغامض اليوم جزءاً أساسياً في منظومة الحاسب حيث يستخدم في أغراض التنبؤ الجوي والتنبؤ بأسعار العملات و حركة تداول الأسهم و سواها.

ففي مجال التنبؤ الجوي فإن المنطق البوليني لا يسمح إلا بحالتين فقط للطقس ( واحد و صفر) حيث سيرمز مثلاً للطقس المشمس بالرمز واحد بينما سيرمز للطقس المثلج بالصفر و لن تكون هنالك حالةٌ ثالثة , أما في حال المنطق الغامض فستكون هنالك حالاتٌ كثيرة بينية بين هاتين الحالتين مثل حالة الطقس الغائم جزئياً و حالة تساقط الأمطار و حالة الجو العاصف و سواها.

إن نظام التحكم الغامض يناسب الحالات الغير مقطوعٍ بها و لذلك يمكن لنظام التحكم الغامض أن يتعامل بفاعلية و كفاءة مع (لايقين) الحياة الاعتيادي مثل التعرف على خط اليد و تمييز أحرفه التي تتشابه مع بعضها البعض و التي تختلف من شخصٍ لآخر , كما يستخدم في التعرف على الكلام المسموع و لذلك فإن هذا النظام يستخدم في منظومات الذكاء الاصطناعي.

المنطق الغامض-المنطق البينيfuzzy logic

رأينا عند دراستنا للجبر البوليني كيف أن لدينا قيمتين اثنتين فقط لا ثالث لهما و هما الواحد و الصفر حيث يدل العدد واحد على القيمة الصحيحة الصالحة بينما يدل الصفر على أن العملية خاطئة و غير صالحة .

أما في المنطق البيني فإنه يمكن للقيمة الصحيحة الصالحة أن تكون ما بين الصفر و الواحد , و هو ما يعني بأن المنطق البيني هو أكثر مرونة من المنطق البوليني حيث يمكن للقيمة الصحيحة أن تتخذ قيماً أخرى ما بين صفر و واحد و بذلك فإن المنطق البيني يمكننا من تمثيل حالاتٍ أخرى بينية.

يعتبر المنطق البيني بمثابة امتداد ملحق بالمنطق البوليني حيث يتعامل المنطق البيني مع الحقائق الجزئية بينما نجد بأن المنطق الكلاسيكي (البوليني) يرى بأنه يمكن تمثيل كل حالة على صورةٍ ثنائية : صفر أو واحد -نعم أو لا - أبيض أو أسود فقط.

إن المنطق البيني يحل محل المنطق البوليني للتعبير عن الحالات التي تكون فيها الحقيقة على درجات لأن حقائق الحياة غالباً ما تكون جزئية .

## المجموعات البينية –المجموعات الغامضة

تستخدم المجموعات البينية في تمثيل حالات المنطق البيني .

مر معنا سابقاً عند دراستنا لنظرية المجموعات الكلاسيكية كيف أن عنصراً ما إما أن ينتمي لمجموعةٍ ما أو أنه لا ينتمي إلى تلك المجموعة ( واحد أو صفر – أبيض أو أسود ) ولا توجد حالةٌ ثالثة و ذلك بخلاف نظرية المجموعات البينية حيث يمكن أن تكون هنالك حالاتٌ بينية في علاقة العنصر بمجموعةٍ ما.

أحياناً يشار إلى المنطق البيني بتعابير غير صحيحة مثل (النصف منطق) أو نصف الجقيقة غير أن علينا الانتباه إلى أن الحالة البينية الغامضة لا تتعلق بالمنطق البيني ذاته و إنما فإنها تتعلق بالحالات البينية ذاتها التي يتعامل معها , أي أن المفاهيم التي يتعامل معها هي مفاهيم غامضة fuzzy concepts أو مفاهيم بينية لا يمكن تمثيلها بقيمتين فقط هما الواحد و الصفر أو صح و خطأ لأنها قيمٌ جزئية .

و على سبيل المثال فإن المنطق البوليني يمكننا من تمثيل اللونين الأبيض و الأسود غير أنه لا يمكننا من تمثيل التدرجات اللونية التي تقع بين هذين اللونين كاللون الرمادي مثلاً , بينما يمكننا المنطق البيني من تمثيل جميع التدرجات اللونية التي تقع بين هذين اللونين بقيم تقع ما بين صفر و واحد.

و عند دراسة علوم الحياة نجد المنطق البيني في اللوغاريتمات الوراثية و الشبكات العصبية .

المنطق الكلاسيكي classical logic

فازي – ضبابي-مشوش **fuzzy** [ˈfʌzɪ]

المجموعة الغامضة **Fuzzy set**

قيم المتدرجة a continuous range of values

**رياضيات الباقي – حساب الساعة**

في الساعة التي تعمل وفق نظام 12 ساعة إذا قمنا بتعداد 5 ساعات بعد الساعة الثامنة فإننا سنحصل على الساعة الواحدة .

1=5+8

لأن 5+8=13

و المتبقي من 13 ÷12 هو 1

إذاً فإن المتبقي من قسمة 12 على مجموع الساعتين هو الذي يحدد كم ستكون الساعة بعد مدةٍ معينة من الزمن.

مثال ثاني على رياضيات المتبقي :

الساعة الآن 11 و بعد 3 ساعات ستصبح الساعة 2

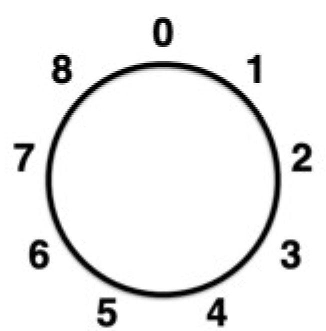
3+11=14 .

المتبقي من 14 ÷12 هو 2 .

Modular arithmetic رياضيات المتبقي

# Modulus 9

| | |
|---|---|
| **0 mod 9 = 0** | **9 mod 9 = 0** |
| **1 mod 9 = 1** | **10 mod 9 = 1** |
| **2 mod 9 = 2** | **11 mod 9 = 2** |
| **3 mod 9 = 3** | **12 mod 9 = 3** |
| **4 mod 9 = 4** | **13 mod 9 = 4** |
| **5 mod 9 = 5** | **14 mod 9 = 5** |
| **6 mod 9 = 6** | **15 mod 9 = 6** |
| **7 mod 9 = 7** | **16 mod 9 = 7** |
| **8 mod 9 = 8** | **17 mod 9 = 8** |



$0 \bmod 4 = 0$

$1 \bmod 4 = 1$

$2 \bmod 4 = 2$

$3 \bmod 4 = 3$


$0 \bmod 4 = 0$

$1 \bmod 4 = 1$

$2 \bmod 4 = 2$

$3 \bmod 4 = 3$



**Addition in mod 6:**

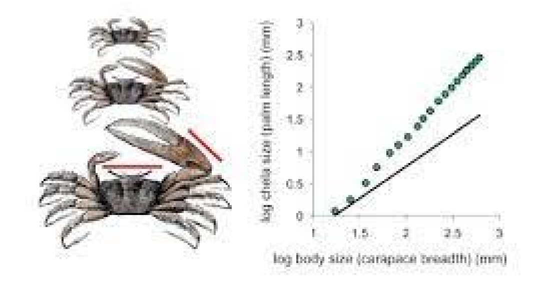
5 + 10 = **15**
now divide the answer by 6
15 / 6 = 2 remainder **3**
so 15 ≡ 3 (mod 6)

MODULUS 4

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 0 | | | | 0 | | | | 0 | |
| Modulus 4: | 1, | 2, | 3, | 4, | 1, | 2, | 3, | 4, | 1, | 2, | 3, | 4, | ... |
| | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | |
| Normal: | 1, | 2, | 3, | 4, | 5, | 6, | 7, | 8, | 9, | 10, | 11, | 12, | ... |

- 0 mod 4 ≡ 4 mod 4 ≡ 8 mod 4 ≡ 12 mod 4 ≡ ...
- 1 mod 4 ≡ 5 mod 4 ≡ 9 mod 4 ≡ 13 mod 4 ≡ ...
- 2 mod 4 ≡ 6 mod 4 ≡ 10 mod 4 ≡ 14 mod 4 ≡ ...
- 3 mod 4 ≡ 7 mod 4 ≡ 11 mod 4 ≡ 15 mod 4 ≡ ...

## قياس التنامي allometric scalling



كان يتم قياس مساحات الأجسام الطبيعية من خلال تحويلها إلى أشكال هندسية بسيطة مقاربة لها في الشكل .

تستخدم الهندسة الكسرية في توصيف العالم الحقيقي و مكوناته الطبيعية غير المنتظمة و تمثيلها بشكلٍ هندسي.

الاكساء **Tessellation**

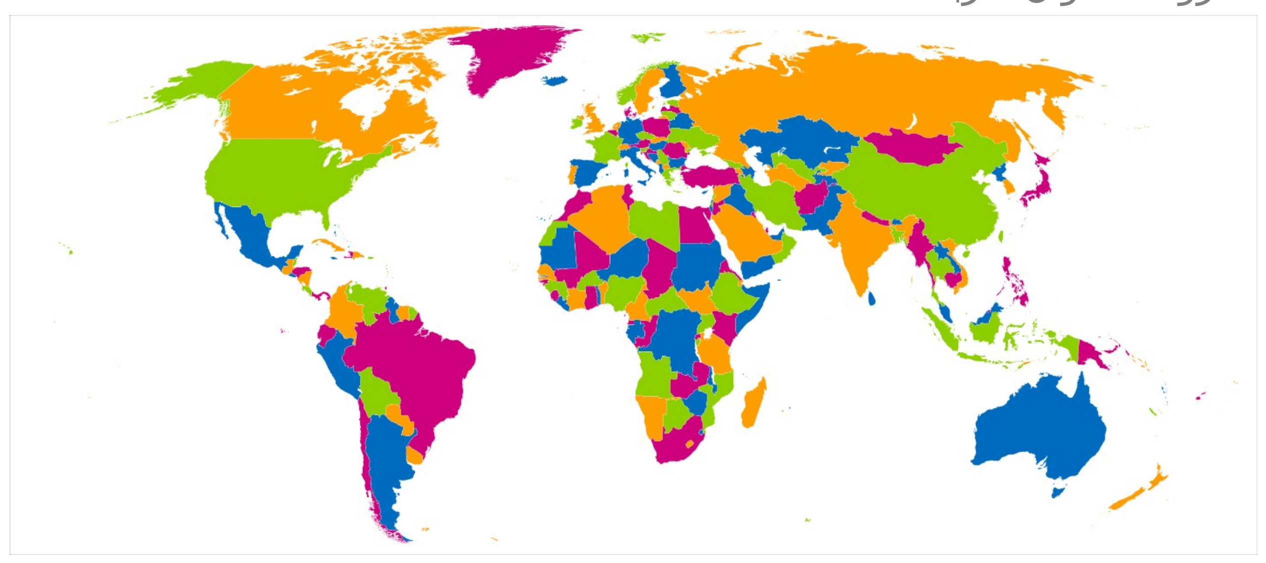
الإكساء  هو تغطية سطحٍ ما بأشكال هندسية بشكلٍ كلي دون أن تتراكب تلك الأشكال مع بعضها و دونَ أن تكون هنالك فجواتٌ بينها.

with no overlaps and no gaps دون تراكب و دون فجوات

**أطروحة الألوان الأربعة**

وفقاً لهذه النظرية فإنه من الممكن تلوين أي خريطة بأربعة ألوانٍ فقط بحيث لا تتشارك دولتين أو منطقتين متلاصقتين على لونٍ واحد , أي بحيث يكون لكل دولة لونٌ  يميزها عن الدول المجاورة لها .

أطروحة الألوان الأربعة  Four color theorem



شريط موبيوس

دعي شريط موبيوس بهذا الاسم نسبةً على الرياضي و الفلكي الألماني أوغاست فيرديناند موبيوس .

يعرف شريط موبيوس بأنه سطحٌ ثنائي الأبعاد عديم الجهات ذو جهةٍ واحدة عندما يتم عرضه في فضاءٍ إقليدي ثلاثي الأبعاد.

شريط موبيوس سطحٌ مغلق أحادي الجهة يتم تشكيله عن طريق تدوير أحد طرفي شريحة مستطيلة الشكل 180 درجة و لصقه بالطرف الآخر.

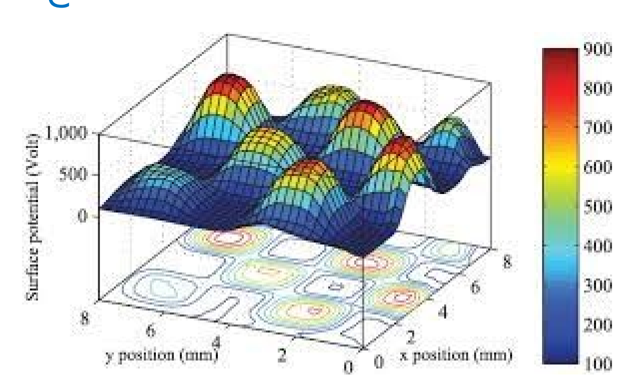
شريط موبيوس شريطٌ له سطحٌ واحد و لذلك يمكن لنملة تمشي على سطحه أن تنتقل بين كلا وجهيه دون أن تعبر حافته , و من الناحية الهندسية يعتبر شريط موبيوس مثالٌ على السطح عديم الجهات الثنائي الأبعاد.

نجد أشكالاً مماثلة لشريط موبيوس في الطبيعة مثل حركة الجسيمات المشحونة مغناطيسياً ضمن أنطقه فان ألين التي تحيط بالأرض , كما نجدها في بنية بعض البروتينات .

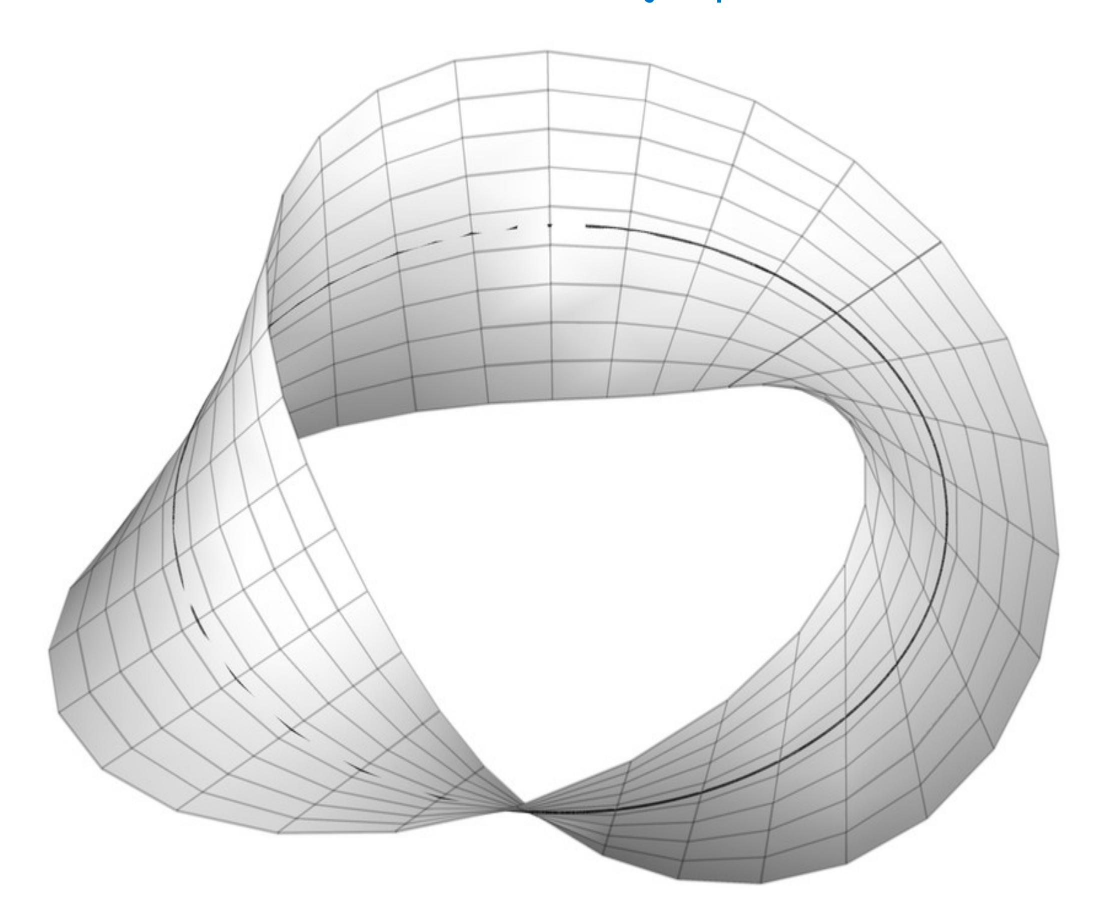
Möbius strip شريط موبيوس

او غاست فيرديناند موبيوس    August Ferdinand Möbius

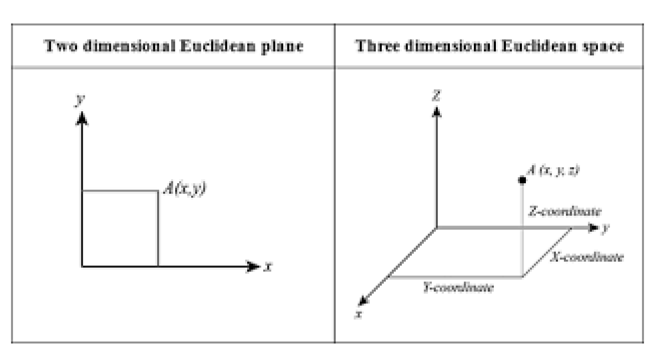
سطحٌ ثنائي الأبعاد  two-dimensional surface

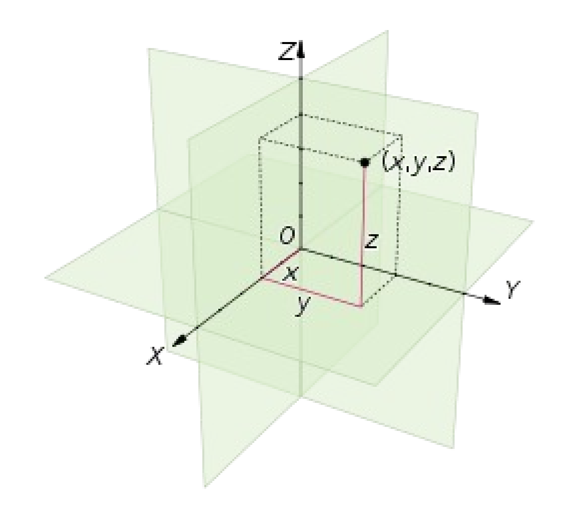


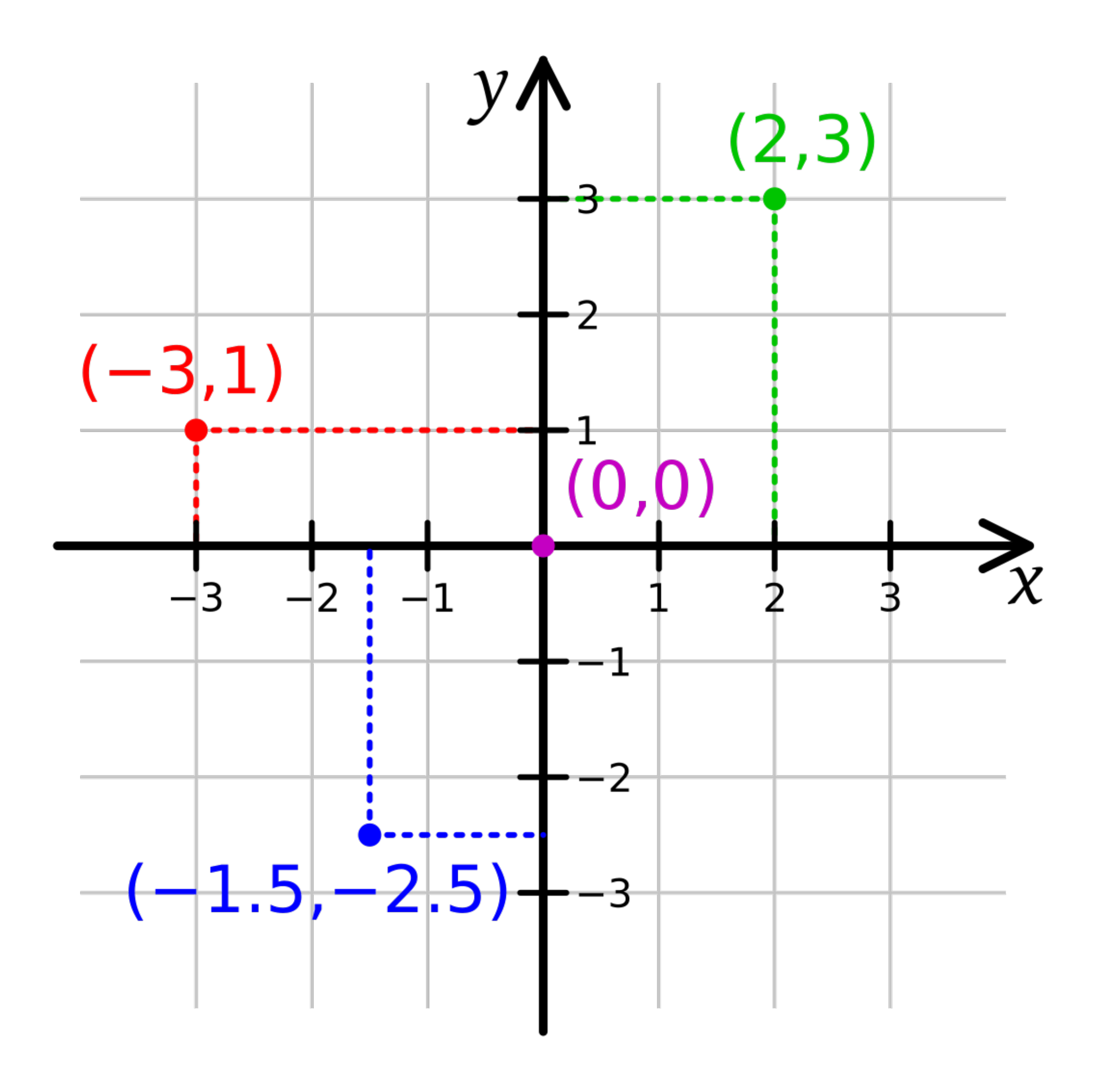
non-orientable عديم الجهات



three-dimensional Euclidean space فضاءٌ إقليدي ثلاثي الأبعاد.




Z
(x,y,z)
O
z
x
y
Y
X




ثابت بلانك

الفيزيائي الألماني  ماكس بلانك 1900

تبلغ قيمة ثابت بلانك $10^{-34} \times 6625$ جول في الثانية و هو يمثل أصغر مقدار من الطاقة يمكن أن يوجد في العالم المادي .

يحدد ثابت بلانك حدود التجزئة و يضع حداً لها.

مسافة بلانك : تمثل مسافة بلانك أقل مسافة بين جسمين منفصلين.

Planck's constant  *h*

.

انحناء سطح ثنائي الأبعاد

يتم حساب انحناء سطحٍ ثنائي الأبعاد عند نقطةٍ ما على الشكل التالي:

نقف عند تلك النقطة.

نبحث عن الاتجاه الذي إذا سرنا فيه في خطٍ مستقيم فإننا نحصل على أكبر انحناء و هو الانحناء الذي ندعوه بالانحناء الأعظمي $K_{max}$.

نبحث عن الاتجاه الذي إذا سرنا فيه في خطٍ مستقيم فإننا نحصل على أقل انحناء و ندعوا ذلك الاتجاه بالانحناء الأصغري  $K_{min}$.

نضرب هاتين القيمتين ببعضهما البعض .

إذا كانت لهاتين القيمتين شارتين مختلفتين فإن الانحناء سيكون سلبياً . لماذا؟

لأن  سالب × موجب =سالب  و لأن  موجب×سالب=سالب

فإذا كانت شارتي تلك القيمتين متباينتين فهذا يعني بأن إحداهما قيمة موجبة و الثانية قيمةٌ سلبية أو العكس و بالتالي فإن نتيجة ضربهما ببعضهما البعض ستكون سلبية أي أن قيمة الانحناء ستكون قيمةً سلبية.

ملاحظة: تختلف درجة الانحناء من نقطةٍ لأخرى.

حقل التوتر **Tensor field**

## تمثيل الفضاء الثنائي الأبعاد إحداثياً

نحدد نقطةً لا على التعيين وندعوها بالأصل على ذلك السطح المستوي.

يمكننا تعريف أي نقطة موجودة على ذلك السطح المستوي من خلال رسم خطٍ مستقيم يمتد من نقطة الأصل إلى النقطة التي نريد تعريفها.

نرسم سهماً عند النقطة التي يلامس فيها المستقيم المنطلق من نقطة الأصل النقطة التي تريد تعريفها (النقطة الهدف).

يمكننا أن ندعوا ذلك المستقيم بالمتجه vector.

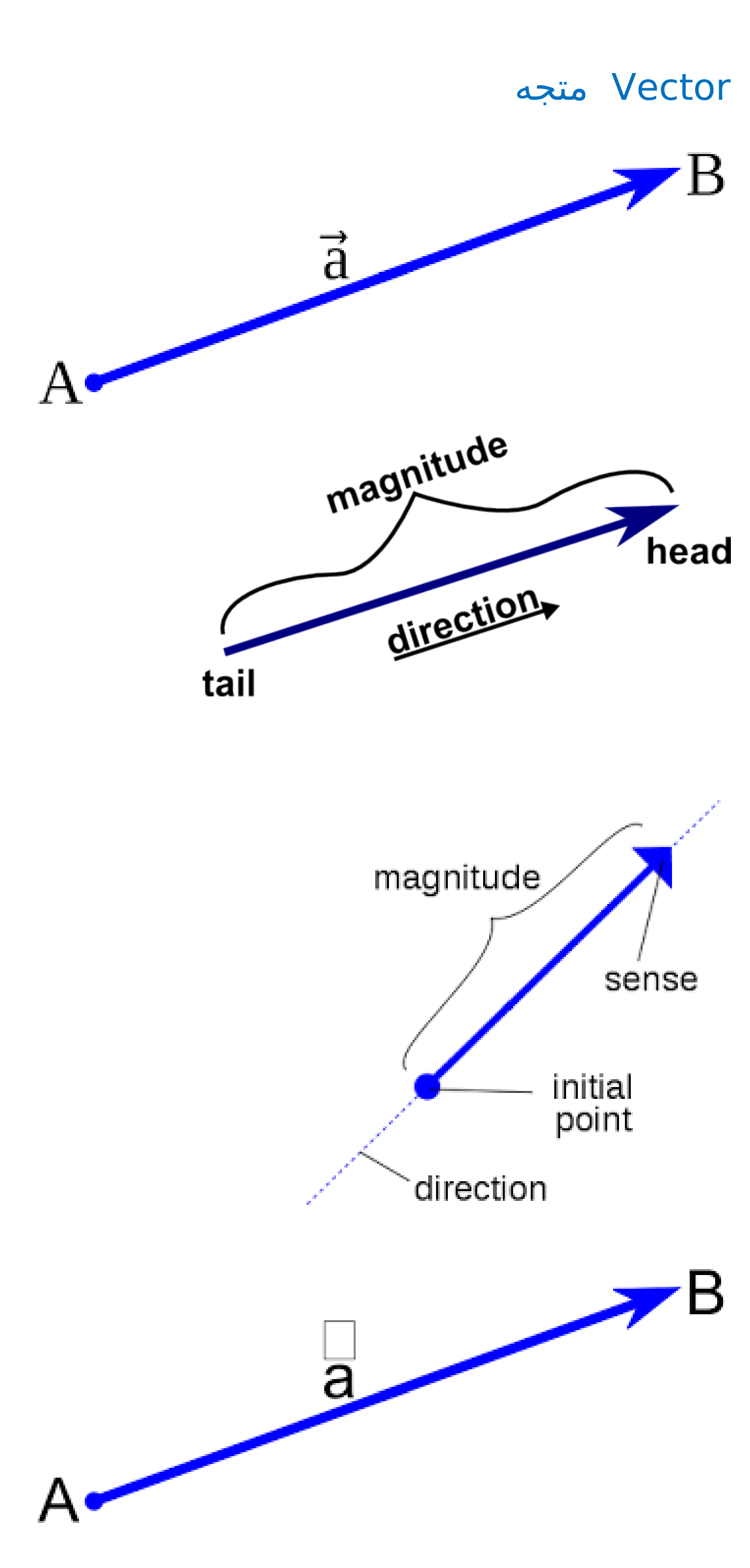
النقطة المصدر هي نقطة الأصل التي انطلق منها السهم.

النقطة الهدف هي النقطة التي أصابها السهم المنطلق من نقطة الأصل.

. نقطة الأصل

. نقطة الهدف

متجه Vector




المعادلات المتعددة الحدود

المعادلة المتعددة الحدود هي معادلة تتضمن أعداداً و مجهولاً وحيداً س مثلاً أو X قد يكون مرفوعاً للقوة الثانية س$^2$ أو القوة الثالثة س$^3$.

من أمثلة المعادلات المتعددة الحدود المعادلة :

س$^2$+س+41=0



من غير الممكن حل المعادلات من الدرجة الخامسة و الأعلى منها , أي المعادلات التي يكون مجهولها مرفوعاً للقوة الخامسة أو لقوةٍ أعلى منها.

الجذر هو عددٌ يحل مكان متغير ليجعل المعادلة مساوية للصفر :

مثال :

س$^2$ +4س -12 =0

لهذه المعادلة جذرين اثنين :

س= (-6 ) قيمة سلبية

س= 2 قيمة إيجابية .

لنختبر صحة ذلك الأمر:

إذا كانت قيمة س تساوي 2 :

س$^2$ +4س -12 =0

4+$2^2$ ×2 -12 =0

س$^2$ =$2^2$ = 2 × 2 =4

$2^2$=2×2=4

س$^2$ تساوي 2 مرفوعة للقوة الثانية تساوي 2 ضرب 2 أي 4 .

4س تعني 4 ضرب س و بما أن س تساوي 2 فإن 4س تساوي 8 .

إذاً فإن :

$س^2$ +4س= 4 +8=12

12 -12 =0

12 ناقص 12 تساوي صفر .

إذاً فإن العدد 2 هو جذرٌ لهذه المعادلة , أي أن المعادلة تساوي صفر عندما نستبدل مجهولها س بالعدد 2.

الحالة الثانية:

إذا كانت قيمة س تساوي العدد السلبي (-6) :

$س^2$ +4س -12 =0

$س^2$= -6$^2$ =-6×-6= 36

-6$^2$ =-6×-6= 36

$س^2$ تساوي العدد السلبي ناقص 6 المرفوع للقوة الثانية أي أنها تساوي العدد السلبي ناقص6 ضرب العدد السلبي نافص 6 تساوي 36.

4س= 4×س=4×-6 =-24

4س تساوي 4 ضرب س تساوي 4 ضرب العدد السلبي ناقص 6 تساوي الرقم السلبي ناقص24.

$س^2$ +4س تساوي 36 زائد الرقم السلبي 24 تساوي 12 .

36 +(-24)=12

12-12=0

12 ناقص 12 تساوي صفر.

إذاً فإن العدد السلبي (-6) هو جذرٌ لهذه المعادلة , أي أن المعادلة تساوي صفر عندما نستبدل مجهولها س بالعدد السلبي (-6).

معادلات متعددة الحدود  Polynomial equations

معادلة تكعيبية  Cubic equation

معادلة تربيعية  Quartic equations

نمو أسي Exponential growth

خيط  khet   الخيط وحدة قياس فرعونية للأطوال.

تم اعتماد منظومة  الأعداد السلبية في العام 1700 بعد قرون من الشك في مشروعيتها.

آلية عمل ميزان النابض

الوزن أو الكتلة الموضوعة على ميزان النابض تشكل ضغطاً على الميزان باتجاه الأسفل بتأثير قوة الجاذبية.

يقوم نابض الميزان بدفع ذلك الوزن أو الكتلة الضاغطة نحو الأعلى بقوةٍ مماثلة لقوة الجاذبية التي تجذب الوزن أو الكتلة الموضوعة على الميزان باتجاه الأسفل.

كل واحد باوند يساوي 4.44 نيوتون.

قوانين نيوتن في الحركة

القانون الأول: يستمر كل جسمٍ على وضعية السكون أو الحركة الموحدة في خطٍ مستقيم مالم يخضع لقوةٍ تغير ذلك الأمر.

القانون الثاني : يكون التغير في الحركة متناسباً مع مقدار القوة المحركة المؤثرة كما يكون ذلك التغير في الحركة متناسباً مع اتجاه القوة المحركة المؤثرة.

القانون الثالث: لكل فعلٍ ردة فعل تساويه في القوة و تعاكسه في الاتجاه.

غوتفريد ليبنيز : رياضي ألماني  معاصر لإسحق نيوتن .

في العام 1712 كان كلٌ من ليبنيز و نيوتن يتبادلان الاتهامات بالسرقة العلمية – توفي ليبنيز في العام 1716 .

بيرنولي هو مكتشف الثابت e -وقف السويسري بيرنولي إلى جانب الألماني غوتفريد ليبنيز في نزاعه مع إسحق نيوتن.

استخدم بيرنولي الثابت e في أعماله المتعلقة بالفائدة المركبة .

من خصائص الثابت e الذي يساوي تقريباً 2.718 أنه رقمٌ غير رشيد لا يمكن تمثيله على شكل كسر أو نسبة بين عددين صحيحين .

هذا الثابت رقمٌ تصوري يبقى رقماً غير رشيد عندما يتم رفعه لأية قوة.

إن المساحة هي مفهومٌ ثنائي الأبعاد و هي تعني مقدار المساحة التي يشغلها شكلٌ ما.

استطاع أرشميدس و أخرون حساب مساحة الأشكال المنحنية بشكلٍ تقريبي عن طريق تقسيم تلك الأشكال المنحنية إلى أشكال هندسية صغيرة, و تقوم عملية التجزئة هذه على تجزئة الأشكال المنحنية إلى أجزاء صغيرة ذات خطوطٍ مستقيمة , و كلما كانت تلك الأجزاء أكثر صغراً كانت عملية حساب المساحة أكثر دقةً.

Squaring circles&other curves : تربيع الدوائر و المنحنيات أي تحويل الدوائر و الأشكال المنحنية إلى أشكال هندسية ذات خطوط مستقيمة و ذلك لحساب مساحتها.

Two-dimensional ثنائي الأبعاد.

The integral of a curve إكمال المنحنى.

**f** الوظيفة الرياضية هي علاقةٌ رياضية مثل العلاقة التي تقول بأن كل عنصرٍ من المجموعة الأولى يرتبط على الأقل بعنصرٍ واحد من المجموعة الأخرى.

المشتق الرياضي: المشتق هو نتيجة الفرق الرياضي – إن المشتق يمثل مقدار التغير في إحدى الكميات بالنسبة للكمية الأخرى .

df(x)/dx

يمثل المشتق واحداً من المفهومين الرئيسيين في حساب التفاضل و التكامل , أما المفهوم الثاني فإنه   المكمل و هذين المفهومين يرتبطان مع بعضهما البعض من خلال نظرية التفاضل و التكامل.

تستخدم المشتقات في حساب العديد من الخصائص الرياضية مثل التحدب و التقعر

**Differential equation**

ordinary differential equation (ODE) المعادلة الفرقية الاعتيادية

partial differential equation (PDE) المعادلة الفرقية الجزئية

المعادلات الفرقية هي عبارة عن معادلة تكون فيها المشتقات الوظيفية على شكل متغيرات( مجاهيل) – هنالك العديد من التطبيقات للمعادلات الفرقية في الفيزياء و الكيماء و التمثيل الرياضي للمظاهر البيولوجية و الاجتماعية و الاقتصادية.

تنقسم المعادلات الفرقية إلى نمطين اثنين :

المعادلات الفرقية الاعتيادية (ODE).

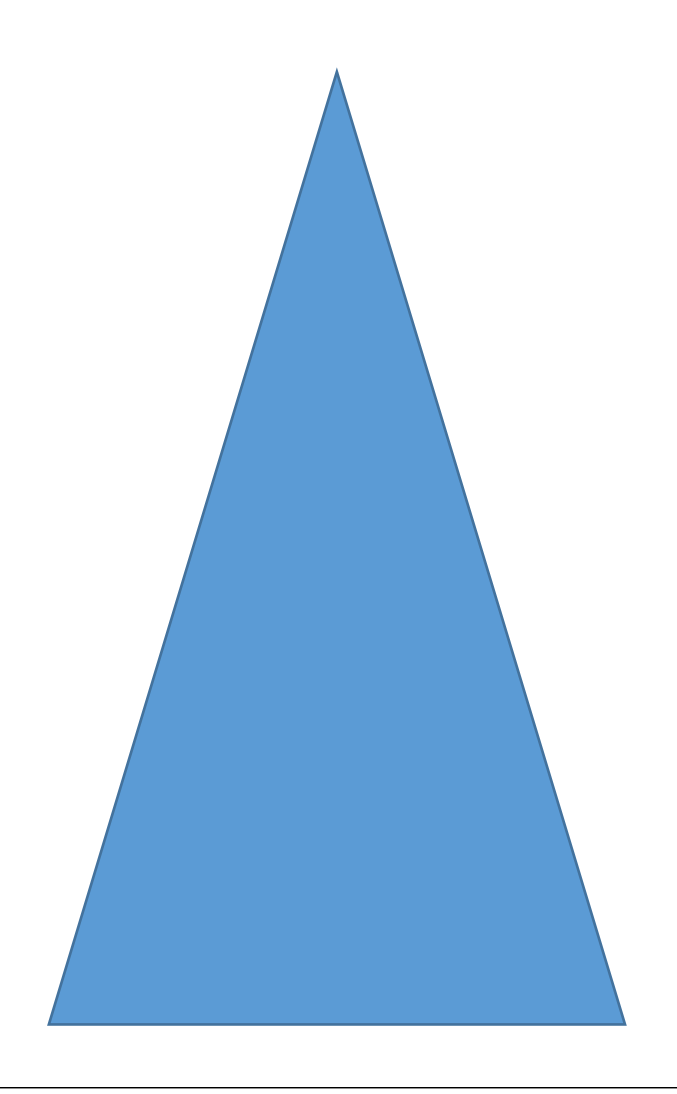
المعادلات الفرقية الجزئية. (PDE)

الفائدة المركبة  Compound interest

ثابث رياضي  Mathematical constant

رقم ويلار  Euler’s number  2,718

لحساب نسبة مشوية على الآلة الحاسبة فإننا ندخل العدد المنسوب إلى مئة إلى الآلة الحاسبة 5 إذا كانت النسبة المئوية المطلوب حسابها هي 5 بالمئةمثلاً   ثم نضغط زر النسبة المئوية %



مثلث باسكال

تم تصميم مثلث باسكال بحيث تكون نتيجة جمع كل رقمين متجاورين في ذلك المثلث رقمٌ يوضع في الصف التالي .

قمة مثلث باسكال زاوية حادة يشغلها العدد واحد .

الصف الثاني من الأعلى : 1+1=2 العدد 2 أي ناتج الجمع نجده في الصف التالي.

الصف الثالث : 1-2-1

3=1+2

3=2+1

نجد ناتج الجمع أي العدد 3 في الصف التالي :

الصف الرابع : 1-3-3-1

4=1+3

4=3+1

الصف الخامس : 1-4-4-6-4-1

يظهر لنا مثلث باسكال طرق الجمع المختلفة التي تصل بنا إلى النتيجة ذاتها.

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

4 6 4 4 1

غير أن ما يدعى بمثلث باسكال كان معروفاً قبل أن يولد باسكال فقد كان معروفاً باسم مثلث الخيام وذلك نسبةً إلى عمر الخيام .

Pascal triangle مثلث باسكال

Khayyam’s triangle مثلث الخيام

تمثل اللوغاريتمات عكس الرفع للقوة .

ملاحظة : أي عددٍ نرفعه للقوة صفر يكون الناتج واحد.

مليار مرفوع للقوة صفر يساوي واحد.

Arithmetic progression تحرك حسابي

Geometric progression تحرك هندسي

Arithmetic sequence متوالية حسابية

متوالية هندسية Geometric sequence

يمثل الثابت e قيمةً بحدود 2.71828 و هذه القيمة تمثل معدل النمو و الفناء الطبيعيين- هنالك آلاتٌ حاسبة تحوي زر e بمجرد أن نضغطه فإننا ندخل إلى الآلة الحاسبة القيمة e بشكلٍ آلي.

يتناسب معدل نمو أي كمية مع حجم تلك الكمية –كلما كان مقدار الكمية أكبر كان معدل نموها أسرع.

## قياس المثلثات الإسلامي Islamic Trignometry

خلال القرن التاسع قام حبش الحاسب بوضع أولى جداول قياس الجيب ساين و التجيب و الظل لاستخدامها في حساب قياس زوايا و أضلاع المثلث , و خلال القرن التاسع كذلك قام عالم الرياضيات المسلم البطاني و الذي يعرف باسم الباتينيوس Albatenius بتطوير حسابات الظل كما أنه قام باستخدام الظل في الحسابات الفلكية , وقد سجل قياساتٍ فلكية دقيقة في مدينة الرقة الواقعة على ضفاف الفرات .

كما أن علماء الرياضيات المسلمين قد اسخدموا حسابات الجيب لأغراض دينية مثل تحديد القبلة التي يتوجب التوجه إليها عند الصلاة, أي تحديد موقع مدينة مكة المكرمة من أي مكانٍ في العالم.

جيب الزاوية θ = الضلع المقابل \ الوتر

تجيب الزاوية θ = الضلع المقابل\ الضلع المجاور

ظل الزاويةθ= الضلع المجاور\ الوتر

الضلع المقابل هو الضلع القائم المقابل للزاوية الحادة في المثلث القائم الزاوية.

الضلع المجاور هو قاعدة المثلث القائم الزاوية.

الوتر: هو الضلع المائل في المثلث القائم الزاوية و هو أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية.

نستخدم حساب جيب الزاوية θ عندما يكون طول كلٍ من الضلع المقابل للزاوية المجهولة و طول وتر المثلث معلومين بالنسبة لنا.

نستخدم حساب التجيب لحساب قياس الزاوية المجهولة θ عندما يكون كلٌ من طول الضلع المجاور للزاوية المجهولة و طول وتر المثلث معلومين بالنسبة لنا.

نستخدم حساب ظل الزاوية عندما يكون كلٌ من طول الضلع المقابل للزاوية و طول الضلع المجاور لتلك الزاوية معلومين بالنسبة لنا.

الجيب= المقابل\الوتر

التجيب=المقابل\المجاور

الظل=المجاور\الوتر

لمعلوماتٍ مفصلة عن هذا الموضوع يمكنكم الرجوع إلى كتابي الرياضيات التأسيسية القابلة للفهم لتلاميذ المدارس الابتدائية و الإعدادية.

حبش الحاسب Habash al-Hasib

الجيب sine

التجيب cosine

الظل tangent

الأعداد الأولية Prime Numbers

الأعداد الأولية هي الأعداد التي لا تقبل القسمة إلا على نفسها و على العدد واحد.

العدد واحد ليس عدداً أولياً لأنه يقبل القسمة على واحد فقط

العدد الزوجي الأولي الوحيد هو العدد 2 . لماذا؟

لأنه العدد الزوجي الوحيد الذي يقبل القسمة على نفسه و على العدد واحد فقط بينما بقية الأعداد الزوجية تقبل القسمة العادلة على تقسها و على العدد واحد و على العدد 2 على أقل تقدير.

جميع الأعداد الأولية هي أعدادٌ فردية باستثناء العدد 2 .

العدد 3 عددٌ أولي لأنه يقبل القسمة على نفسه و على العدد واحد؟

أي أنه يتوجب في العدد الأولي أن يكون له عاملين اثنين فقط نفسه و العدد واحد.

العدد 4 ليس عدداً أولياً لأن له ثلاثة عوامل وهي العدد 2 و العدد 1 كما أنه يقبل القسمة على نفسه.

جميع مضاعفات العدد 3 لا يمكن أن تكون أعداداً أولية. لماذا؟

لأنها جميعها تقبل القسمة على نفسها و على العدد واحد و على العدد ثلاثة.

العدد 5 عددٌ أولي لأن له قاسمين فقط و هما نفسه و العدد واحد.

جميع مضاعفات العدد 5 ليست أعداداً أولية لأنها تقبل القسمة على نفسها و على العدد واحد و على العدد 5.

العدد 7 عددٌ أولي غير أن جميع مضاعفاته هي أعدادٌ غير أولية لأنها تقبل القسمة على نفسها و على العدد واحد و على العدد 7.

العدد 9 و جميع مضاعفاته ليست أعداداً أولية لأنها من مضاعفات العدد 3 –أي أنها تقبل القسمة على نفسها و على العدد واحد و على العدد 3.

العدد 11 عددٌ أولي لأنه يقبل القسمة على نفسه و على العدد واحد, غير أن جميع مضاعفاته ليست أعداداً أولية لأنها تقبل القسمة على نفسها و على العدد واحد و على العدد 11 .

العدد عشرة و جميع مضاعفاته هي أعداد غير أولية لأنها تقبل القسمة على العدد 2 و العدد 5 بالإضافة طبعاً إلى أنها تقبل القسمة على نفسها و على العدد 1.

العدد 11 عددٌ أولي لأنه لا يقبل القسمة إلا على نفسه و على العدد واجد بينما جميع مضاعفاته غير أولية.

أطروحات إقليدس الخمسة

يمكن وصل أي نقطتين بخطٍ مستقيم .

يمكن لأي خطٍ مستقيم أن يمتد إلى ما لا نهاية.

جميع الزوايا القائمة متساوية مع بعضها البعض.

بالنسبة لأي خطٍ مستقيم فإنه يمكن رسم دائرة بحيث يكون جزءٌ من الخط المستقيم نصف قطرٍ لها و أن تكون إحدى نهايتي ذلك المستقيم مركزاً لتلك الدائرة.

إذا كان أ=ب و ب=د فإن أ=د

إذا كان الأول يساوي الثاني و إذا كان الثاني يساوي الثالث, فإن الأول يساوي الثالث.

إذا كان نور بطول عبد الرحمن و كان عبد الرحمن بطول عبد الهادي فإن نور بطول عبد الهادي.

إذا كان آ =ب و س=د فإن آ+س=ب+د

إذا كان الأول يساوي الثاني , و إذا كان الثالث يساوي الرابع , فإن ناتج جمع الأول مع الثالث يساوي ناتج جمع الثاني مع الرابع.

إذا كان عمر نور يساوي عمر عبد الرحمن و إذا كان عمر عبد الهادي يساوي عمر خالد فإن مجموع عمري نور و عبد الهادي يساوي مجموع عمري نور و عبد الهادي يساوي مجموع عمري عبد الرحمن و خالد.

أي أنه:

إذا كان آ=13 و ب =13 فإن آ=ب

و إذا كانت س =14 و د= 14 فإن س=د

إذاً فإن آ+س=ب+د

أي أن 13 +14= 13+14 .

إذا كان آ=ب و س =د فإن آ-س=ب-د

إذا كان الأول يساوي الثاني آ=ب, و إذا كان الثالث يساوي الرابع س =د, فإن الأول ناقص الثالث آ-س يساوي الثاني ناقص الرابع ب-د.

إذا كان آ=10 و ب=10 آ=ب

و إذا كانت س=4 و د=4 س=د

فإن آ-س  أي 10-4  تساوي ب-د أي 10-4 كذلك أي 6 .

أطروحات إقليدس الخمسة

يمكن وصل أي نقطتين مع بعضهما البعض بخطٍ مستقيم.

يمكن لأي مستقيم أن يمتد في الاتجاهين إلى ما لا نهاية.

باستخدام مركز دائرة و نصف قطر نستطيع أن نرسم دائرة.

مركز دائرة : مسمار   نصف قطر : خيط مربوط إلى مسمار في نهايته قلم و عندما ندير القلم حول المحور(المسمار) تُرسم الدائرة.

جميع  الزوايا القائمة متساوية.

إذا كان مجموع قياس الزوايا الداخلية لخطين متقاطعين مع خطٍ ثالث  أقل من قياس زاويتين قائمتين أي 90+90=180 درجة  فإن هذين المستقيمين مائلين نحو الداخل و لذلك فإنهما لابد أن يلتقيا في نقطةٍ ما.

و العكس صحيح: فإذا كان مجموع الزاويتين الداخليتين لمستقيمين  متقاطعين مع مستقيمٍ ثالث يساوي قياس زاويتين قائمتين  أي 90+90=18 درجة فإن ذلك يعني بأن هذين المستقيمين ليسا مستقيمين مائلين الداخل بل إنهما مستقيمين متوازيين و بالتالي فإنهما مهما امتدا لا يلتقيان.

زاوية قائمة =right angle    زاوية قياسها 90 درجة.

- Equilateral triangle  مثلث متساوي الساقين

فرضية التوازي Euclid axiom (Parallel postule)

الهندسة الإقليدية  Euclidean geometry

الهندسة الفراغية  Spherical geometry

الهندسة اللا إقليدية  Non-Euclidean geometry

أطروحات إقليدس الخمسة Euclid’five postulates

فرضيات إقليدس الخمسة Euclid’s five axioms

إن الرياضيين المسلمين و الهنود كانوا قد استخدموا الأعداد الموجبة و حسب في حل المعادلات الرياضية الشائعة مثل المعادلة:

س $^2$ +10س=39

و توصلوا إلى أن مجهول هذه المعادلة هو العدد 3 لتصبح المعادلة على الصورة التالية :

$3^2$ +(10 ×3 ) =39

و بالطبع فإن $3^2$ = 3 ^2 =3 ×3 =9

3 مرفوعة للقوة 2 تساوي 9.

غير أن لهذه المعادلة حلٌ آخر وهو العدد السلبي -13.

و إذا كان المجهول س يساوي العدد السلبي -13 فإن س $^2$ = -13 × -13 تساوي العدد الموجب 169 .

س المرفوعة للقوة الثانية تساوي 169.

سالب ضرب سالب يساوي موجب.

س $^2$ +10س =39

10س =10 × -13 = العدد السالب -130

10 س تساوي 10 ضرب العدد السلبي -13 يساوي الرقم السلبي ناقص 130 .

موجب ضرب سالب يساوي سالب.

موجب 10 ضرب سالب -13 = سالب -130

169 +(-130)=39

169 +(-130)=169-130 =39

للحصول على معلومات مفصلة حول حل المعادلات الرياضية يمكنكم الرجوع إلى كتابي ( مفتاح الجبر) .

خلال القرن العاشر فإن عالم الرياضيات المصري أبو كامل شجاع بن أسلم بدأ باستخدام الأعداد السلبية و الأعداد غير الرشيدة مثل الجذر التربيعي للعدد 2 .

$\sqrt{2}$ $\quad$ $^2\sqrt{2}$

و خلال العام 1500 أصبحت الحلول ذات القيم السلبية حلولاً مقبولة عند معظم الرياضيين كما هي الحال بالنسبة للجذور غير الرشيدة و هي التي لا يمكن التعبير عنها بصورةٍ عشرية و بذلك فإن حل المعادلة $س^2=2$ ليس فقط $س=\sqrt{2}$ أي المجهول س يساوي الجذر التربيعي للعدد 2 الموجب و إنما فإن المجهول س يساوي كذلك الجذر التربيعي السالب للعدد 2 :

$س = -\sqrt{2}$

على اعتبار أن حاصل ضرب عددين سلبيين هو عددٌ موجب ( سالب ضرب سالب يساوي موجب) , كما أن خاضل ضرب جذرين تربيعيين متماثلين هو المطلوب الجذري دون جذر.

$\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$

$\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$

الجذر التربيعي للعدد 3 ضرب الجذر التربيعي للعدد 3 يساوي 3

$\sqrt{4}\times\sqrt{4}=4$

الجذر التربيعي للعدد 4 ضرب الجذر التربيعي للعدد 4 يساوي 4 .

و هكذا إلى ما لا نهاية.

كما أن ناتج ضرب جذرين تربيعيين سلبيين متماثلين هو المطلوب الجذري موجباً :

$-\sqrt{5}\times-\sqrt{5}=5$

الجذر التربيعي للعدد السلبي 5 ضرب الجذر التربيعي للعدد السلبي 5 يساوي 5 (موجب) حكماً . لماذا؟

لأن $-\sqrt{5}$ إن كانت قيمةً موجبة فإن موجب ضرب موجب يعطي موجب و إن كانت $-\sqrt{5}$ قيمة سلبية فإن سالب ضرب سالب يعطي موجب.

في القرن العاشر استخدم عالم الرياضيات المصري أبو شجاع بن أسلم الأعداد السلبية و الأعداد غير الرشيدة irrational في حل المعادلات التربيعية .

المعادلات التربيعية Quadratic equations هي المعادلات الرياضية التي تحوي مجاهيل مرفوعة للقوة الثانية – أي أنها المعادلات التي تتضمن مجهولاً مثل $س^2$ أو $X^2$ .

غير أن هذه المعادلات التربيعية لا تتضمن مجاهيل مرفوعة لقوةٍ أعلى من القوة الثانية مثل $س^3$ أو $X^3$.

تستخدم المعادلات التربيعية على نطاقٍ واسعٍ في الفيزياء لوصف ظواهر مثل حركة الكرات و الصواريخ.

تم العثور على معادلة تربيعية في بابل.

quadratic equation معادلة تربيعية

ما هما العددين الذين مجموعهما يساوي 10 و نتيجة ضربهما ببعض تساوي 40 ؟

إنه العدد جذر ناقص 15

√15-

نطبق المعادلة التربيعية التالية:

آ $س^2$ + ب س + د =0

حيث آ =العدد المضروب بالمجهول س المرفوع للقوة الثانية.

$س^2$ المجهول المرفوع للقوة الثانية.

ب العدد المضروب بالمجهول س غير المرفوع لأية قوة.

س المجهول غير المرفوع لأية قوة.

د عددٌ معلوم.

آ $س^2$ + ب س + د =0

كيف نحل المعادلة التربيعية آ $س^2$ + ب س + د =0 السابقة ؟

لحل المعادلة التربيعية السابقة فإننا نستخدم المعادلة الشهيرة التالية :

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$س=\frac{-ب\pm\sqrt{ب^2-4آد}}{2آ}$$

المجهول س يساوي العدد السلبي ب غير المرفوع لأية قوة زائد ناقص جذر العدد ب المرفوع للقوة الثانية ناقص 4 ضرب القيمة آ ضرب القيمة د مقسوماً على العدد 2 ضرب القيمة آ .

لنفترض بأن آ = 10 و أن ب= 50 و أن د = -500 العدد السلبي ناقص 500 .

بتطبيق المعادلة السابقة أجد بأن المجهول س = 5 .

آ $س^2$ + ب س+ د =0

10 × $5^2$ +50 × 5 +-500 =صفر

كيف قمت بتشكيل المعادلة السابقة؟

لدي حاصل جمع نتيجته الصفر و لذلك فقد حرصت على أن يكون لدي رقمين متماثلين 500 مثلاً أحدهما موجب و الآخر سالب :

500 + (-500 )=صفر

500 موجب +500 سالب يساوي صفر.

:

آ $س^2$ + ب س+ د =0

لنفترض مثلاً بأن آ = 10 و أن ب= 50 و أن د = -500 العدد السلبي ناقص 500 .

10 × $س^2$ +50 × س +-500 =صفر

و بالطبع يمكن أن تكون القيم مختلفة عن ذلك و لكنني استخدمت هذه القيم لإظهار طريقة الحل.

و المسألة باختصار أننا كلما رأينا معادلةً تربيعية مثل المعادلة السابقة فإننا نستخدم في حلها الصيغة الثابتة التالية :

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$س=\frac{-ب\pm\sqrt{ب^2-4آد}}{2آ}$$

نقوم بتعويض الرموز المعلومة القيمة بالأعداد التي وردت في المعادلة التربيعية :

$$س=-50\pm\frac{\sqrt{50^2-4\times10\times500-¿}}{2\times10}¿$$

أولاً نقوم بإيجاد قيمه المطلوب الجذري ( الراديكاند) $\sqrt{50^2-4\times10\times500-¿¿}$

50 مرفوعة للقوة الثانية $50^2$ تساوي 2500 .

$50^2$ =2500

4 ×10×(-500) = -20000

2500 – (-20000)=22500

(-20000) رقم سلبي.

لحساب عدد سالب نضغط زر تبديل الشارة ± قبل و بعد العدد السالب و ذلك حسب نوع الحاسبة.

2500 – (-20000)=22500

الرقم 22500 يساوي الرقم السلبي -20000 ناقص العدد الموجب 2500.

إذاً فإن قيمة المطلوب الجذري $\sqrt{50^2-4\times10\times500-¿¿}$ تبلغ 22500

بعد أن قمنا بحساب قيمة المطلوب الجذري نقوم بحساب الجذر التربيعي لذلك المطلوب الجذري.

المطلوب الجذري (الراديكاند)

√22500=150

الجذر التربيعي للمطلوب الجذري الموجب 22500 هو 150.

تذكر دائماً بأن عملية الرفع للقوة الثانية هي العملية المعاكسة لعملية إيجاد الجذر التربيعي :

$150^2 = 22{,}500 = 150 \times 150$=150χ 150

$-50 \pm \sqrt{50^2 - 4 \times 10 \times 500 - ¿¿}$

نقوم بجمع الجذر التربيعي للمطلوب الجذري أي العدد 150 مع العدد السلبي ناقص 50 .

150 + (-50 )=100

الرقم الموجب 150 زائد العدد السلبي ناقص 50 يساوي 100.

$-50 \pm \frac{\sqrt{50^2 - 4 \times 10 \times 500 - ¿}}{2 \times 10} ¿$

كما هو مبين في الصيغة نقسم الرقم الموجب 100 على ناتج ضرب 10 بالعدد 2 فأحصل على العدد 5

100 ÷20 =5

و بذلك نكون قد توصلنا إلى قيمة مجهول المعادلة التربيعية  س :

س=5

للتأكد من صحة الحل الذي توصلت إليه أعود إلى المعادلة التربيعية الأصلية و استبدل مجهول المعادلة  س بالحل الذي توصلت إليه أي العدد 5 :

آ $س^2$+ ب س+ د  =0

هنا آ = 10  و  ب= 50 و د = -500  العدد السلبي ناقص 500 .

$10 \times 5^2$ +50 × 5 +-500 =صفر

5 مرفوعة للقوة الثانية $5^2$ = 5 ×5 =25

25 ضرب 10 =250

50 ضرب 5 = 250

250 +250 =500

العدد الموجب 500 +العدد السلبي (-500 ) يساوي صفر.

0=( 500-)+ 500

إذاً فإن حل المعادلة التربيعية الذي توصلنا إليه صحيح.

غالباً ما تكون قيمة المعادلات التربيعية Quadratic equation مساويةً للصفر و ذلك تسهيلاً لحلها و تسهيلاً لتمثيلها إحداثياً, ذلك أنه عندما يكون حل تلك المعادلات هو الصفر فإن نقطة الصفر هي النقطة التي سيتقاطع فيها الخط المنحني مع المحور الأفقي س أو $x$.

التطبيقات العملية للمعادلات التربيعية Quadratic equations

تستخدم المعادلات التربيعية بشكلٍ رئيسي في حل المعضلات الهندسية و الفيزيائية حيث تستخدم المعادلات التربيعية في تمثيل انعكاس الضوء و تتبع و تمثيل حركة الأجسام الطائرة في الفضاء و دراسة تأثير الجاذبية على الأجسام الطائرة .

و باختصار فإن المعادلات التربيعية تستخدم في تمثيل العلاقة بين الزمن و السرعة و المسافة, كما أنها تستخدم في دراسة الأجسام ذات القطع المكافئ parabolic ( مثل العدسات) , كما تستخدم المعادلات التربيعية في مجال الاقتصاد و إدارة الأعمال في توقع الأرباح و الخسائر حيث تمثل الأرباح الدخل الكلي revenue total ناقص تكلفة الإنتاج .

أما أبرز التطبيقات العسكرية للمعادلات التربيعية فهي منظومة الدفاع الجوي المتطورة باتريوت **MIM-104 Patriot** .

إن بردية برلين تظهر بأن قدماء المصريين قد عرفوا المعادلات التربيعية و أبدعوا في استخدامها.

المعادلات التربيعية **Quadratic equation**

المعادلة التربيعية هي معادلة متعددة الحدود من الدرجة الثانية صيغتها العامة :

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ , where } a \neq 0.$$

يتم حل المعادلات التربيعية باستخدام الصيغة التالية كما مر معنا سابقاً عن طريق إعادة تموضع عناصر المعادلة بحيث تناسب الصيغة.




معادلة متعددة الحدود polynomial equation

صيغة رباعيةquadratic formula.

المعضلة  الرابعة و العشرين في بردية رايند Rhind papyrus

ماهي القيمة التي إذا أضيفت إلى سبعها يكون الناتج 19 و بالتعبير الرياضي:

$س + \frac{س}{7} = 19$

س زائد سبع س يساوي19

لقد اعتمد  قدماء المصريين في حل مثل هذه المعضلات على تقنية  الموقع الزائف , وهذه التقنية تقوم على مبدأ التجريب و التعديل و التحسين لغاية الوصول إلى نتيجة مرضية.

و معنى ذلك أننا نبدأ بحل مثل تلك المعضلات مستخدمين  القيم الأكثر سهولة حتى و إن كانت تلك الطريقة لا تؤمن حل المعضلة بشكلٍ مباشر , و على سبيل المثال

فإننا نبدأ بأبسط صورة من صور السبع $\frac{1}{7}$ و هو بالطبع الكسر واحد على سبعة $\frac{1}{7}$

و بذلك تصبح معادلتنا السابقة س+$\frac{س}{7}$=19 على الصورة التالية :

7+ $\frac{1}{7}$ = 7 +1 =8

علينا الانتباه إلى أن سبع العدد سبعة هو العدد واحد و ليس الكسر واحد على سبعة $\frac{1}{7}$.

فإذا كان لدي سبع تفاحات فإن سبعها تفاحة واحدة كاملة و ليس سبع تفاحة $\frac{1}{7}$ .

الآن النتيجة التي توصلنا إليها هي 8 و ليس 19 كما يجب أن يكون الحل .

إذاً يتوجب علينا تعديل القيم بحيث تحصل على العدد تسعة عشر , ذلك أن الإجابة 8 إجابةٌ غير صحيحة غير أننا سنعتمد عليها للوصول إلى الإجابة الصحيحة.

بما أن الإجابة المطلوبة هي 19 بينما الحل الذي توصلنا إليه هو 8 فإننا سوف نحسب الفرق بين الحل المطلوب أي 19 و بين القيمة التي توصلنا إليها أي العدد 8 و ذلك بقسمة 19 على 8 :

19 ÷8=2.375

إن نتيجة قسمة 19 على 8 أي الرقم 2.375 تساوي العدد الصحيح 2 + ربع $\frac{1}{4}$ +ثمن $\frac{1}{8}$

أي أن الرقم العشري 375 يساوي ربع و ثمن .

كيف ذلك ؟

تحسب قيمة الكسر ربع $\frac{1}{4}$ و ذلك بقسمة العدد واحد على العدد 4 :

1 ÷4 = 0.25

نحسب قيمة الكسر ثمن $\frac{1}{8}$ و ذلك بقسمة عالي الكسر أي العدد واحد على سافل الكسر أي العدد 8 :

$1 \div 8 = 0.125$

نتأكد من الأمر بجمع النتيجتين التين توصلنا إليهما :

$0.125+0.25=0.375$

إذا فإن النتيجة صحيحة.

الآن نضرب العدد سبعة بالرقم 2.375:

$7 \times 2.375=16.625$

أي أننا قمنا بضرب العدد 7 بالرقم 2.375 الذي يتألف من العدد الصحيح 2 و الكسر ربع و الكسر ثمن فنحصل على الرقم 16.625.

الآن نقوم بجمع النتيجتين التين توصلنا إليهما مع بعضهما البعض أي الرقم 2.375 و الرقم 16.625 :

$16.625+2.375=19$

و هو المطلوب .

س+$\frac{س}{7}$=19

الموقع الزائف false position

يتم حساب مساحة الدائرة عن طريق ضرب مربع نصف قطرها **radius** **$r^2$** بالثابت باي π .

نصف القطر هو المستقيم الذي يصل بيت مركز الدائرة و أي نقطة على محيطها.

و بالرغم من أن قدماء المصريين أو الفراعنة كانوا لا يتعاملون بالثابت باي π فإنهم كانوا يستخدمون في حساباتهم فيماً قريبةً جداً من قيمته .

معادلة بردية برلين Berlin Papyrus

مساحة مربع تبلغ 100 ذراع و مساحة هذا المربع تساوي مساحة مربعين صغيرين .

طول ضلع أحد المربعين الصغيرين يساوي نصف+ربع طول الضلع الآخر.

يمكننا التعبير عن المسألة السابقة بمعادلتين اثنتين:

$س^2 + ع^2 = 100$

$س = (\frac{1}{2} + \frac{1}{4})$

$ع = \frac{3}{4}$ ع

نصف +ربع=ثلاثة أرباع بالطبع .

$\frac{3}{4} = (\frac{1}{2} + \frac{1}{4})$

يمكن تبسيط هذه المعادلة على الصورة التالية:

$(\frac{3}{4}ع)^2 + ع^2 = 100$

لقد كان الفراعنة يستخدمون و سيلةً تدعى بالموقع الزائف false position و ذلك للوصول إلى الحل الصحيح , و فقاً لهذه الطريقة فإن الرياضي يختار عدداً بسيطاً ليكون الحل سهلاً و حتى تصبح العملية غير معقدة , و على سبيل المثال فإننا نجد في بردية برلين بأن أبسط طولٍ للمربع الأكبر من بين هذين المربعين الصغيرين هو 4 .

لماذا؟

لأن المعادلة تتعامل مع أرباع , و لذلك فإن طول ضلع المربع الأصغر هو 3 .

لماذا؟

لأن العدد 3 يمثل ثلاثة أرباع $\frac{3}{4}$ طول ضلع المربع الصغير الثاني .

و بذلك فإن مساحة المربعين الصغيرين الذين تم تخيلهما و فقاً لهذه المعطيات هي على التوالي 16 للمربع الكبير و 9 للمربع الصغير.

و عند جمع هاتين المساحتين مع بعضهما البعض :

25=16+6

تحصل على الرقم 25 و الرقم 25 هو ربع $\frac{1}{4}$ الرقم مئة 100 و عليه فإن مساحة المربعين يحب أن يتم تعديلها حتى تناسب المعادلة في بردية برلين.

تحليل المسألة:

مساحة مربع مئة ذراع .

100 ذراع .

مساحة هذا المربع تساوي مساحة مربعين صغيرين .

طول ضلع أحد المربعين الصغيرين تبلغ نصف+ربع المربع الآخر , أي ثلاثة أرباع طول ضلع المربع الآخر.

س$^2$ +ع$^2$ =100

أي أن س = $\frac{1}{2}$+$\frac{3}{4}$ع

س تساوي نصف و ثلاثة أرباع ع .

س =$\frac{3}{4}$ع

أي أن س تساوي ثلاثة أرباع ع.

$\frac{3}{4}$ع$^2$ +ع$^2$=100

ما هي $\frac{3}{4}$ع؟

إنها تساوي س.

$\frac{3}{4}$ع +ع=100

$\frac{3}{4}$ع=س

أي أن س+ع=100

ذراع Cubit

رياضيات التناظر

إذا كان لدينا مثلثٌ متساوي الساقين أ ب س فإن بإمكاننا أن نقوم بتدوير هذا المثلث بثلاثة طرق :

120 درجة و 240 درجة و 360 درجة حول مركزه.

و يمكن لنا كذلك أن نقوم بعكس هذا المثلث و فق ثلاثة احتمالاتٍ كذلك .

إن كلاً من هذه الدورات أو الاحتمالات الستة تناسب المثلث مع نفسه بحيث يبدو في كل مرة بأنه لم يطرأ عليه أي تغيير باستثناء أن رؤوسه قد أعيد ترتيبها.

إن حركةً مماثلةً لحركة الساعة قدرها 120 درجة ندير بها هذا المثلث ستجعل الرأس أ الذي كان في الأعلي مكان الزاوية ب و ستجعل الزاوية ب مكان الزاوية س و تجعل س رأساً علويا للمثلث بدلاً من الزاوية أ.

عند كل دورة ندير بها هذا المثلث يتنقل الرأس أ الذي كأن في أعلى المثلث إلى أحد ثلاثة أوضاع بما فيها الوضع الذي عليه الرأس أ الآن و هذه الاحتمالات الثلاثة هي :

أن تكون الزاوية أ في أعلى المثلث.

أن تكون إلى الجانب السفلي الأيمن .

أن تكون في الجانب السفلي الأيسر للمثلث.

احتمالات تدوير المثلث أ ب س المتساوي الساقين الثلاثة:

الاحتمال الأول: الزاوية أ في الأعلى و الزاوية ب في الجهة السفلية اليمنى و لزاوية س في الجهة السفلية اليسرى.

نقوم بتدوير المثلث فتصبح الزاوية  س في الجهة العليا و  أ  في الزاوية السفلية اليمنى  و  ب في الجهة السفلية اليسرى.

نقوم بتدوير المثلث ثانية فتصبح الزاوية ب في أعلى المثلث و س في الزاوية السفلية اليمنى  و أ في الزاوية السفلية اليسرى.

الآن إذا قمنا بعكس هذا المثلث و كأننا نضعه أمام مرأة فإن المثلث  أ ب س  الذي زاويته العلوية  أ و زاويته السفلية اليمنى  ب و زاويته السفلية اليسرى  س ليصبح المثلث  أ س ب  الذي زاويته العليا  أ  و زاويته السفلية اليمنى  س و زاويته السفلية اليسرى  ب   و هذا الوضع يمثل الاحتمال الرابع من بين 6 احتمالات و الاحتمال الأول بعد قيامنا بعكس المثلث .

الاحتمال الثاني بعد عكس المثلث:

إذا أدرنا المثلث بعد عكسه فتصبح الزاوية  ب هي زاويته العلوية  و   أ  زاويته السفلية اليمنى  و  س  زاويته السفلية اليسرى.

الاحتمال الثالث بعد العكس : ندير المثلث دورةً أخرى فتصبح  س زاويته العلوية  و  ب  زاويته السفلية اليمنى  و أ زاويته السفلية اليسرى.

تعني كلمة فيزياء في اللغة اليونانية القديمة (الطبيعة) .

تعبر الفيزياء عن كل عناصر الكون بمفاهيم هي الطاقة و الكتلة و القوة و الزمن

ترتبط كتلة الذرة بعدد البروتونات و النيوترونات في نواة الذرة : ذرة الهيدروجين هي الأقل وزناً –ذرة الكربون أثقل من ذرة الهيدروجين ب 12 مرة –ذرة الرصاص أثقل ب 207  مرات من ذرة الهيدروجين .

تتألف نواة الذرة من بروتونات و نيوترونات :

البروتونات تكون ذات  شحنة موجبة + تقوم البروتونات الموجودة في نواة الذرة كونها ذات شحنةٍ موجبة بجذب الالكترونات ذات الشحنة السلبية و بذلك فإنها تبقي الإلكترونات في مداراتها حول نواة الذرة .

النيوترونات : جسيماتٍ محايدة عديمة الشحنة الكهربائية توجد في نواة الذرة .

النيوترون يكون أثقل بقليل من البروتون.

توي ذرة الكربون 6 بروتونات في نواتها كما تحوي 6 الكترونات تتوضع على مداراتها.

كما تحوي معظم ذرات الكربون كذلك 6 نيوترونات عديمة الشحنة.

. تدور الألكترونات حول نواة الذرة ضمن مدارات

النظائر

يجب أن تحوي أنوية ذرات العنصر الواحد و نظائره عدداً محدداً من البروتونات ذات الشحنة الموجبة.

الاختلاف ما بين عنصرٍ ما و نظائره يتمثل في عدد النيوترونات عديمة الشحنة الكهربائية الموجودة في نواة الذرة.

. هذا التنوع في تكوين نواة الذرة يدعى بالنظائر

ذرات العناصر المختلفة تكون ذات أوزان متباينة عن بعضها البعض.

نظائر الهيدروجين:

الهيدروجين النظير هو النظير الرئيسي للهيدروجين لا يمتلك أي نيوترونات عديمة الشحنة في نواة ذرته بينما تحوي نواة ذرته على بروتون واحد عديم الشحنة الكهربائية.

الديوتيريوم : من نظائر الهيدروجين- تحتوي نواة ذرته بروتون موجب واحد حالها كحال الهيدروجين النظير (نظير الهيدروجين الرئيسي) و لكنها تحتوي كذلك على نيوترون واحد عديم الشحنة و لذلك فإن وزن ذرة الديوتيريوم يبلغ ضعف وزن ذرة الهيدروجين.

التريتيوم : من نظائر الهيدروجين- بالإضافة لاحتواء نواة ذرته على بروتونٍ واحد ذو شحنة موجبة ( مثل الهيدروجين) فإن نواة ذرته تحتوي كذلك على نيوترونين اثنين عديمي الشحنة الكهربائية و لذلك فإن ذرة نظير الهيدروجين هذا تكون أثقل بثلاث مرات من ذرة الهيدروجين.

إن كلاً من الديوتيريوم و التريتيوم تعتبر من نظائر الهيدروجين لأن أنوية ذراتها جميعاً تحوي بروتون واحد ذو شحنة موجبة.

يستخدم نظير الكربون-14 في تحديد أعمار الآثار و البقايا القديمة المصنوعة من مواد عضوية ( مواد ذات منشأٍ طبيعي) .

يتلاشى نظير الكربون-14 بصورةٍ بطيئةٍ جداً و لكن وفق معدلاتٍ ثابتة و لذلك و بمقارنة وضع نظير الكربون-14 في مادةٍ عضوية جديدة مماثلة مع وضع نظير الكربون-14 في المادة التي نقوم بتحديد عمرها يمكننا أن نحدد عمر ذلك الأثر موضوع البحث.

الإلكترون : يكون الإلكترون ذو شحنةٍ سلبية – تتوضع الإلكترونات في المدارات المحيطة بنواة الذرة .

تكون شحنة الإلكترون الكهربائية شحنةً مساويةً و معاكسة لشحنة البروتون.

تكون شحنة الإلكترون مساوية لشحنة البروتون من حيث القيمة و لكنها تكون معاكسةً لها حيث يكون الإلكترون ذو شحنةٍ كهربائية سلبية بينما يكون البروتون ذو شحنة كهربائية موجبة.

كتلة الإلكترون تكون أصغر بكثير من كتلة البروتون.

إن أشد قوة معروفة في الطبيعة حتى الآن هي القوة التي تجمع البروتونات ذات الشحنة الموجبة مع النيوترونات العديمة الشحنة في نواة الذرة , غير أن مجال عمل القوة التي تجمع

Hydrogen isotope

نواة الذرةNucleus

+Proton بروتون

نيوترون (محايد الشحنة)Neutron

مدارات الالكترونات.Electrons shells

النظير :

النظير هو أحد أشكال العنصر –ذرة النظير تحوي العدد الذري ذاته أي عدد البروتونات في نواة الذرة و لكنه يختلف عن نظيره من حيث الوزن الذري أو الكتلة الذرية لأنه يحتوي عدداً مختلفاً من المحايدات( النيوترونات) عن العدد الذي تحويه ذرات نظيره.

التريتيوم : هو أحد نظائر الهيدروجين –تبلغ كتلة ذرة التريتيوم ثلاثة أضعاف كتلة ذرة الهيدروجين.

رمز التريتيوم **T أو $^{3}H$** وهو من نظائر الهيدروجين المشعة – تحتوي واة ذرة التريتيوم على بروتون واحد و محايدين اثنين أي نيوترونين اثنين , بينما تحتوي نواة ذرة الهيدروجين على بروتون واحد فقط ولا شيء سواه.

Tritium

المتر: وحدةٌ لقياس الطول تعرف بأنها المسافة التي يقطعها الضوء في مليون و 300 ألف جزء من الثانية( رقمٌ تقريبي).

الكيلو غرام : وحدةٌ لقياس الكتلة.

الثانية : هي تردد الضوء الذي تشعه ذرة عنصر السيزيوم.

الأمبير : وحدة قياس التيار الكهربائي.

الصفر المطلق =صفر كالفن.

المول : وحدة قياس لعدد الجسيمات الصغيرة أي الذرات و الجزيئات .

واحد مول يساوي $6.02 \times 10^{23}$ جزيء أو ذرة.

البيكويريل : هي وحدة قياس التلاشي الاشعاعي أي كمية المادة التي تتلاشى فيها ذرةٌ واحدة في الثانية.

كولومب: كمية الشحنة الكهربائية التي يحملها تيارٌ قيمته واحد أمبير في الثانية الواحدة.

الباسكال: وحدة قياس الضغط –الباسكال هو القوة التي يمارسها نيوتن واحد على مساحة مترٍ مربعٍ واحد.

الفولت : وحدة قياس الجهد الكهربائي وهو يمثل مقدار القوة التي تدفع تيار الإلكترونات.

الطاقة

جميع أشكال الطاقة مرتبطة ببعضها البعض.

يمكن تحويل أي شكلٍ من أشكال الطاقة إلى شكلٍ آخر.

العمل يساوي القوة ضرب المسافة.

تقاس القوة بوحدة النيوتن  بينما تقاس المسافة بالمتر.

نتيجة القياس تحسب بالنيوتن\متر.

الجول :

يساوي جول واحد مقدار الطاقة اللازمة لنقل جسمٍ ما باستخدام قوةٍ مقدارها نيوتن واحد إلى مسافة متر واحد.

إن.  جول واحد يساوي تقريباً الطاقة اللازمة لرفع تفاحة إلى ارتفاع مترٍ واحد

متر يساوي 3 أقدام و ربع القدم 1.

الطاقة الكيميائية : إن عملية الاحتراق هي تفاعلٌ كيميائي غير قابلٍ للعكس و مطلقٍ للطاقة الحرارية.

ينص القانون الأول من قوانين   الديناميكا الحرارية و هو العلم الذي يختص بدراسة سلوك الحرارة  على أن الطاقة لا تفنى و لا تستحدث من العدم , ولكنها تنتقل و تتحول من شكلٍ لآخر.

إن هذا الطرح هو مبدأٌ فلسفي و ليس مبدأٌ علمي مثبتٌ علمياً و في أحسن الأحوال هو نظرية أو طرحٌ غير مثبت فالطاقة ربما أنها لا تفنى و لكنها تستحدث من العدم. لماذا ؟ لأن الكون كله مستحدثٌ من العدم.

الحركة هي نتاج فعل القوة على الكتلة أي أن الحركة هي نتاج تأثير القوة على الكتلة.

تقاس القوة بوحدة النيوتن .

إن قوة مقدارها  واحد نيوتن تؤدي إلى تحريك كتلة قدرها واحد كيلوغرام بسرعة متر واحد في الثانية لمدة ثانية واحدة.

الكتلة

تعني الكتلة مقدار مقاومة جسمٍ ما للقوة.

كلما كانت كتلة الجسم أكبراحتجنا إلى مقدارٍ أكبر من القوة لتحريكه و التأثير عليه لأن مقاومته للقوة تكون أكبر.

القصور الذاتي-العطالة

القصور الذاتي أو العطالة هو أحد خصائص الكتلة حيث تميل الأجسام الساكنة إلى البقاء حيث هي في وضع التوازن و الاستقرار.

كما تميل الاجسام المتحركة إلى التحرك بالسرعة ذاتها و الاتجاه ذاته.

مقاومة الماء

عند تحرك القارب في الماء فإن مقدمته تصنع ما يدعى بموجة مقدمة السفينة و هو الأمر الذي يؤدي على إحداث تأثيرٍ تموجي على سطح الماء.

العطالة-القصور الذاتي:

العطالة أو القصور الذاتي هي ميل الجسم إلى أن يبقى في حالة سكون أو حركة رتيبة مالم يخضع لمؤثرٍ خارجي.

الكتلة: مقدار أو كمية المادة الموجودة في الجسم.

الديناميكا الحرارية : الديناميكا الحرارية هو العلم الذي يدرس تحول الأشكال المختلفة للطاقة .

أصل التسمية من اللغة الإغريقية ثيرو تعني حرارة و ديناميك تعني قوة .

مكتشف قانون الديناميكا الحرارية هو جيمس بريسكوت جيمس.

جول : الجول هو مقدار الطاقة الكهربائية التي تساوي مرور تيارٍ قدره أمبير واحد في مقاومة مقدارها أوم واحد لمدة ثانية واحدة.

العطالة- القصور الذاتيInertia إنيرشا ɪ'nɜrʃə

موجة مقدمة القاربBow wave

Ripple effect

تأثير تموجي على سطح الماء

Resultant forces

محصلة القوى

**الطاقة الحركيةKinetic energy**

**الطاقة الحركية –الطاقة الميكانيكية.Kinetic energy**

الطاقة الكامنة **potential energy**

الديناميكا الحراريةthermodynamics

حفظ الطاقةconservations of energy

**joule** [dʒuːl]

الضغط : الضغط عبارة عن قوتين متعاكستين في الاتجاه تؤثران على طرفي جسم المتقابلين و يلتقي تأثيرهما في النقطة ذاتها من ذلك الجسم.

الشد : قوتان أو أكثر تسحبان الجسم في اتجاهين متعاكسين.

اللي : قوىً متعددة تؤثر على الجسم في نقاط مختلفة , و هذه القوى أما أن تؤدي إلى انكسار ذلك الجسم إذا كان جسماً قصيماً (قابلاً للكسر) أو أن تؤديا إلى انحنائه إذا كان ليناً.

التدوير: ينتج التدوير عن تأثير قوىً تتحرك في اتجاهٍ دائري.

الفتل: يحدث الفتل عندما تؤثر في الجسم قوتين متعاكستين مما يؤدي إلى انفتال ذلك الجسم .

مثال: حركة عصر الغسيل.

القص : يحدث القص عندما تؤثر قوى على طرفي جسمٍ ثابتٍ غير قابلٍ للدوران مما يؤدي إلى تحرك طرفي ذلك الجسم في اتجاهين متعاكسين.

تدعى القوى التي تغير شكل الجسم بقوى الإجهاد.

يدعى تغير شكل الجسم بالإجهاد.

عندما يخضع جسمٌ ما للشدة تحدث له إحدى ثلاثة أمور:

قد ينكسر ذلك الجسم.

قد يتغير شكله بشكلٍ نهائي إذا كان ذلك الجسم ليناً قابلاً للتشكل.

إذا كان ذلك الجسم مرناً فإنه يعود إلى حالته السابقة بمجرد زوال القوى التي تؤثر فيه.

علماً أن العديد من المواد تستجيب للقوى التي تغير شكل الجسم أولاً استجابةً مرنة و إذا ازدادت شدة تلك القوى فإن تلك الأجسام يتغير شكلها بشكلٍ نهائي و إذا ازدادت القوة أكثر من ذلك فإن تلك الأجسام تتكسر.

التشوه المرن : هو التشوه القابل للزوال بمجرد رفع القوى المؤثرة بحيث يعود الجسم إلى شكله الأصلي.

حد المرونة: و هي النقطة التي يتشوه فيها شكل الجسم بشكلٍ دائم.

نقطة الانكسار: هي النقطة التي ينكسر عندها جسمٌ ما.

اكتشف الإنكليزي روبرت هوك 1635-1703 قانون المرونة و الذي ينص على أن هنالك تناسباً ما بين استطالة نابض و بين القوة المطبقة عليه شريطة أن لا يتم تجاوز حد المرونة لذلك النابض و إلا فإنه لن يعود إلى شكله الأصلي.

. كلما ازدادت القوة المطبقة على النابض ازدادت استطالته

. ابتكر توماس يانغ طريقةً لقياس درجة المرونة

يتم القياس على مقياس يانغ لوحدة الغيغا باسكال – كلما كانت القيمة على هذا المقياس أعلى كانت المادة أكثر صلابةً و أقل مرونة.

Hook’s lawقانون هوك

Young’s modulusمعامل يانغ

Gigapascals(Gpa)غيغا باسكال

Brittleقصيم(قابلٌ للكسر)

Ductileقابلٌ للسحب

malleableقابلٌ للطرق

التشوه المرنElastic deformation

حد المرونةElastic limit

نقطة الانكسار.Fracture point

strain

stress

الفتلtorque

الاهتزاز

. الاهتزاز هو حركةٌ منتظمة حول نقطة مركزية مثل حركة البندول

يحدث الاهتزاز نتيجة خضوع الجسم لقوتين متعاكستين.

تنتج الحركة الاهتزازية عن حدوث تسارعٍ وتباطؤ منتظمين وهو الأمر الذي يحدث معدل سرعة قدره الصفر لأن الجسم الخاضع للاهتزاز يعود في النهاية إلى النقطة المركزية ذاتها.

. يتكرر حدوث الاهتزاز وفق معدلٍ ثابت

إن الزمن الذي يستغرقه العنصر المهتز حتى يكمل دورةً كاملة يدعى بالدورة.

يهتز بندول الساعة وفق دورةٍ ثابتة –تبلغ دورة بندول الساعة ثانيتين اثنتين.

: تقسم الأشعة ما فوق البنفسجية إلى

الأشعة الفوق بنفسجية الدنيا near UV : يتراوح طول موجتها ما بين 200 و 380 نانوميتار.

الأشعة الفوق بنفسجية القصوى far UV أو فوق بنفسجية الخواء vacuum UV : يتراوح طول موجتها ما بين 10 و 200 نانوميتار و اختصارها Fuv أو Vuv.

الأشعة الفوق بنفسجية الفائقة extreme UV و يتراوح طول موجتها ما بين 1 و 31 نانوميتار و اختصارها Xuv.

اشعة إكس أشعة كهرومغناطيسية يتراوح طول موجتها ما بين 10 نانوميتار و 100 بيكوميتار .

تستخدم أشعة إكس في الأغراض الطبية.

أشعة إكس أشعة مؤينة و لذلك يمكن أن تكون على درجةٍ من الخطورة.

الموجات الراديوية : موجاتٌ كهرومغناطيسية يتراوح طول موجتها ما بين 0.5سنتيمترـ (نصف سنتيمتر) و 30 ألف متر 30000 متر.

التردد الراديوي RF هو الطيف الكهرومغناطيسي الذي يمكن توليد الموجات الكهرومغناطيسية فيه عن طريق تغذية الهوائي بتيارٍ كهربائي متردد (متناوب).

**ما فوق سرعة الصوت-الأسرع من الصوت**

ينتقل الصوت بسرعة 343 متر في الثانية و لذلك فإن الطائرة عندما تطير بسرعةٍ أعلى من الصوت فإنها تسبق صوتها و تتركه ورائها و تصل قبله دون أن يسمع لها صوت و بعد وصول الطائرة فإن صوتها يصل و يسمع على سطح الأرض على شكل انفجارٍ صوتي.

و بالنسبة للسيارات و الطائرات التي سرعتها أدنى من سرعة الصوت فإن صوتها يسبقها و يصل قبلها و لذلك فإننا ننتبه إليها من خلال صوتها الذي يسبقها.

و كما مر معنا عند دراسة مؤثر الدوبلر فإن الموجات الصوتية التي تسبق الطائرة التي تكون سرعتها أدنى من سرعة الصوت يكون ترددها أعلى من تردد الموجات التي تخلفها الطائرة ورائها بعد عبورها.

عندما تصل الطائرة إلى سرعة الصوت عندها لا يكون أمام الموجات الصوتية إلا أن تتفرق و تتشتت أمام الطائرة و عندها يحدث ما يدعى بجبهه الصدمة.

و بالنسبة للطائرات الأسرع من الصوت فإن احتراق جبهة الصدمة يسمع على شكل انفجارٍ صوتي بالنسبة لكل شخصٍ تمر الطائرة من فوقه.

تمكن السرعة الفوق صوتية الطائرة من أن تسبق موجاتها الصوتية.

تستخدم الأصوات ذات الترددات العالية في المجال الطبي في تفكيك حصيات الكلية.

**دوي سرعة الصوت**

صوتٌ انفجاري تحدثه موجة الصدم لطائرةٍ تطير أسرع من الصوت – إن الانفجار الصوتي هو المكون الصوتي لموجة الصدمة في الهواء, و هذا التعبير يشير إلى الصدمات الهوائية التي تحدثها الطائرات الأسرع من الصوت مثل طائرة الكونكورد التي تيلغ سرعتها 2.2 ماخ .

إن الانفجار الصوتي يولد مقداراً هائلاً من الطاقة الصوتية التي تظهر على صورة انفجار .

إن جبهة الصدمة تداني 100 ميغاوات في المتر المربع و قد تجاوز المئتي ديسيبل 200 decibels.

ما تحت الصوت : تطلق هذه التسمية على السرعة الأقل من سرعة الصوت كما تطلق كذلك على الصوت ذو الطبقة الشديدة الانخفاض إلى درجةٍ يصعب فيها على الأذن البشرية تمييزه .

تتراوح الأصوات التي يمكن للإنسان سماعها ما بين 20 و 24000 24 ألف هرتز .

الأصوات ذات التردد المنخفض واحد هرتز مثلاً HZ1 مثلاً أي دورة واحدة في الثانية مؤذية للأذن الداخلية حيث أنها تؤثر على وظيفة التوازن و تسبب الدوار.

ما فوق الصوت : أي سرعة تجاوز سرعة الصوت أي نحو 343 متر في الثانية .

السرعات الأسرع من الصوت بخمس مراتٍ أو أكثر توصف بأنها سرعاتٌ فائقةُ للصوت.

المبدل : قاطع كهربائي يقوم بتبديل اتجاه التيار الكهربائي.

الحقل المغناطيسي : هي حقول القوة التي تحيط بمغناطيسٍ دائم المغنطة أو بجسمٍ مشحون متحرك.

الحث –التحريض: التحريض أو الحث الكهرومغناطيسي هو عملية إنتاج جهدٍ كهربائي عبر موصلٍ موضوعٍ ضمن تدفقٍ مغناطيسي متغير .

انتبه إلى كلمة متغير أي أنه لا يمكن توليد جهدٍ كهربائي من حقلٍ مغناطيسي ثابت.

تعتمد الكثير من التجهيزات الكهربائية مثل المولدات الكهربائية و المحركات الحثية و المحولات الكهربائية على خاصية الحث الكهرومغناطيسي.

المحرض : تجهيزٌ كهربائي  سلبي يقوم باختزان الطاقة الكهربائية ضمن حقلٍ مغناطيسي  (محرض) كما أن المحرض يقوم بإقحام الحث إلى الدارة الكهربائية .

غالباً ما يكون  المحرض على شكل ملفٍ موصلٍ للتيار الكهربائي.

الجول : وحدة قياس للطاقة الكهربائية تساوي العمل الذي يتم الحصول عليه عندما لمدة ثانية واحدة  Ω يعبر تيارٌ قدره أمبير واحد خلال مقاومة مقدارها 1 أوم.

تجعل الموجات الصوتية الحجاب الرقيق في الميكرفون يهتز و يكون هذا الحجاب الرقيق متصلاً بملفٍ سلكي و عند حركة ذلك الحجاب الرقيق يتحرك معه الملف السلكي حول مغناطيسٍ دائم المغنطة مما يولد حقلاً مغناطيسياً متغيراً و متناسباً مع تغير الموجات الصوتية .

يقوم الملف بإرسال الشارات الكهربائية المتغيرة تلك إلى دارة صوتية ليتم تضخيمها و معالجتها.

و في الطباخات التحريضية التي تدعى خطأً بالطباخات الليزرية يقوم مغناطيسٌ كهربائي بتوليد حقلٍ مغناطيسي  و عن طريق خاصية التحريض تصل طاقته على شكل تياراتٍ كهربائية دائرية  إلى اناء المعدني الموضوع فوق الطباخ .

تؤدي المقاومة الكهربائية للمعدن إلى تحويل جزءٍ من الطاقة الكهربائية إلى حرارة تؤدي إلى تسخين الإناء المعدني.

التألق عبارة عن لمعان يوجد عادةً في الظواهر الضوئية في الأجسام الباردة حيث يقوم جزيءٌ بامتصاص  فوتونٌ ضوئي عالي الطاقة و إعادة إطلاقه على شكل فوتون ضوئي أقل طاقة و أطول موجة .

إن الاختلاف في مستوى الطاقة بين الفوتون الضوئي الذي يتم امتصاصه و الفوتون الضوئي الذي يتم إطلاقه يؤدي في النهاية إلى حدوث اهتزازٍ جزيئي (حرارة) .

عادةً ما يكون الفوتون الضوئي الذي يتم امتصاصه ضمن النطاق الفوق بنفسجي بينما يكون الضوء الذي يتم إطلاقه مرئياً.

فوق البنفسجي utraviolet

فوتون ضوئي عالي الطاقةhigh-energy photon

التألق Fluorescence [ˌflɔˈresns /ˌflʊəˈr-]

لمعان [ˌluːmɪˈnesns]luminescence

عندما يتم سحق الفحم أو أي وقودٍ صلب إلى جزيئات صغيرة فإن ذلك يؤدي إلى زيادة مساحة سطحها مما يؤدي لاجترافها بشكلٍ أسرع و إطلاقها لمقدارٍ أكبر من الحرارة.

تتميز المصابيح الاقتصادية ( مصابيح التوفير) بأنها تكون مملوءةً بغاز الأرغون و بخار الزئبق و عندما يمر تيارٌ كهربائي عبرها فإنها تطلق أشعةً فوق بنفسجية و هذه الأشعة تحث طبقة الفوسفور الموجودة على السطح الداخلي للمصباح على التلألؤ حيث تطلق طبقة الفوسفور فوتوناتٍ ضوئية.

عند مرور التيار الكهربائي عبر غاز الأرغون و بخار الزئبق فإنهما يطلقان أشعة فوق بنفسجية.

إن كفاءة هذه المصابيح هي 75% فإذا مر خلالها مقدارٌ من الطاقة قدره 100 جةل فإن 75 جول منها ستظهر على شكل ضوء بينما سيتم فقدان 25 جول على شكل حرارة .

أما في المصابيح التي تعتمد على سلكٍ متوهج فإن 90% من الطاقة الكهربائية تضيع على شكل فاقدٍ حراري بينما تتحول 10% فقط من الطاقة الكهربائية إلى ضوء.

**joule** [dʒuːl]

**Fluorescence**

compact fluorescent lamp CFL

مصابيح الفلوريسينت الاقتصادية في استهلاك الطاقةEnergy-efficient fluorescent bulb

مصباح الفتيل المتوهجincandescent filment bulb

تحتوي الخلايا الكهروضوئية على معدن السيلينيوم الذي يقوم بتوليد جهدٍ كهربائي عندما يتعرض للضوء.

حرارة باطن الأرض :

تزداد حرارو سطح الكرة الأرضية بمعدل 30 درجة مئوية تقريباً كلما تعمقنا كيلو متر واحد في باطن الأرض.

حرارة باطن الأرضgeothermal

**selenium** سيلينيوم

**photovoltaic** كهروضوئي

خلايا كهروضوئيةphotovolatic cells

يشكل عنصر الهيدروجين ثلاثة أرباع مجتوى الشمس بينما يشكل عنصر الهيليوم الربع الباقي و تحصل الشمس على طاقتها من خلال تفاعلاتٍ نووية تقوم بتحويل عنصر الهيدروجين إلى هيليوم .

## قانون الصدفة

قانون بوريل –قانون الفرصة الوحيدة

اعتبر الرياضي بوريل بأن الأحداث التي يبلغ احتمال وقوعها أقل من $10^{-6}$

أي 0.000001 هي أحداثٌ مستحيلة الحدوث .

على سبيل المثال فإن احتمال قيام مجموعة من القرود تضرب على آلةٍ كاتبة أو لوحة مفاتيح الكمبيوتر بكتابة أعمال شكسبير الكاملة هو احتمالٌ ممكن الحدوث و لكن في إحدى حالتين فقط و هما :

توفر زمنٌ لا نهائي أو وجود عددٌ لا نهائي من القرود و بالطبع فإن كلا هذين الشرطين مستحيلي التحقق لأن الكون كله له بداية و بالتالي لا وجود لزمن لا نهائي بالنسبة للكون المادي الذي نعرفه و بالطبع فلا يوجد عددٌ لا نهائي من القرود أو من أي شيءٍ آخر من موجودات الكون المادية التي نعرفها.

و بسبب هذا المثال فإن قانون بوريل يدعى أحياناً بأطروحة القرود اللانهائية.

## تأثير الفراشة

وفقاً لهذه النظرية فإن تأثيراً طفيفاً جداً يكاد لا يذكر على الطقس في مكانٍ ما من العالم مثل رفرفة أجنحة فراشةٍ هفهافة يمكن أن بحدث عاصفةً هوجاء أو إعصار في مكانٍ آخر من العالم و أن يغير المناخ المستقبلي لتلك المنطقة من العالم في المستقبل.

['keɪɒs كيوس هباء, الشواش, اللا تكون, الهيولى, اختلاط, تشوش كامل, التشوش

**Chaos theory نظرية الشواش**

## كيف يمكن تمثيل المتغيرات الجوية في فضاءٍ ثلاثي الأبعاد؟

كانت كلٌ من الإحداثيات الثلاثة X,Y,Z تمثل أحد العوامل الجوية الثلاثة أي الحرارة و الضغط و الرطوبة أو الحرارة و الضغط و سرعة الرياح , أما الشكل الناتج عن تمثيل هذه العوامل الجوية بهذه الصورة الإحداثية فإنه يدعى باسم جاذب لورينتز .

تقع محطات الفضاء من مجال الجاذبية الرضية و لذلك فإن القول بانعدام الجاذبية في محطات الفضاء هو قولٌ خاطئ , أما السباخة في الهواء في المحطة الفضائية فليس سببها انعدام الجاذبية و لكن سببها أن محطة الفضاء تكون في حالة سقوطٍ حر باتجاه الأرض.

## لماذا تبدوا السحب الممطرة رمادية اللون؟

لأن السحب الممطرة تكون أكثر كثافة و ثخانة و لذلك فإنها تحجب الضوء فتبدوا بلونٍ داكن.

. أرقام العد هي الأرقام التي تدل على كميات و مقادير

: العامل : هو العدد الذي يوضع قبل عنصرٍ آخر و يضرب به

س=3 ×س 3

. العدد 3 هنا هو عامل س

Coefficient عامل

**القانون التبديلي** : العملية التبديلية هي العملية التي لا يؤثر ترتيب العناصر فيها . على نتيجتها

تقتصر الخاصية التبديلية على عمليتي الجمع و الضرب الاعتياديتين و لكنها لا تنطبق . على عمليتي الطرح و القسمة

1+2 =2+1

زائد 2 يساوي 2 زائد 1 1

2-1 ≠ 1 -2

. ناقص 1 لا تساوي 1 ناقص 2 2

4 ÷2 ≠ 2 ÷ 4

. تقسيم 2 لا تساوي 2 تقسيم 4 4

**المستوي المعقد – السطح المعقد**

المستوي المعقد هو سطحٌ مستوي ثنائي الأبعاد لا نهائي و غير محدود يمكن أن نمثل عليه الأرقام المعقدة.

Complex plane

التدوين الثنائي: التدوين الثنائي هو طريقةٌ للتعبير عن الأرقام باستخدام النظام الثنائي حيث يستخدم العددين صفر و واحد للتعبير عن جميع الأرقام و على سبيل

المثال فإن العدد 6 يكتب على الصورة 110 في النظام الثنائي , و هنا فإن العدد واحد الموجود في الجهة اليسرى تبلغ قيمته 4 ( 2 ×2 ) بينما يساوي العدد واحد الموجود في المنتصف 2 واحدة فيصبح لدينا :

0+4+2=6

Binary notation

التجيب cosine : وظيفة في حساب المثلثات تمثل طول ضلع المثلث القائم الزاوية المجاور للزاوية المطلوبة إلى طول وتر ذلك المثلث .

التجيب = طول الضلع المجاور للزاوية المطلوبة \ طول وتر المثلث ( في مثلثٍ قائم الزاوية)

**الموضعة** : الموضعة هي تصوير العلاقة بين عناصر مجموعتين رياضيتين .

علاقة عنصر بعنصر: و تعني أن يكون هنالك ارتباط بين عنصر من المجموعة الأولى و عنصرٌ آخر من المجموعة الثانية حيث يتم تمثيل ذلك الارتباط أو تلك العلاقة على شكل أسهم .

**خطوط الطول (الميريديان)** هي خطوطٌ وهمية تمتد ما بين القطب الشمالي و القطب الجنوبي .

Meridean

Mapping الموضعة

one-to-one mapping الموضعة عنصر لعنصر

Countable infinite لانهائية قابلة للعد

Uncountable infinite لا نهائية غير قابلةٍ للعد.

Linear equation معادلة خطية.

**رياضيات الساعة –حساب الساعة**: في هذا النوع من طرق الحساب فإننا نعتبر أنفسنا قد وصلنا في العد إلى نقطة الصفر بعد بلوغنا نقطة معينة ( الساعة 12 مثلاً أو الساعة 24 ) و لذلك فإن العد يبدأ بعد ذلك من جديد.

مثال : الساعة ,حيث نعتبر بأن الساعة الثانية عشرة هي الصفر و لذلك فإن العد يبدأ بعد بلوغها من جديد.

Modular Arithgmatic-Clock Arithmatic

التوازي: أن يتجه مستقيمان أو أكثر إلى الاتجاه ذاته تماماً , أي أن يميلا بالزاوية ذاتها دون ان يكونا متطابقين مع بعضهما البعض.

يدعى الصفر بممسك الخانة ذلك أنه يملأ الخانات الفارغة و يستخدم في تمييز الأرقام عن بعضها البعض : 10-100 1000 و خصوصاً عندما تكون الخانة فارغة 103. : مئة واحدة و 3 بينما خانة العشرات فارغة

1070 : الف واحدة و 70 في العشرات بينما خانتي المئات و الآحاد فارغتين.

الصفر ممسك مكان أو ممسك الخانة.

0=place holder

عديد الحدود أو متعدد الحدود : تعبيرٌ رياضي يتألف من حدين أو اكثر مضافين إلى بعضهما البعض :

$س + س^2 + 4 + 3$

polynomial

سلسلة القوى : سلسلة رياضية تكون قوة كل حدٍ فيها أعلى من قوة الحد السابق له :

$س + س^2 + س^3 + س^4 + س^5$

power series

العدد الأولي : عددٌ لا يقبل القسمة إلا على نفسه و على العدد واحد .

الرياضيات البحتة : دراسة الرياضيات لذاتها و ذلك بخلاف الرياضيات التطبيقية التي تدرس استخدامات الرياضيات و تطبيقاتها العملية.

pure mathematics

النسب المثلثية : هو علم دراسة التناسب بين أضلاع المثلث القائم الزاوية و كيف تتغير تلك النسب بتغير قياس زواياه.

الجيب : الجيب هو نسبة طول الضلع المقابل للزاوية المعطاة إلى طول وتر المثلث في المثلث القائم الزاوية.

وتر المثلث: هو أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية , كما أنه الضلع المائل من أضلاع المثلث.

إن الجيب يمثل نسبةً تبدأ من الصفر و تزداد مع ازدياد قياس الزاوية لتصل إلى 360 درجة ثم تبدأ مجدداً من الصفر.

Sine جيب (sin)

الظل : الظل هو نسبة طول الضلع المقابل لزاوية معينة إلى طول الضلع المجاور لتلك الزاوية .

Tangent (tan)

الحد : هو عددٌ أو متغير أو عددٌ و متغير تفصل بينهما علامة جمع أو علامة طرح:

3+س+4ع – 2س

أما في المتتابعات و السلاسل فإننا نفصل الحدود عن بعضها البعض بفواصل.

الرصف : هو تغطية سطحٍ ما باستخدام أشكالٍ هندسية معينة دون أن نترك فجواتٍ فيما بينها.

tilling-tessellation

المربعات السحرية

هنالك آلاف الطرق لترتيب الأعداد من واحد إلى تسعة في شبكاتٍ ثلاثية , و لكن من بينها جميعاً فإن هنالك ثمانية شبكات فقط تنتج مربعاتٍ سحرية يكون فيها مجموع الأعداد في كل صف و كل عمود و كل قطرٍ مائل واحداً.

إن مجموع الأعداد من 1 إلى 9 هو 45 , كما هو مجموع كل الأعمدة و الصفوف الثلاثية , و عليه يكون المجموع السحري هو ثلث العدد 45 أي 15 .

45=1+2+3+4+5+6+7+8+9

15=3÷ 45

الأعداد الزوجية تكون دوماً في زوايا  المربع .

لقد كان هنالك اعتقادٌ على مر العصور بأن الأعداد الزوجية ذات خواصٍ سحرية كما كان يعتقد بأنها تجلب الحظ السعيد.

مربع لوشو السحري **Lo Shu Square**

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

بأي طريقة حساب في المربع السحري يكون الناتج  15 :

4 +9+2=15

7+5+3=15

6+1+8=15

2+5+8=15

4+5+6=15

و لاحقاً تمت إضافة العدد 19 لكل عددٍ في مربع لوشو فكان التاتج في كل اتجاه هو 72 :

| | | |
|---|---|---|
| 21 | 28 | 23 |
| 22 | 24 | 26 |
| 27 | 20 | 25 |

23 +28+21=72

22+24+26=72

27+26+25=72

25+26+21=72

21+24+27=72

20+24+25=72

نعود إلى مربع أوشو الأصلي :

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 9 | 4 |
| 7 | 5 | 3 |
| 6 | 1 | 8 |

نقوم بمضاعفة كل الأعداد في مربع أوشو فنحصل على ناتجٍ قدره 30 في كل اتجاه :

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 18 | 8 |
| 14 | 10 | 6 |
| 12 | 2 | 16 |

8+18+4=30

6+10+14=30

16+2+12=30

**Lo Shu Square**

أبسط الشكال الهندسية في السطح الثنائي الأبعاد هي المثلث.

أبسط الأشكال الهندسية في الفضاء الثلاثي الأبعاد هو رباعي السطوح tetrahedron , وهو شكلٌ هندسي يتألف من أربعة مثلثات.

pp **فرضية التوازي**

أطروحة التوازي هي خامس الأطروحات الإقليدية و خلال القرن الرابع عشر بين الرياضي نصر الدين الطوسي بأن أطروحة التوازي هي أطروحةٌ مكافئة لمقولة أن مجموع زوايا أي مثلث يساوي 180 درجة.

كما بين جيوفاتي ساكيري لاحقاً بأنه إذا كانت أطروحة التوازي هذه غير صحيحة فإن مجموع زوايا المثلث ( أي مثلث) يجب أن تكون دائماً إما أقل أو أكبر من 180 درجة.

**نظرية بروير في النقطة الثابتة**

بالنسبة لأي سطحٍ ثنائي الأبعاد تجري فيه حركةٌ متكررة فإن هنالك دائماً نقطةٌ ثابتة.

هذه المقولة صحيحة بالنسبة لأي منطقة محدودة في الفضاء الإقليدي.

نظرية بروير في النقطة الثابتة. Brauer’s fixed point theorem

التشوش **Chaos**

إن مصطلح التشوش لا يعني الفوضى أو العشوائية و انعدام النظام و إنما هي النظام الخفي الذي يسمح للتعقيد بالانبعاث من البساطة.

البروفيسور Nas Boutammnia يرى بأن علماء اليونان هم شخصياتٌ وهمية لاوجود حقيقي لها اخترعتها الكنيسة حتى تنسب لهم علوم المسلمين حيث لا توجد نصوصٌ أصلية لأولئك العلماء المزعومين .

السؤال الذي يطرح نفسه هو : كيق دون أولئك العلماء المزعومين كتاباتهم دون أن يكون الورق معروفاً لديهم؟

لقد بدأت ترجمة الكتابات الإسلامية من اللغة العربية إلى اللغة اللاتينية بعد سقوط طليطلة حيث كانت تلك المدينة تحوي مكتبة تحوي عشرات الالاف من أمهات الكتب العربية و قد تمت ترجمتها إلى اللغة الإسبانية و تمت نسبتها إلى علماء إغريق مزعومين , و كان الفاتيكان قد جند لهذه الغاية جيشاً من المترجمين .

و على سبيل المثال لا الحصر فقد قدم باحث الفرنسي في العام 1804 بحثاً إلى جامعة باريس خلص فيه إلى أن أبقراط هو شخصيةٌ أسطورية لم يكن لها وجودٌ في الواقع.

في ذلك العصر كانت هنالك عاصمتين عالميتين للثقافة و حسب و هما بغداد و غرناطة.

مثالٌ تطبيقي على طريقة الخوارزمي في حل المعادلات التربيعية

المعادلات التربيعية هي المعادلات التي يكون مجهولها مرفوعاً للقوة الثانية كحدٍ أقصى.

س$^2$

**طريقة إكمال المربع التي ابتكرها الخوارزمي لحل المعادلات التربيعية**

س$^2$ +10س=39

مجهول المعادلة السابقة هو س المرفوع للقوة الثانية .

لحل المعادلة التربيعية السابقة فإننا نقوم بتمثيلها هندسياً و ذلك عن طريق رسم مربع .

نسمي ضلع المربع س و بما أن مساحة المربع تساوي الضلع × الضلع فإن مساحة المربع الذي قمنا برسمه ستكون س×س بما أن ضلع مربعنا هو س , أي أن مساحة المربع الذي قمنا برسمه ستكون س مرفوعةً للقوة الثانية أي س$^2$ .

س×س = س$^2$

$س^2$ +10س=39

الآن بعد أن أنهينا تمثيل الحد $س^2$ في المعادلة السابقة على صورة مربع ،

نقوم بتمثيل الحد 10س :

لتمثيل الحد 10 س نرسم مستطيلين متطابقين ملاصقين للمربع الذي سبق لنا أن قمنا برسمه بحيث يكون الضلع الأقصر في كل مستطيل هو ذاته ضلع المربع س .

أما الضلع الذي يمثل طول المستطيل فنسميه 5 لأن طوله 5 .

وبذلك يصبح لدينا مستطيلين ملاصقين للمربع السابق يمثل عرض كلٍ منهما الضلعين القصيرين س بينما يمثل طول كلٍ منهما الضلعين 5 .

و بذلك نكون قد مثلنا الحد 10س على شكل مستطيلين عرض كلٍ منهما س و طول كلٍ منهما 5 .

10 ÷2=5

إذاً يصبح لدينا مربعٌ و مستطيلين - ستة أضلاع س و أربعة أضلاع 5 .

الأضلاع س فيهما مجهولة بينما الأضلاع 5 يبلغ قياسها 5 .

من أين أتى العدد 5؟

قمنا بتجزئة العدد 10 الوارد في المعادلة,أي أننا قمنا بقسمته على 2 و بذلك تمكنا من تمثيل الحد 10س أي 10 ×س على صورة مستطيلين مساحة كلٍ منهما 5س أي 5×س لأن مساحة المستطيل كما تعلمون تساوي الطول×العرض أي 5 ×س .

5 هي طول المستطيل بينما يمثل المجهول س كلاً من طول ضلع المربع و عرض المستطيل.

الآن, ما بين المربع الأساسي س×س و ما بين المستطيلين الملاصقين له س× 5 يتشكل لدينا مربعٌ وهمي مساحته معلومة .

علمنا بأنه مربع لأن طول كل ضلعٍ من ضلعيه المتجاورين يبلغ 5 .

طول كل ضلعٍ في هذا المربع يساوي طول المستطيل الذي قمنا بإنشائه أي 5 .

الآن أصبح بإمكاننا أن نحسب مساحة المربع بما أننا عرفنا طول ضلعه أي 5 .

مساحة المربع تساوي الضلع ضرب الضلع أي 5×5 أو طول الضلع مرفوعاً للقوة الثانية أي $5^2$ أي 25 .

إن $س^2$ في المعادلة الأصلية $س^2+10س=39$ يمثل المساحة الكلية للمربع الأساسي س×س أو $س^2$ .

الرقم 39 يمثل المساحة الكلية لكلٍ من المربع الأساسي $س^2$ أو س ×س مع مساحة المستطيلين س× 5.

ما زال مجهولاً بالنسبة لنا .

الحد 10 س في المعادلة الأصلية يمثل مساحة المستطيلين الذين قمنا بإنشائهما 5س و 5س .

مساحة كلِ منهما 5س أي 5×س أي أن عرض كلٍ من هذين المستطيلين س بينما طوله 5 .

و لدينا مساحة المربع الوهمي الذي تشكل لدينا بين المربع $س^2$ و المستطيلين س×5 و س×5 و مساحة هذا المربع تبلغ 25 كما حسبناها من قبل.

الآن لو أضفنا مساحة المربع الوهمي الجديد أي 25 فإن المساحة الكلية لدينا ستصبح 39+25=64 .

الآن و كما تعلمون فإن مساحة المربع الكلي الذي تكون لدينا هي 64 و هذا المربع يتألف من المربع الأساسي و المستطيلين و المربع الوهمي الذي مساحته 25 .

إن طول كل ضلعٍ من أضلاع هذا المربع الكبير يساوي 5+س

أي أن :

(5+س) (5 +س) =64

5+س × 5 +س =64

$(5+س)^2$ =64

الآن لدينا مربع مساحته 64 و طول ضلعه يساوي 5+س .

و كما تعلمون فإن مساحة المربع الكلي أي 64 قد نتجت عن ضرب عددٍ ما بنفسه و هذا العدد يمثل طول ضلع المربع لأن مساحة المربع تساوي الضلع × الضلع .

الان لإيجاد العدد الذي إذا ضربناه بنفسه نحصل على 64 فإننا نحسب الجذر التربيعي للرقم 64 .

نضغط زر حساب الجذر التربيعي على الآلة الحاسبة √ ثم ندخل الرقم 64 فنحصل على الجذر التربيعي للرقم 64 وهو العدد 8 .

و هذا يعني بأن  س+5=8

لأن طول ضلع المربع 8  و طول ضلع المربع يساوي س+5

إن المجهول س هو طول المربع الصغير الأصلي الذي بدأنا به .

الآن تصبح لدينا المعادلة التالية:

س+5=8

كما ترون فإن لدينا في المعادلة السابقة عملية جمع  س+5 و لحل هذه المعادلة فإننا نجري عمليةً معاكسة لعملية الجمع أي أننا نجري عملية طرح .

و لكن ماذا ننطرح من ماذا؟

إننا نطرح العدد المصاحب للجهول س أي العدد 5 من كلا طرفي المعادلة فنقول :

س+5 –(5) =8-(5)

س+5-5=8-5

الأن نجري عمليتي الطرح المعلقتين :

5-5=0

5ناقص5يساوي صفر

5-8=3

8 ناقص 5يساوي3

فتصبح معادلتنا على الصورة التالية :

س=3

نتأكد من صحة الحل و ذلك بإبدال مجهول المعادلة بالعدد 3 :

س $^{2}$ +10س=39

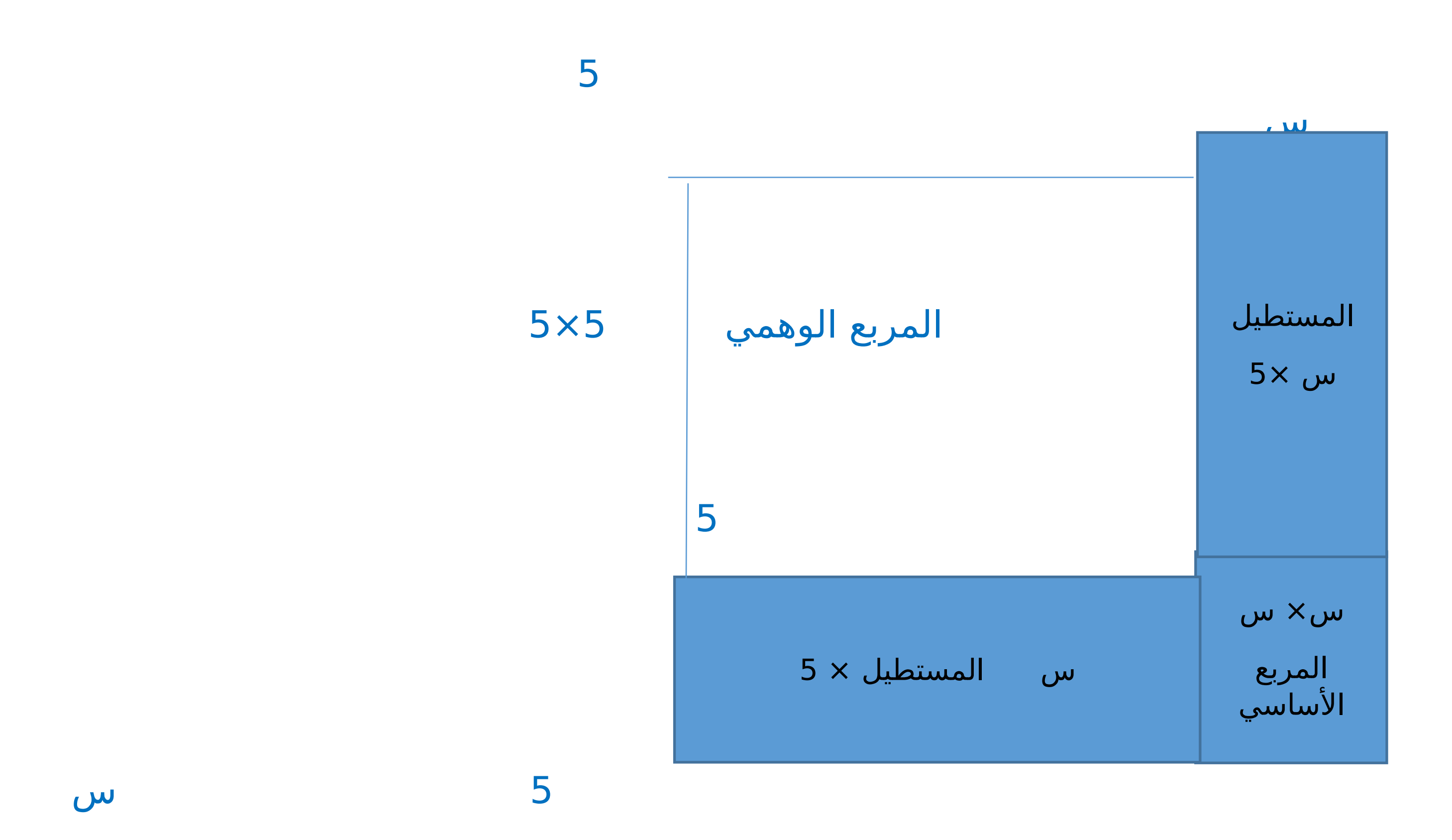
10+$3^{3}$ ×3 =39

3 ×3 =9 + 30 =39

الحل الذي توصلنا إليه صحيح.

و بذلك نكون قد تمكنا من حل المعادلة و إيجاد قيمة المجهول  س على طريقة الخوارزمي .

إن هذه الطريقة في حل المعادلات التربيعية تدعى بطريقة إكمال المربع .




Completing the square

الصيغة الحالية للمعادلات التكعيبية:

أس$^3$+ب س$^2$+ ن س +ث=صفر

حيث آ و ب و ت عبارة عن أعداد حقيقية يتم ضربها بالمجهول $س^3$ .

من أنظمة التشفير شيفرة الأحرف الأبجدية المتعددة حيث يتم استبدال كل حرفٍ في النص الصريح بعدة أحرفٍ مختلفة في النص المشفر و بذلك لا يمكن فك تشفيرِ ذلك النص باستخدام طريقة الكندي في تحليل التردد التي مرت معنا سابقاً.

تم تطوير هذه الطريقة من طرق التشفير في العام 1500 كما أن الحلفاء قد قاموا باستخدامها خلال الحرب العالمية الثانية و ذلك باستخدام جهاز تشفيرٍ خاص عرف بجهاز الإينيغما.

إن جهاز إينيغما ذو الثلاث دوارات يؤمن شيفرة يتطلب فكها إجراء 158,962,555,217 بليون احتمال .

في حالة التشفير اللا متناظر فإن وقوع مفتاح التشفير في الأيدي الخاطئة يعني انكشاف الرسالة المشفرة .

تم اعتماد لوغاريتم أر سي إي في شبكة الأنترنت كأساس للتشفير اللامتناظر حيث يتوجب على كلٍ من المرسل و المستقبل استخدام مفتاحين اثنين: مفتاحٌ خاص و مفتاحٌ عام .

فإذا أراد شخصين التواصل بشكلٍ آمن على الأنترنت فإن الشخص الأول يرسل إلى الشخص الثاني مفتاحاً عاماً و هذا المفتاح يتألف من رقمين اثنين أ و ب مع قيام ذلك الشخص بالاحتفاظ لنفسه بمفتاح خاص وهو المفتاح س .

يستخدم جهاز الشخص الثاني الرقمين أ و ب الذين أرسلهما له الشخص الأول في تشفير الاتصال أو تشفير الرسالة التي هي عبارة عن أرقام أو أحرف تم تحويلها إلى أعداد .

الآن كيف سيتم تشفير الرسالة باستخدام الرقمين أ و ب الذين أرسلهما الشخص الأول إلى الشخص الثاني ؟

أولاً يتم تحويل أحرف الرسالة إلى أرقام كما مر معنا سابقاً مع الإبقاء على الأعداد كما هي .

سيتم رفع كل عدد في الرسالة إلى قوة تماثل العدد أ ثم ستتم قسمة ناتج الرفع للقوة على العدد الثاني ب .

إن عملية القسمة هذه ستكون عملية قسمة غايتها الحصول على الباقي و سيكون اختصار عملية القسمة هذه :

$mod_n$ أ $mod$ أو

**تشفير الاتصال باستخدام لوغاريتم أر إي إي**

في هذه التقنية من تقتيات التشفير يستخدم المرسل و المستقبل مفتاحي تشفير أثنين هذه الطريقة من طرق التشفير تدعى بالتشفير اللامتناظر حيث يستخدم فيها كلا طرفي الاتصال مفتاحي تشفير اثنين أحدهما خاص و الآخر عام

فإذا أراد أ و ب إنشاء اتصالٍ مشفرٍ بيتهما فإن أ يرسل إلى ب مفتاحه العام و هذا المفتاح العام يتألف من رقمين اثنين a و n بينما يحتفظ لنفسه بمفتاحٍ خاص

.z

يستخدم أ الرقمين a و n في تشفير النص الصريح M بعد تحويله إلى أرقام باستخدام حدى الطرق التي مرت معنا سابقاً ( مثل طريقة قيصر) .

الآن يتم رفع كل عدد في النص الذي يراد تشفيره إلى القوة a ثم تتم قسمته على n.

عملية القسمة التي تستخدم هنا هي عملية تعتمد على باقي القسمة أي أن الإجابة المطلوبة هي فقط باقي عملية القسمة.

فإذا كان العدد الموجود في الرسالة و المرفوع للقوة a أي $M^a$ يساوي 14 مثلاً و إذا كان العدد الذي يتوجب أن نقسم عليه يساوي 11 مثلاً فإن الناتج سيكون 3 لأن باقي قسمة 14 على 11 يساوي 3 لأن ما يهمنا في عملية القسمة هذه هو الباقي.

و إذا تمكن أحدٌ ما من اعتراض الإشارة و التقاط المفتاح العمومي الذي يحتوي العددين n وa فإنه لن يستفيد كثيراً من ذلك لأنه سيعجز عن معرفة قيمة العدد في النص الذي رفعناه للقوة a ثم قمنا بقسمته على n فحصلنا على الباقي 3

ذلك أن أي رقم يحقق النتائج ذاتها و الباقي ذاته مرشحٌ  لأن يكون العدد الأصلي الموجود في الرسالة علماً أن العدد الأصلي الموجود في الرسالة هو كذلك مشفرٌ عن النص الأصلي.

إن الشخص الوحيد الذي يستطيع أن يحدد ماهية العدد في النص الأصلي هو من يمتلك المفتاح الخاص  z.

$C^z$ mod=M

إن الرقم المحوري في المعادلة السابقة  هو n  و الذي هو جداء أو خاصل ضرب عددين أوليين   p وq و بالتالي يمكن حساب كلاً من قيمة  a  و  z من خلال العددين الأوليين  p وq  .

إذاً يمكن كسر هذا الكود من خلال تحديد قيمة كلٍ من العددين الأوليين p وq  و من ثم القيام بمعرفة الكود السري z

**التشفير باستخدام مفتاحٍ عمومي**

تمكن طريقة التشفير هذه المستخدمين من التواصل الآمن دون أن يكون لديهما مفتاحٌ سري مشترك و ذلك باستخدام زوجٍ من مفاتيح التشفير وهما مفتاحٌ عمومي و مفتاحٌ خصوصي مرتبطين مع بعضهما البعض ارتباطاً رياضياً .

إن مصطلح مفتاح التشفير الغير متناظر يعني كذلك  التشفير باستخدام مفتاحٌ عمومي.

في عملية التشفير باستخدام المفتاح العمومي فإن المفتاح الخاص عادةً ما يظل طي الكتمان بينما يتم تداول المفتاح العمومي و بذلك فإن أحد هذين المفتاحين يستخدم في قفل القفل بينما يستخدم المفتاح الثاني في فتح القفل .

و يتوجب أن لا تكون هنالك أية إمكانية  لاستنتاج المفتاح الخاص.

يستخدم بروتوكول الأمان RSA  في مجال التجارة الإلكترونية.

النص الصريح : في عالم التشفير فإن مصطلح النص الصريح  أو النص الواضح يشير إلى مدخلات عملية التشفير أو مدخلات لوغاريتم التشفير أما مخرجات عملية التشفير فهي بالطبع النص المشفر.

الشيفرة المتعددة الأحرف : الشيفرة المتعددة الأحرف هي الشيفرة التي تقوم على الاستبدال و ذلك باستخدام  أبجدياتٍ متعددة.

مثال : شيفرة فينير  Vigenère cipher  :_إحدى طرق التشفير التي تعتمد على سلسلة مختلفة من شيفرات قيصر تقوم على أحرف لوحة المفاتيح .

**هندسة  التوضع topology**

هندسة التوضع هي علم دراسة الأشكال الهندسية من الناحية الظاهرية دون قياسات.

كلمة **topology  مشتقة من الكلمة الإغريقية  topos و التي تعني ( أماكن).**

شريط موبيوس : سطحٌ له وجهٌ واحد و حافةٌ واحدة.

قارورة كلين **klein bottle**  : بخلاف شريط موبيوس فإن قارورة  كلين ليس لها حافة ولا يمكن أن توجد إلا في فضاءٍ رباعي الأبعاد.

يمكن لشريط موبيوس أن يوجد في فضاءٍ ثلاثي الأبعاد بينما لا يمكن لقارورة كلين أن توجد إلا في فضاءٍ رباعي الأبعاد.

بناء على مفاهيم هندسة التوضع  و حبر هندسة التوضع تم تصميم  روبوت  الكلب الأسود و هو عبارة عن رجلٍ آلي على صورة كلب يمكنه التحرك في المناطق الجبلية الوعرة.

Nonorientable  عديم الجهات –ليس له جهة يمنى و جهة يسرى .

**klein bottle** قارورة كلين
**topology** هندسة التوضع

i=imaginary unit وحدة تخيلية

س+2=1 يجب أن لا يكون المجهول س عدداً صحيحاً سلبياً.

بندول الساعة

الزمن الذي يستغرقه البندول حتى يعود إلى أدنى نقطة هو زمنٌ ثابت بغض النظر عن مدى ارتفاع أعلى نقطه فيه.

I was struck by the remarkable fact that in geometry all bodies “ gliding along the cycloid descent from any point in precisely the same time"-Herman Malville-Moby Dick(1851)

" لقد أذهلتني الحقيقة الهندسية التي تقول بأن جميع الأجسام التي تنزلق على امتداد دوروي فإنها تهبط من على أية نقطة في الوقت ذاته.

cycloidالدويري خط منحن على محيط كرة

**Tautochrone curve** المنحنى التوتوكروني

تمثل الفائدة المركبة أحد أشكال النمو الأسي .

**احتمالات الترتيب**

لتكن لدينا مجموعة الأعداد 1,2,3 .

إن هنالك 6 احتمالات لترتيب هذه الأعداد الثلاثة مع بعضها البعض هي :

3,2,1

2,3,1

3,1,2

2,1,3

1,2,3

إن عدد الاحتمالات المتوفرة لترتيب هذه الأعداد الثلاثة يساوي عوامل عدد العناصر أي أنه يساوي عوامل العدد 3 أي 3! .

3!=1×)2×3)

3! = عوامل العدد 3 .

لماذا عوامل العدد 3 ؟ لأن لدينا ثلاثة عناصر.

بالنسبة لمجموعة تتألف من 4 أعداد فإن هنالك 24 احتمال لترتيب تلك الأعداد.

4! =1×2×3×4=24 احتمال

بالنسبة لمجموعة تتألف من 5 أعداد فإن هنالك 120 احتمال لترتيب تلك الأعداد .

5!=1×2×3×4×5=120 احتمال.

لقياس الاختلال **derangement** في أي مجموعة عناصر فإننا نقسم عدد احتمالات الترتيب **permutation** على الثابت e ثم تقرب النتيجة إلى أقرب عددٍ صحيح.

مثال إذا كانت لدينا مجموعة مؤلفة من أربعة أعداد أو أربعة عناصر 1,2,3,4 فإنه يكون لدينا 24 احتمالاً لترتيب تلك الأعداد أو تلك العناصر:

4!=1×2×3×4 =24

لماذا 4! لأن لدينا 4 عناصر و لأن العدد 4 هو أكبر تلك الأعداد .

الآن نقسم عدد الاحتمالات الممكنة لإعادة ترتيب تلك الأعداد أي الرقم 24 على الثابت e :

24 ÷ 8.929= e

نقرب النتيجة لأقرب عددٍ صحيح فنحصل على 8 .

**derangement8**

يستخدم ثابت ويلار أو رقم ويلار في قياس عمر المستحاثات وذلك عن طريق حساب معدل تلاشي النشاط الاشعاعي.

Radioactive decay تلاشي النشاط الاشعاعي

**derangement**

**permutation** احتمالات الترتيب

Euler's number=e رقم ويلار

معلومة عامة :

ما يدعى بالعبقري الروسي نيكولاس بورباكي **Nicolas Bourbaki** شخصية وهمية لا وجود لها أما مؤلفاته فهي في الحقيقة من تأليف مجموعة من الرياضيين الفرنسيين.

المجموعة البسيطة هي المجموعة التي لا يمكن تجزئتها إلى مجموعاتٍ أصغر .

عدد المجموعات البسيطة لا نهائي.

في العام 1963 أثبت الرياضي الأمريكي جون تومبسون بأن جميع الفئات البسيطة التي تحوي عملية رياضية تحوي عدداً زوجياً من العناصر باستثناء الفئات المبتذلة

المولدات: هي العناصر التي تولد باجتماعها عناصر أخرى للمجموعة.

الخاصية التشاركية:

تعني الخاصية التشاركية بأن ترتيب العناصر لا يؤثر على نتيجة العملية :

(1+2)+5 = 1+(2+5)8= 1+7= 5+3 =

إن عملية جمع الأعداد الحقيقية هي عمليةٌ تشاركية .

لا تتطلب العملية التشاركية استخدام أقواس.

**associativity**

الحلقة: مجموعة عناصر تتضمن عمليتين اثنتين مثل عمليتي الضرب و الجمع.

يمكن تجزئة الحلقة إلى مجموعاتٍ فرعية تدعى بالمثاليات .

مثال: مجموعة الأعداد الفردية الصحيحة هي مجموعةٌ فرعية (مثالية) من حلقة الأعداد الصحيحة.

هل الصفر عددٌ فردي أم عددٌ زوجي؟

في الرياضيات فإن كل عدد إما أن يكون عدداً فردياً أو أن يكون عدداً زوجياً , فإذا كان العدد من مضاعفات العدد 2 فذلك يعني بأنه عددٌ زوجي و إن لم يكن من مضاعفات العدد 2 فإنه عددٌ فردي.

إن الصفر يعتبر عدداً زوجياً لأنه يساوي 2 ضرب صفر :

$2\times0=0$

يتم التعبير عن مجموعة الأعداد الزوجية بالصورة التالية:

$Evens = 2\mathbf{Z} = \{\ldots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \ldots\}.$

لاحظ كيف تم اعتبار الصفر عدداً زوجياً.

يتم التعبير عن مجموعة الأعداد الفردية بالصورة التالية:

$Odds = 2\mathbf{Z} + 1 = \{\ldots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \ldots\}.$

إن العملية الثنائية على المجموعة (ب) تنتج ( ب×ب) لأن العملية الثنائية تجري بين المجموعة و بين نفسها أي أنها تتم بين عناصر المجموعة ذاتها .

تنبيه:

إن عملية القسمة ليست عمليةً ثنائية.

القسمة على الصفر غير مسموحٍ بها.

**الفئات و الفئات الفرعية**

كما أنه يمكن للمجموعة أن تتبعها و أن تتفرع عنها مجموعاتٌ فرعية فإنه من الممكن أن تتبع المجموعة فئات و أن تتفرع عنها فئاتٌ فرعية.

و إذا كانت تتبع الفئة فئاتٌ تابعة طبيعية فإن هنالك عملية تدعى بعملية القسمة و هذه العملية تعنى بتشكيل فئاتٍ صغرى تدعى G/N

. تدعى الفئات التي لا تتفرع عنها فئاتٌ فرعية طبيعية بالفئات البسيطة

الحلقة

الحلقة عبارة عن مجموعة تحوي عمليتين ثنائيتين : العملية الأولى عملية تبديلية بينما العملية الثانية عملية توزيعية على العملية الأولى.

و يمكن لدائرتين اثنتين في مخطط فن أن تمثلا علاقةً من قبيل:

كل أ هم ب – لا أحد من أ هو من ب .

بعض أ هم ب - بعض أ ليسوا من ب .

مثال :

كل عناصر المجموعة أ هم عناصر في المجموعة ب

كل تلاميذ المدرسة أ هم أعضاء في النادي الرياضي ب .

لا أحد من أ هو ب .

لا أحد من عناصر المجموعة أ ينتمي إلى المجموعة ب .

لا أحد من تلاميذ المدرسة أ عضو في فريق الكشافة ب.

بعض عناصر المجموعة أ ينتمون للمجموعة ب.

بعض تلاميذ المدرسة أ هم أعضاء في فرقة التمثيل ب .

بعض عناصر المجموعة أ ليسوا ب .

بعض تلاميذ المدرسة  أ  ليسوا أعضاء في فرقة التمثيل .

و كما سيمر معنا لا حقاً و وفقاً لأعمال الرياضي الألماني  جورج كانتور فإن اللانهائية الأولى أي مجموعة الأعداد الطبيعية هي أصغر من المجموعة الثانية أي مجموعة الأعداد الحقيقية .

البرهان على أن بعض المجموعات اللانهائية أكبر من مجموعاتٍ لا نهائية أخرى:

المجموعة اللانهائية التي تتضمن الأعداد الطبيعية  أي الأعداد الصحيحة الموجبة قابلة نظرياً للتسجيل و الأرشفة و هذا يعني بأنها مجموعةٌ لا نهائية قابلة للعد .

المجموعة اللانهائية التي تتضمن الأرقام اللانهائية  مثل الثابت باي π غير قابلة للفهرسة و التسجيل لأنها أرقامٌ لا نهائية و مستمرة إلى ما لا نهاية و هذا يعني بأنها مجموعةٌ لا نهائية غير قابلةٍ للعد .

و هذا يعني بأن المجموعة اللانهائية الغير قابلة للعد أكبر من المجموعة اللانهائية القابلة للعد

ميز كانتور بين نوعين من الأعداد ، أرقام العد المعروفة 1,2,3,4....  وهي الرقام التي تبين حجم المجموعة و بين أرقام الترتيب : الأول , الثاني , الثالث, الرابع....و هي الأرقام التي تفيد الترتيب.

استخدم كانتور رقماً لانهائي و هو حرف الألف $\chi$  أول حرفٍ في الأبجدية العبرية و ذلك في إشارةٍ إلى المجموعات التي تضم عدداً لا نهائياً من العناصر .

أشار كانتور بالرمز $\chi_0$ لمجموعة الأعداد الصحيحة التي تتضمن الأرقام الطبيعية و الأرقام الصحيحة السلبية و الصفر .

إن هذه المجموعة اللانهائية  هي من الناحية النظرية قابلةٌ للعد  و لكنها من الناحية العملية غير قابلةٍ للعد .

لقد اعتبر  كانتور بأن آخر عددٍ يمكن الوصول إليه هو العدد الذي رمز له بالرمز أوميغا $\omega$

و هو رقمٌ لانهائي ترتيبي ( و ليس من أرقام العد 1,2,3....) .

إذاً فإن المجموعة  ألف تبدأ بأول عنصر و هو الصفر $\chi_0$ و تنتهي بالرقم أوميغا $\omega$ على اعتبار أنه آخر أرقام المجموعة.

الآن إذا أضفنا إلى آخر عناصر المجموعة و الذي يمثل آخر أعددها أي الأوميغا $\omega$
أعداداً جديدة على الصورة $\omega$+1+2+3.... فإن أوميغا سيصبح على الصورة $\omega_1$
فتصبح المجموعة ألف غير منتهية و غير قابلة للعد لأن الأعداد التي أضفناها إليها
و إلى آخر مكوناتها ( أوميغا) غير منتهية فتصبح بذلك المجموعة ألف على الصورة
$\chi_1$

و بذلك فإن هذه المجموعة الغير قابلة للعد تصبح أكبر من المجموعات القابلة للعد.

مجموعة الأعداد الطبيعية و إن كانت مجموعةً غير منتهية فإنها مجموعةٌ تابعة صغرى و متضمنة في مجموعة الأعداد الرشيدة .

فإذا اجتمعت مجموعة الأعداد الرشيدة مع مجموعة الأعداد الطبيعيةو شكلتا مجموعةً واحدةً كبرى فإن تلك المجموعة الكبرى ستكون مجموعة الأعداد الحقيقية.

جورج كانتور هو صاحب نظرية الأعداد اللانهائي – تعرض للاضطهاد من قبل علماء الرياضيات في عصره نظراً لأن نظريته كانت تصطدم مع النظريات السائدة –عاش فقيراً معدماً في آخر حياته و توفي على إثر نوبة قلبية في العام 1918 .

هنالك بنىً جبرية أخرى غير المجموعات وهي الحقول و الحلقات .

تستخدم نظرية المجموعات في دراسة التناظر في الكيمياء و الفيزياء كما يمكن استخدام نظرية المجموعات في خاصيه تشفير المفتاح العام التي تستخدم في تأمين منظومات الاتصال الرقمية.

تعتبر نظرية المجموعات أداةً فعالةً في دراسة و فهم التناظر في الكون و لتحقيق ذلك الأمر يستخدم الفيزيائيون ما يدعى بفئات لاي و هي فئاتٌ مستمرة تستخدم في تمثيل عددٌ لا نهائي من التناظرات المنطقية.

**Lie group**

Sophus Lie - 1870

المعادلة س$^{2}$-2=صفر ليس لها حلٌ صحيح

يمكن حل معادلة مثل 5س=3 عن طريق قسمة كلا طرفي المعادلة على العدد 5 و هو الأمر الذي يعطينا س=$\frac{3}{5}$, غير أن $\frac{3}{5}$ لا تعطي عدداً صحيحاً.

و بالمثل فإن المعادلة 2س=12

س=√12

س=الجذر التربيعي للعدد 12 .

يتم انجاز عملية ضرب المصفوفات عن طريق ضرب العناصر الأفقية في المجموعة الأولى بالعناصر العمودية في المجموعة الثانية.

لمعلوماتٍ مفصلة حول إجراء العمليات الرياضية على المصفوفات يمكنكم الرجوع إلى كتابي مفتاح الجبر .

https://archive.org/details/@ash790

لكل مصفوفة قيمة تشاركية تدعى بمحدد تلك المصفوفة و هذا المحدد يرمز العديد من خصائص تلك المصفوفة و يمكن حساب ذلك المحدد عن طريق إجراء العمليات الرياضية على عناصر تلك المصفوفة .

إن المصفوفة المربعة التي تكون عناصرها أرقامٌ معقدة و التي محدداتها لا تساوي الصفر تشكل بنيةً جبرية تدعى بالفئة و لذلك فإن المسلمات التي تنطبق على الفئة تنطبق كذلك على هذه المصفوفة.

يمكن حل المشكلات الصعبة الحل المتعلقة بالفئات عن طريق تمثيلها  في جبر المصفوفات  الأكثر بساطة و سهولة في التعامل.

**المحددات**

إن المحدد في مصفوفةٍ ما هو الذي يخدد ما إذا كان لمنظومة المعادلات التي تتضمنها تلك المصفوفة حلٌ أم لا , و طالما أن المحدد لا يساوي الصفر فإن ذلك يعني بأن هنالك حلٌ فريد.
أما إذا كان المحدد مساوياً للصفر فإن ذلك يعني إما أنه ليس هنالك حلٌ لتلك المعادلات أو هنالك حلولٌ متعددةٌ لها.
في العام 1600 بين الرياضي الياباني  تاكا كازي  كيفية  حساب  المحدد في مصفوفة تصل أبعادها لغاية 5× 5 .
و في العام  1750  و ضع السويسري  كرامر  قاعدةً عامة في ذلك الأمر دعيت بقاعدة  كرامار لحساب المحدد في مصفوفة تحتوي على عدد صفوف أفقية m و عدد أعمدة n.
غير أنه لم يتمكن من إثبات صحة هذه القاعدة.
و في العام 1812 بين اثنين من الرياضيين بأنه عندما يتم ضرب مصفوفتين مربعتين من الحجم ذاته  فإن :

Det AB=(det A)=(det B)
محدد=Det
إن محدد جداء المصفوفتين  AB يساوي محدد المصفوفة A يساوي محدد المصفوفة
B.
و هذه القاعدة تبسط عملية إيجاد محدد مصفوفة كبيرة و ذلك من خلال تجزئتها إلى محددي مصفوفتين أصغر حجماً .

**الرقم المعقد**

الرقم المعقد هو مزيجٌ من عددٍ حقيقي و عددٌ خيالي .

الأرقام المركبة تكون بالضرورة ثنائية الأبعاد  .

الرقم x+yi يتألف من جزءٍ حقيقي هو x و جزءٌ خيالي هو yi مستقلين عن بعضهما البعض , و هذا يعني بأن بإمكاننا أن نصور الرقم المعقد على شكل نقطة على مخطط و هو ما يدعى بمخطط أرغاند .

تتيح لنا الأرقام المعقدة حل مشكلاتٍ لا تسمح الأرقام الحقيقية لنا بحلها.

كل رقم معقد تكون صيغته X+Yi حيث تكون X و Y أرقاماً حقيقية بينما يكون i رقمٌ خيالي يساوي الجذر التربيعي للعدد السلبي ناقص واحد $i=\sqrt{(-1)}$

Argand diagram

في العام 1843 اقترح الرياضي روان هاميلتون ثلاثة قيم للرقم الخيالي و ليس قيمةً واحدة , وهذه القيم الوهمية الثلاثة هي i,j,k و جميع هذه القيم يبلغ مربعها العدد السلبي 1- على أن لا تكون هذه القيم الثلاثة قيماً متساوية.

و إذا قمنا بضرب هذه القيم الوهمية الثلاثة مع بعضها البعض فإننا سوف تحصل كذلك على العدد السلبي ناقص واحد 1- .

و لذلك فإن كل رقمٍ رباعي (تدويري) يجب أن يأخذ الصيغة:

W+xi+yj+zk

حيث أن كلاً من z,x,w,y هي أرقامٌ حقيقية.

و لقد تبين لاحقاً بأنه يمكن استخدام أرقام هاميلتون الوهمية التدويرية هذه في تدوير أي عنصرٍ أو كائن في فراغٍ ثلاثي الأبعاد و لذلك فقد شاع استخدام هذه الأرقام التدويرية في الفيزياء و في مجال ألعاب الكمبيوتر.

ومن المؤسف أن هاميلتون قد مات قبل أن يشهد النجاح الذي لقيه اكتشافه ذاك.

يتم تمثيل قيم هاملتون التدويرية على شكل أربعة مستقيمات تتقاطع ضمن مركز دائرة وهي:

مستقيمٌ عمودي i ,-i قيمته العليا i و قيمته الدنيا 1-

مستقيمٌ أفقي قيمته اليمنى 1 و قيمته اليسرى ناقص واحد 1-

مستقيمٌ مائل من الجهة العلوية اليسرى إلى الجهة السفلية اليمنى : تبلغ قيمته العلوية اليسرى ناقص k- بينما تبلغ قيمته السفلية اليمنى k .

مستقيمٌ مائل من الجهة السفلية اليسرى باتجاه الجهة العلوية اليمنى :

قيمته السفلية اليسرى هي القيمة السلبية -j بينما قيمته العلوية اليمنى j

$i+j+k=-1$

آي+جي+كي يساوي ناقص واحد

عملية ضرب هذه العناصر ليست عمليةً تبديلية بمعنى أن الترتيب الذي نجمع أو نضرب به هذه العناصر يمكن أن يغير نتيجة عملية الضرب.

لا حظ أن $ij=k$ أي أن i ضرب j يساوي k

آي ضرب جي تساوي كي , و لكننا إذا عكسنا الترتيب في عملية الضرب فإن :

$-ji=k$

جي آي تساوي ناقص كي

أي أن جي ضرب آي تساوي القيمة السلبية ناقص كي.

و هذا أمرٌ لا يحدث في أي نظامٍ عدديٍ آخر ذلك أن عملية الضرب في جميع الأنظمة العددية الأخرى هي عملّيةٌ تبديلية لا تتغير نتيجتها إذا عكسنا ترتيب عناصرها.

لتسهيل فهم الصيغة $w+xi+yj+zk$ كعملية تدويرية تستخدم في تدوير الكائنات و العناصر في الفراغ فإننا نتجاهل القيمة w و نقوم بالتركيز فقط على الثنائيات $xi+yj+zk$ التي تجمع بين كل اثنين من عناصرعملية ضرب حيث أننا ننظر إلى هذه الثنائيات على أنها عوامل أو إحداثيات ثلاثية الأبعاد أي (x,y,z)

X تمثل المحور الأفقي

Y تمثل المحور العمودي

Z تمثل محور العمق أو محور البعد الثالث.

كما ننظر إلى الاتجاه الذي تشير إليه على أنه محور الدوران و أن طولها يمثل زاوية الدوران.

لقد قام هاملتون بتوسعة الأرقام المعقدة بإضافة جذرين تربيعيين وهميين إضافيين للعدد السلبي ناقص واحد -1 و هو أمرٌ بدى لاحقاً شديد الأهمية.

الأرقام التدويرية تمثل نظاماً رقمياً يمكن أن يصف عملية  تدوير كائنٍ ما في فضاءٍ ثلاثي الأبعاد.

Vector متجه

Three-dimensional 3D vector   متجه ثلاثي الأبعاد

Numbers of rotation  أرقام التدوير

William Rowan Hamilton(1805-1865)  وليم روان هاميلتون

Quaternion رباعية

يمكن تمثيل العديد من الأوضاع و المواقف الفيزيائية على شكل مخطط يمثل مجموعة أعداد حقيقية و هو ما يدعى  بالوظيفة و اختصارها الحرف f .

تمثل الوظيفة بعض المقادير المتغيرة  (الهدف) التي تتغير مع مرور الزمن مثل تغير سرعة جسمٍ ما في كل لحظة من الزمن.

يتبع المنحنى الوظيفي مشتق .

يخبرنا المشتق عند كل نقطة عن درجة تغيرالمنحنى الوظيفي , و لذلك فإننا إذا استطعنا أن نحسب و أن نجمع كل تلك التغيرات الطفيفة التي سجلها المشتق يصبح بإمكاننا أن نحدد موقع المنحنى الوظيفي.

هذا ما تفعله حسابات المشتقات حيث تحول المواقع إلى سرعات و السرعات إلى تسارعات.

أما حسابات التكامل فإنها تفعل العكس أي أنها تحول السرعات إلى مواقع .

إذاً فإن كلاً من عمليتي حساب المشتقات و حساب التكامل هما عمليتين متعاكستين مع بعضهما البعض .

نستخدم المعادلات  الفرقية عندما نعلم كيفية تغير شيء ما و لكننا نجعل قيمة ذلك الشيء الحقيقية.

إن قانون نيوتن الثاني يقول بأن :

$F=ma$

F هي مجموع القوى التي تؤثر على جسمٍ ما.

F=Forces

m=mass كتلة ذلك الجسم.

a=acceleration  تسارع ذلك الجسم.

التسارع هو مشتق السرعة و السرعة بدورها هي مشتق الموقع.

و عادةً فإننا نعلم مقدار تلك القوى التي تؤثر في الجسم و لكننا نجهل سلوك ذلك الجسم بعد تعرضه لتلك القوى .

إن تسارع جسمٍ ما يمثل معدل تغير موقع ذلك الجسم , و لذلك فإن إيجاد المعادلة الفرقية تعني إيجاد نسبة الزمن إلى موقع لك الجسم.

و عندما يصل المنحنى الوظيفي إلى قيمته العليا أو الدنيا فإن قيمة مشتقه تساوي عتدها الصفر .

و لحل هذا النوع من المشكلات فإننا نحولها إلى معادلاتٍ فرقية.

في كل مرة يصل فيها المنحنى الوظيفي إلى أقصى أو أدنى قيمة له فإن مشتقه يساوي عندها الصفر.

فإذا صورنا المنحنى الوظيفي على شكل موجةٍ جيبية فإن قيمة تلك الموجة تساوي الصفر عند أعلى و أدنى نقاطها.

Y=0  الصفر عند أقصى و أدنى نقاط Y

إن تقنية حل هذا النوع من المشكلات تتمثل في تحويل المنحنى الوظيفي الذي يصعب التعامل معه إلى معادلة فرقية.

و سبب نجاح هذه الطريقة أنه  و كما ذكرت سابقاً في كل مرة يصل المنحنى الوظيفي إلى أعلى أو أدنى قيمةٍ له فإن قيمة مشتقه تصبح صفراً و هذا يعني بالنسبة لنا أن الخط البياني قد غير اتجاهه.

إذاً  فإن  المنحنى الوظيفي يبين لنا التغيرات في الاتجاه, وهذا السلوك نجده في أشعة الضوء و فقاعات الصابون و غيرها من الظواهر الفيزيائية التي يتضاءل فيها المنحنى الوظيفي بتلك الصورة.

مشتقات Derivatives

وظيفة Function

Integral تكامل

معادلات فرقية Differential equations

قانون نيوتن الثاني. Newton’s second law

**الوظيفة الرياضية** mathematical function

مشتق ( ديريفاتيف) **derivative** [dɪ'rɪvətɪv]

**calculus** ['kælkjʊləs]**حساب التفاضل و التكامل (كالكيولاس)**

الإحداثية القطبية

عبارة عن إحدى قيمتين تستخدمان في تحديد موقع نقطة على سطحٍ مستوي و ذلك بناءً على مقدار بعد تلك النقطة عن قطبٍ ثابت و درجة ميلانها بالنسبة لخطٍ ثابت يمر عبر ذلك القطب.

تستخدم الإحداثية القطبية في توجيه المركبات الطائرة بالاعتماد عاملين اثنين و هما :

المسافة ما بين تلك المركبة و بين نقطةٍ محددة على سطحٍ مستوي.

زاوية ميلان تلك المركبة بالنسبة لمحورٍ قطبي.

يمكن استخدام الإحداثية القطبية كبديلٍ عن منظومة التوجه العالمية جي بي إس **GPS.**

تستخدم الإحداثية القبية في تحديد موقع نقطة ما على سطحٍ مستوي باستخدام رقمين :

الرقم الأول يمثل الإحداثية الشعاعية r وهو يمثل المسافة أو بعد تلك النقطة عن النقطة المركزية أو القطب.

الرقم الثاني يمثل الإحداثية الزاوية θ و هو يمثل درجة انحراف تلك النقطة بالنسبة للمحور القطبي.

Polar coordinate إحداثية قطبية

Radial coordinate إحداثية شعاعية

Angular coordinate إحداثية زاوية

تم بعون الله تعالى وحده

https://archive.org/details/@ash790

https://memas.wordpress.com/الرياضيات-الممتعة/

د.عمار شرفية


الرياضيات الممتعة
د.عمار شرقية